DIRECCIÓN-ADMINISTRACIÓN:
Calle del Carmen, núm. 29, principal.
Teléfono núm. 2.549.

VENTA DE EJEMPLARES:
Ministerio de la Gobernación, planta baja.
Número suelto, 0,50.

# GACETA DE MADRID

## SUMARIO



# PARTE OFICIAL

## PRESIDENCIA DEL CONSEJO DE MINISTROS

S. M. el REY Don Alfonso XIII (q. D. g.), S. M. la REINA Doña Victoria Eugenia y SS. AA. RR. el Príncipe de Asturias é Infantes Don Jaime, Doña Beatriz y Doña María Cristina, continúan sin novedad en su importante salud.

De igual beneficio disfrutan las demás personas de la Augusta Real Familia.

## MINISTERIO DE HACIENDA

### LEY

Don ALFONSO XIII por la gracia de Dios y la Constitución, REY de España;

A todos los que la presente vieren y entendieren, sabed: que las Cortes han decretado y Nós sancionado lo siguiente:

Artículo 1.° Se conceden á capítulos adicionales de los actuales presupuestos de Obligaciones de los Departamentos ministeriales, los siguientes créditos extraordinarios:

*Ministerio de Estado,* 138.176,35 pesetas, para pago de las Obligaciones comprendidas en la relación número 1.

*Ministerio de Gracia y Justicia,* pesetas 120.221,24 para satisfacer á D.ª Telesfora Carbó, contratista de víveres del penal de Zaragoza, la diferencia resultante á su favor en la liquidación de su contrato, y 29.405,73 para el abono de Bulas de los Arzobispos y Obispos que se detallan en la relación número 2.

*Ministerio de la Guerra,* 5.700.982,20 pesetas para el pago de atenciones procedentes del año 1910, distribuídas por artículos, en la forma que sigue:

Artículo 1.° Personal de Capitanías Generales, Gobiernos y Comandancias militares, 460.957,17.

Art. 2.° Cuerpos armados, 2.441.051,84.

Art. 3.° Generales sin destino determinado y en situación de cuartel, pesetas 80.623,88.

Art. 4.° Comisiones activas y extraordinarias del servicio, 314.953,49.

Art. 5.° Establecimientos de instrucción militar, 375.344,70.

Art. 6.° Premios de enganche y reenganche, 363.123,02.

Art. 7.° Subsistencias militares y material de acuartelamiento, 1.664.928,10.

*Ministerio de Marina,* 86.644,60 pesetas para satisfacer las Obligaciones detalladas en la relación número 3.

*Ministerio de la Gobernación,* 25.000 pesetas con destino á los gastos ocasionados por el Congreso contra la tuberculosis, que tuvo lugar en Barcelona en Octubre de 1910; 7.247,58 para el pago de la estación sanitaria del puerto de Motril, y 19.795,08 para abonar á la Compañía Eastern Telegraph el saldo á su favor por la reparación de los cables de Melilla á Almería y de Alhucemas al Peñón de la Gomera.

*Ministerio de Instrucción Pública y Bellas Artes,* 150.000 pesetas para el completo pago de los gastos producidos por la concurrencia de España á la Exposición internacional de Arte en Roma, y pesetas 69.974,33 para satisfacer las atenciones á que se refiere la relación número 4.

*Ministerio de Fomento,* 120.583,80 pesetas para el completo pago de los gastos producidos por la concurrencia de España á la Exposición universal de Bruselas en 1910, y 523.025,33 para los servicios de Agricultura, Montes, Minas y Obras Públicas á que se contrae la relación número 5.

*Ministerio de Hacienda,* 32.135,06 pesetas á la sección 9.ª y 283.460,41 á la sección 10, «Gastos de las Contribuciones y Rentas públicas», para satisfacer las atenciones que se detallan en la relación número 6.

Art. 2.° El importe total de los créditos extraordinarios á que se refiere el artículo anterior, que en junto importan 7.306.561,71 pesetas, se cubrirá con los excesos que ofrezcan los ingresos que se obtengan durante el año sobre los pagos que se ejecuten en el mismo, y, en su defecto, con la deuda flotante del Tesoro, ó con los recursos especiales que se autoricen por ley.

Por tanto:

Mandamos á todos los Tribunales, Justicias, Jefes, Gobernadores y demás Autoridades, así civiles como militares y eclesiásticas de cualquier clase y dignidad, que guarden y hagan guardar, cumplir y ejecutar la presente ley en todas sus partes.

Dado en Palacio á diecinueve de Marzo de mil novecientos doce.

YO EL REY.

El Ministro de Hacienda,
Juan Navarro Reverter.

### Número 1.

Relación *de las obligaciones reconocidas por el Ministerio de Estado, importantes en junto 138.176,35 pesetas, á que se refiere la ley de esta fecha.*

| FECHAS de las Reales órdenes. | CONCEPTOS | IMPORTE — Pesetas. |
|---|---|---|
| 14 Julio 1909 | Al Consulado de Santo Domingo lo anticipado á D. José Albiñana, por su viático de Santo Domingo á Méjico | 580,00 |
| » | A D. Luis Rubio Amoedo, viático de Méjico á Santo Domingo | 580,10 |
| 27 Julio 1909 | A D. Antonio Díaz Miranda, ídem de Nueva York á Argel | 3.464,25 |
| 1.° Agosto 1909 | A D. Jerónimo Valdés y González, ídem de Viena á Madrid | 1.423,50 |
| » | A D. Julián María del Arroyo y Moret, por su habilitación | 1.250,00 |
| » | A D. Rodrigo de Saavedra y Vinet, por su habilitación | 30.000,00 |
| 2 Octubre 1909 | A D. Federico Pino Gorge, para satisfacer resto del importe de la casa de alquiler y muebles ocupada en San Sebastián durante la jornada | 1.593,65 |
| 31 Agosto 1909 | A D. Federico Pino Gorge, viático de D. Justo Garrido y Cisneros, de Madrid á Bogotá | 2.168,75 |
| 21 Octubre 1909 | Al Consulado en Argel, anticipo de viático á D.ª Belén Pérez, de Argel á Madrid | 528,75 |
| 26 ídem íd | Al Administrador de los Lugares Píos en Roma, viático de Roma á Madrid de D. Juan Pérez Caballero | 2.174,00 |
| 27 ídem íd | A D. Eduardo García Comín, ídem de Roma á Madrid | 543,50 |
| » | A D. Manuel Inclán de la Rasilla, por su viático de Tokío á Pekín | 816,75 |
| » | A D. Justo Gómez, viático de Roma á Madrid | 543,50 |
| » | A D. Luis Navarro é Ibarreta, ídem de ídem á ídem | 543,50 |
| » | A D. Reginaldo Ruiz, ídem de Tánger á Túnez | 485,60 |
| » | A la Legación en Pekín lo anticipado por viático de Pekín á Madrid, de D. Manuel de Carcer y Salamanca | 8.428,00 |
| 29 Octubre 1909 | A D. Fernando Espinosa de los Monteros, viático de Berlín á Madrid | 947,25 |
| 3 Noviembre 1909 | A D. Fernando Sartorius, Ministro plenipotenciario en Lisboa, viático de dicho punto á Madrid y regreso | 1.316,00 |
| 15 Noviembre 1909 | A D. Emilio de Perera y Blesa, ídem de Montreal á Nueva York | 461,25 |
| » | Al Administrador de los Lugares Píos de Roma lo anticipado á D. Juan Pérez Caballero, por viático de Madrid á Roma y regreso | 4.348,00 |
| 17 Noviembre 1909 | A D. Antonio Luqué y Sucona, viático de Riga á Madrid | 1.430,25 |
| » | A D. Alejandro de Escudero, ídem de Madrid á San Juan de Puerto Rico | 1.534,50 |
| 30 Noviembre 1909 | A D. Vicente Gutiérrez de Agüera, ídem de Roma á Viena | 618,50 |
| 2 Diciembre 1909 | A D. Vicente Samaniego, ídem de Madrid á San Sebastián y regreso | 921,00 |
| 15 ídem íd | A D. Eduardo Ortiz de Zugasti, ídem de Veracruz á Montreal | 2.013,75 |
| 18 ídem íd | A D. Pedro Miranda y Quartín, viático de Madrid á Bruselas y regreso | 1.350,00 |
| 29 Enero 1910 | A D. Eduardo Ortega y Núñez, ídem de Madrid á París | 364,00 |
| 1.° Agosto 1909 | Al señor Marqués de Herrera, habilitación, casa y oficina | 41.500,00 |
| 10 Marzo 1909 | A D. Pablo Soler y Guardiola, Ministro residente, habilitación, casa y oficina | 25.000,00 |
| 29 Diciembre 1909 | A D. Pedro de Carrere y Lembeye, diferencia de habilitación, casa y oficina | 1.250,00 |
| | | 138.176,35 |

Madrid, 19 de Marzo de 1912.=Aprobada por S. M.—El Ministro de Hacienda, Juan Navarro Reverter.

### Número 2.

Relación *de los servicios á que afecta el crédito de 29.405,73 pesetas que se concede por ley de esta fecha.*

| | | | PESETAS |
|---|---|---|---|
| 1908 | Para bulas de los Obispados de Orense y Oviedo | | 6.582,00 |
| » | Para completar las de Teruel | | 521,90 |
| » | Para giro de las de Valencia, Astorga, Badajoz, Jaca, Salamanca, Vitoria y Segovia | | 9.268,20 |
| | | | 16.372,10 |
| 1909 | Pago de bulas de los Arzobispados de Toledo y Burgos | 9.807,00 | |
| » | Idem de las del Obispado de Osuna | 3.291,00 | |
| » | Idem de las de Lugo | 3.291,00 | |
| » | Giro de estas sumas calculado al 12 por 100 | 1.966,68 | |
| | | 18.355,68 | |
| | Existencia (á deducir) | 5.322,05 | |
| | *Total en 1909* | | 13.033,63 |
| | En junto | | 29.405,73 |

Madrid, 19 de Marzo de 1912.=Aprobada por S. M.—El Ministro de Hacienda, Juan Navarro Reverter.

## Número 3.

RELACIÓN *de las cantidades reconocidas por el Ministro de Marina, por un importe total de 86.644,60 pesetas, á que se refiere la ley de esta fecha.*

| | DESIGNACIÓN DE LOS SERVICIOS | IMPORTE — Pesetas. |
|---|---|---|
| 1902 | Liquidación á favor del marinero de 2.ª Antonio Pérez Cerdido, por un vestuario completo | 200,00 |
| 1907 | Idem del Teniente de Navío D. Alvaro Guitián, por gastos de viaje | 20,00 |
| 1907 | Idem del Habilitado de Marina de Barcelona y Tarragona, por gastos de transporte del Archivo de la Selva á Cadaqués | 10,00 |
| 1907 | Idem de D. Vicente Marí Segura, por traducción de varios documentos | 7,50 |
| 1902 | Idem íd. del fogonero de 1.ª Pablo Caruncho, por diferencias del sueldo (resto) | 365,00 |
| 1903 | Idem íd. del íd. Wenceslao Quintas Sánchez, por ídem íd. (resto) | 0,78 |
| 1906 | Idem íd. de la Hacienda, por derechos arancelarios de efectos transportados del extranjero con destino al Arsenal de Cartagena (resto) | 12,98 |
| 1903 | Idem íd. del fogonero Blas Munuera Muñoz, por diferencias del sueldo (resto) | 50,12 |
| 1903 | Idem íd. del íd. Juan Dato Camacho, por íd. íd. (resto) | 40,10 |
| 1903 | Idem íd. del íd. Antonio Medina y López por íd. íd. (resto) | 320,84 |
| 1906 | Idem íd. del Habilitado del crucero *Lepanto* por distribución de caudales | 49,44 |
| 1904 | Idem íd. del Teniente de Navío don Ignacio Martínez y García, por gratificación del profesorado | 825,00 |
| 1906 | Idem íd. del íd. de primera clase don Victoriano Suances y Pelayo, por ídem íd | 900,00 |
| 1905 | Idem íd. del íd. íd. D. Victoriano Suances y Pelayo por íd. íd | 825,00 |
| 1902-1903 | Idem á favor del cabo fogonero Carlos González Pato, por diferencia de sueldo | 413,38 |
| 1902 | Certificado por haberes que corresponden al obrero carpintero Ramón San Román Ortiz (resto) | 137,50 |
| 1903 | Idem por diferencias de sueldo que corresponden al fogonero Antonio Mascaró Cabezón (resto) | 83,35 |
| 1898-99 99-900 | Idem por ídem íd. íd. al íd. Mateos Ros (resto) | 27,63 |
| 1902 | Idem por íd. de íd. que corresponden al íd. José Ropela Jucoguito (resto) | 213,36 |
| 1902 | Idem por íd. de íd. que corresponden al íd. Manuel Mateo Martínez (resto) | 80,01 |
| 1906 | Idem por íd. de íd. que corresponden al íd. Benito Santiago Vidal (resto) | 200,04 |
| | Idem por íd. de íd. que corresponden al íd. Manuel Bermúdez Fernández (resto) | 66,68 |
| 1905 | Idem por haberes que corresponden al soldado José Vidal Collazo (resto) | 21,10 |
| 1900 á 1905 | Idem por diferencias de sueldo que corresponden al cabo de mar de puerto de primera clase Domingo García Sánchez (resto) | 840,00 |
| 1904 | Para estancias de Hospitales militares que corresponden al Ministerio de la Guerra (resto) | 1.500,00 |
| 1903 | Certificado por diferencias de sueldo que corresponde al fogonero Andrés Campillo (resto) | 280,72 |
| 1902 | Idem por íd. de íd. que corresponden | |
| | *Suma y sigue* | 7.490,53 |

| | DESIGNACIÓN DE LOS SERVICIOS | IMPORTE — Pesetas. |
|---|---|---|
| | *Suma anterior* | 7.490,53 |
| | al fogonero Francisco Navarro Ramírez (resto) | 26,73 |
| 1904 | Certificado por diferencias de sueldo que corresponden al Teniente Vicario D. Juan Hurtado (resto) | 0,84 |
| 1903 | Idem por íd. de íd. que corresponden al fogonero Justo García Martínez (resto) | 80,20 |
| 1903-904 | Idem por desayuno y mejora de rancho que corresponden percibir al cabo de Infantería de Marina, Amador Delgado Pérez (resto) | 35,25 |
| 1902 | Idem por diferencia de sueldo que corresponden al fogonero José López Boracino (resto) | 56,82 |
| 1903 | Idem por íd. de íd. que corresponden al íd. José Ródenas (resto) | 106,94 |
| 1903 | Idem por íd. de íd. que corresponden al íd. Alfonso Muñoz Solano (resto) | 320,84 |
| 1903 | Idem por íd. de íd. que corresponden al íd. Antonio Gómez García (resto) | 320,84 |
| 1903 | Idem por íd. de íd. que corresponden al íd. de primera Diego Mula León (resto) | 213,88 |
| 1903 | Idem por íd. de íd. que corresponden al íd. Pedro Esteban Martos (resto) | 280,72 |
| 1903 | Idem de íd. por íd. que corresponden al íd. Fulgencio Rodríguez Fajardo (resto) | 80,20 |
| 1902-1903 | Idem por íd. de íd. que corresponden al íd. Sebastián Treviño Pérez (resto) | 133,69 |
| 1904-1905 | Idem por íd. de íd. que corresponden al Oficial segundo del Cuerpo de Secciones de Archivos D. Francisco Fernández Puig (resto) | 793,56 |
| 1903 | Idem por íd. de íd. que corresponden al fogonero José Sánchez (resto) | 320,84 |
| 1903 | Idem por íd. de íd. que corresponden al íd. Samuel Martínez (resto) | 320,84 |
| 1903 | Idem por oblata que corresponde al Capellán del tercer Regimiento, segundo Batallón de Infantería de Marina | 60,00 |
| 1902-1903 | Idem de la Intervención de la Ordenación de pagos de Cádiz, para abonar á D. Tomás R. Morgán, representante de los Sres. Wilson Sons y Compañía, de las Palmas, el resto de la liquidación mandada abonar por sentencia del Tribunal Supremo de 24 de Noviembre de 1906 | 16.692,20 |
| 1900-1901 | Liquidación de diferencias de sueldos á favor del fogonero Juan Mena Muñoz | 75,00 |
| 1907 | Idem á favor del Habilitado de Marina, de Málaga, por gastos imprevistos | 117,50 |
| 1902-1903 | Idem á favor de D. José Niebla González, Apoderado de varios fogoneros del Apostadero de Ferrol, por diferencias de sueldo | 733,30 |
| 1907 | Liquidación á favor del Habilitado de Marina, de Mallorca, por gastos imprevistos en abordaje vapor *Bellver* | 21,00 |
| 1907 | Idem á favor de D. Antonio Serra y Torres, Médico civil de Ibiza, por reconocimiento de inscritos | 67,50 |
| 1902 | Idem á favor del fogonero Damasi- | |
| | *Suma y sigue* | 22.349,31 |

| | DESIGNACIÓN DE LOS SERVICIOS | IMPORTE — Pesetas. |
|---|---|---|
| | *Suma anterior*.......... | 22.349,31 |
| | no Suárez Martínez, por diferencias de sueldos..................... | 213,36 |
| 1907 | Liquidación á favor del Habilitado de Marina, de Cádiz, por gastos de autopsia en el cadáver de Miguel Pérez. | 64,25 |
| 1907 | Idem á favor del Habilitado de Marina, de Alicante, por gastos de diligencias judiciales................ | 26,00 |
| 1907 | Idem á favor del Habilitado de Marina, de Sevilla y Huelva, por honorarios del Intérprete D. José Gómez Infante......................... | 12,00 |
| 1907 | Idem á favor del mismo Habilitado, por honorarios del perito carpintero Manuel Domínguez Gómez...... | 10,00 |
| 1907 | Idem á favor del íd. íd., por íd. de los peritos Antonio Alvarez y Manuel Domínguez..................... | 20,00 |
| 1907 | Idem á favor del íd. íd., por íd. de los peritos mercantiles D. Emilio Muñoz y D Enrique Vasollo.......... | 7,00 |
| 1903 | Idem á favor de Mr. J. F. Danies, Procurador de los Tribunales ingleses, por servicios prestados á la Comisión de Marina.............. | 1.125,60 |
| 1901 | Idem á favor del Cabo de Mar Agustín Pazos Piñeiro, por gratificaciones de cargo..................... | 390,00 |
| 1903 | Idem á favor del fogonero de primera Juan Fernández Obregón, por diferencias de sueldo.................. | 80,00 |
| 1902-1903 | Idem á favor del íd. íd. José Pérez Alvariño.............................. | 280,02 |
| 1902-1903 | Idem á favor del íd. íd. Juan Montero Rodríguez........................ | 193,35 |
| 1907 | Idem á favor del Ayudante de Marina de Sanjenjo, por gastos judiciales.................................. | 15,00 |
| 1907 | Idem á favor de D. Marcelino Viar, Médico civil de Ribadeo, por honorarios de autopsia en Noviembre de 1907.................................. | 30,00 |
| 1907 | Idem á favor del Habilitado de Marina, de Valencia, por gastos judiciales del Ayudante de Marina, de Vinaroz, en Diciembre de 1907......... | 6,00 |
| 1907 | Idem á favor del mismo Habilitado, por gastos verificados en el naufragio del laúd *San Francisco*, en la playa de Perelló................. | 45,00 |
| 6 | Importe de la gratificación industrial que ha correspondido durante los expresados años á los Tenientes de Navío de primera D. Angel Varela y D. Carlos González Llanos; Ingenieros Jefes de primera D. Secundino Armesto y D. Manuel Rodríguez; Ingeniero Jefe de segunda D. Manuel Corripio, D.ª Beatriz Díaz, viuda del Teniente de Navío D. Luis Fernández Parga, Capitanes de Navío D. Angel López y D. Alejandro Gullón y Teniente de Navío D. León Herrero................. | 18.190,01 |
| 1907 | Idem de la íd. de cargo que por el de carbones le ha correspondido al segundo Contramaestre D. Antonio Torrente, según Real orden de 9 de Agosto de 1907................... | 60,00 |
| 1907 | Idem de la íd. que por el cargo de la Escuela de Tiro de Catabois ha correspondido al primer Condestable D. Alejandro Bartolomé Sanz...... | 300,00 |
| 1904 5 y 6 | Idem de la íd. industrial que durante los expresados años ha correspondido al Comandante de Artillería | |
| | *Suma y sigue*........... | 43.415,90 |

| | DESIGNACIÓN DE LOS SERVICIOS | IMPORTE — Pesetas. |
|---|---|---|
| | *Suma anterior*.......... | 43.415,90 |
| | de la Armada D. Manuel de Pando y Pedrosa........................ | 3.125,00 |
| 1904-5 y 6 | Importe de la gratificación industrial á favor de D.ª Catalina Bosch, por la que le correspondió á su difunto esposo el Teniente de Navío de primera clase D. Manuel Guimerá........................... | 2.505,50 |
| 1904-5 y 6 | Idem de la íd. íd. á favor de D.ª Manuela Ponce de León y Fernández Caro, por la que le correspondió á su difunto esposo el Coronel de Artillería de la Armada D. Joaquín Rodríguez y Alonso.............. | 1.375,00 |
| 1906 | Idem de la íd. íd. á favor del Ingeniero Jefe de primera clase D. Gonzalo Rubio y Muñoz, de Febrero á 31 de Diciembre de 1906.............. | 1.378,44 |
| 1907 | Importe de la gratificación que corresponde al Capitán de Infantería de Marina D. Joaquín Pery y Rebollo. por el cargo de Comandante de la Escuela de Tiro de Catabois..... | 480,00 |
| 1904 á 1906 | Idem de la íd. industrial que ha correspondido al Ingeniero Jefe de primera clase D. Antonio del Castillo........................... | 4.509,90 |
| 1904 á 1906 | Idem de la íd. íd. que ha correspondido al ídem íd. íd. D. Juan González Mazón........................ | 3.257,10 |
| 1905-1906 | Idem de la íd. íd. que ha correspondido al Teniente de Navío de primera clase D. Eduardo González Vidal............................ | 1.102,42 |
| 1904 | Idem de la íd. íd. que ha correspondido al Comandante de Artillería de la Armada D. Cándido Montero............................ | 125,00 |
| 1906 | Idem de la íd. íd. que ha correspondido al Comandante de Artillería de la Armada D. Juan Aguilar y Lozano............................ | 1.250,00 |
| 1904 á 1906 | Idem de la íd. íd. que ha correspondido al Coronel de Artillería de la Armada D. Elías de Iriarte y Solís............................. | 1.541,74 |
| 1904-1905 | Idem de la íd. íd. que ha correspondido al Capitán de Fragata don Miguel de Goytia.................. | 1.750,00 |
| 1904 á 1906 | Idem de la íd. íd. que ha correspondido al Teniente Coronel de Artillería de la Armada D. Juan Labrador.............................. | 2.875,00 |
| 1904 1905 | Idem de la íd. íd. que ha correspondido al íd. íd. de íd. D. Enrique Navarrete.......................... | 2.800,00 |
| 1904 á 1906 | Idem de la gratificación que corresponde al Ingeniero jefe de primera clase D. Carlos Halcón.......... | 2.680,77 |
| 1904 | Idem de la íd. á favor de D.ª Carolina Kelterer Sánchez, viuda del Ingeniero jefe de primera clase D. Luis Sampayo.......................... | 1.002,20 |
| 1906 | Idem de las cantidades que corresponden al Alférez de Navío D. Joaquín López Cortijo, por gratificación de profesorado............. | 650,00 |
| 1907 | Idem de la gratificación de cargo del segundo obrero torpedista Francisco Sarabia........................ | 150,00 |
| 1905 | Idem de la íd. de destino de Capitán Depositario al Teniente de Navío, D. Joaquín de Aguirre.......... | 90,00 |
| 1905 | Idem por pagas de naufragio del aprendiz maquinista, Angel Fernánde Torres........................ | 375,00 |
| | *Suma y sigue*.......... | 76.388,97 |

| | DESIGNACIÓN DE LOS SERVICIOS | IMPORTE — Pesetas. |
|---|---|---|
| | *Suma anterior*.......... | 76.388,97 |
| 1905 | Importe por pagas del criado particular Jesús Mallado Incógnito........ | 130,50 |
| 1900 á 1903 | Idem de la gratificación de destino dejada de abonar en Trubia al segundo Condestable D. José Recio Escobar.......... | 1.100,00 |
| 1908 | Idem de la indemnización de mando que corresponde al Director de la Escuela de aplicación, Capitán de Navío, Sr. D. Angel Miranda...... | 2.500,00 |
| 1902-3 | Idem de las diferencias de sueldo de los fogoneros de los cañoneros *Terror* y *Proserpina*................. | 3.597,11 |
| 1908 | Idem de los gastos de personal y material para administración de las En- | |
| | *Suma y sigue*........... | 83.716,58 |
| | *Suma anterior*.......... | 83.716,58 |
| | cañizadas del Estado denominadas Torre y Venterrillo............... | 974,72 |
| 1904-6 | Importe de la gratificación industrial que ha correspondido al Ingeniero Inspector de primera clase D. Juan Vélez y Granados............... | 1.503,30 |
| 1904 | Para satisfacer diferencias de mayor sueldo y aumento por años de servicio al segundo Contramaestre graduado de Alférez de Navío D. Tomás Vázquez Anelo............... | 262,50 |
| » | Para ídem de íd. íd. al segundo Condestable graduado de Alférez de Artillería D. José Carro de la Torre... | 187,50 |
| | TOTAL................. | 86.644,60 |

Madrid, 9 de Marzo de 1912.—Aprobada por S. M.=El Ministro de Hacienda, Juan Navarro Reverter.

**Número 4.**

RELACIÓN *de las obligaciones de ejercicios cerrados, reconocidas por el Ministerio de Instrucción pública y Bellas Artes importantes 69.974,33 pesetas, á que se refiere la ley de esta fecha.*

| DESIGNACIÓN DE LOS SERVICIOS | IMPORTE — Pesetas. |
|---|---|
| Para abono de dietas devengadas y no percibidas en el año de 1909 por los Jueces de varios Tribunales de oposiciones á Cátedras y Escuelas y para los demás gastos de dichos Tribunales..... | 45.359,05 |
| Para el pago de haberes y diferencias de sueldo devengados en el año 1903 por D. Carlos Hierro, D. Juan Bonner, D. Pedro Mota, D. Salvador Rodríguez y D. Blas Hernández, empleados de la Escuela de Artes é Industrias de Las Palmas... | 224,31 |
| Para abonar á D.ª Ana Gallo Alcántara el importe total de los alquileres devengados en el mes de Diciembre de 1908 por la casa construída para Instituto general y técnico, según lo que dispone la Real orden de 14 de Mayo de 1909............ | 1.250,00 |
| Para satisfacer á D. Enrique Jiménez Mayo, alumno de la Escuela de Artes é Industrias, de Santiago, la asignación de diez mensualidades que dejó de percibir en el año 1902, por la pensión que le fué concedida en 31 de Octubre de 1901.. | 416,60 |
| Para satisfacer á la Excma. señora Marquesa de Angulo el importe de los alquileres devengados por la casa de su propiedad que ocupó en Cádiz la Biblioteca provincial durante los meses de Mayo, Junio y veinticuatro días de Julio del año 1908 que quedaron pendientes de abono........ | 1.166,65 |
| Para satisfacer á los herederos de D.ª Rufina Rodríguez, Regente que fué de la Escuela Normal de Maestras de Segovia, el importe de las gratificaciones que le han sido reconocidas por Real orden de 8 de Abril de 1910............ ...... | 1.500,00 |
| Para el pago de los ascensos de antigüedad (quinquenios) devengados y no percibidos en el año 1909 por los señores Catedráticos de la Escuela de Ingenieros Industriales de Barcelona........ | 1.236,06 |
| A los herederos de D. Antonio Lafuente, propietario que fué de la casa que ocupó la Escuela Normal de Maestros, de Teruel, por el importe de la diferencia de los alquileres de dicha casa desde 1.800 á 1.375 pesetas, durante once años, comprendidos entre 1.° de Julio de 1888 á igual fecha de 1899, á razón de 125 pesetas anuales.......... | 1.375,00 |
| *Suma y sigue*............... | 52.527,67 |
| *Suma anterior*............... | 52.527,67 |
| Para el pago de las asignaciones del mes de Diciembre de 1909, devengadas en la redacción y estudios de los catálogos del Inventario Monumental y Artístico de las provincias de Teruel, Valencia y Tarragona, por D. Juan Cabré, don Manuel García Simancas y D. Rafael Domenech, respectivamente, á razón de 533 pesetas y 33 céntimos............. ......... | 1.599,99 |
| Para satisfacer á D. Luis Lozano Rey y D. Cayetano Escribano, conservadores del Museo de Ciencias Naturales, las asignaciones que debieron percibir en el año de 1909 como Auxiliares de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Madrid............................ | 500,00 |
| Para abonar á los Arquitectos D. Jesús Carrasco y D. Joaquín Saldaña el premio que les fué otorgado en la Exposición de Bellas Artes de 1906, como segunda Medalla. Real orden de 20 de Mayo de 1906........................ | 2.000,00 |
| Para pago de dietas devengadas y no satisfechas en el año de 1908 y gastos de un viaje en el de 1905 á varios señores Vocales de Tribunales de oposiciones que han reclamado su abono....... | 2.709,00 |
| Para el pago de quinquenios-gratificaciones por acumulación de Cátedras y haberes de excedencia devengados y no percibidos en el año de 1908 por los Catedráticos de la Escuela de Ingenieros Industriales de Barcelona y Catedráticos y Profesores de los Institutos generales y técnicos.... | 5.803,34 |
| Para satisfacer á D. Alejandro Ferrant y D. Manuel Barcé, Profesores de la Escuela de Artes é Industrias de Madrid, los ascensos de antigüedad que les han sido reconocidos y no satisfechos en los años de 1907 al primero de dichos señores, y 1906 y 1907 al segundo............ | 1.163,79 |
| Para el abono de quinquenios devengados y no percibidos por varios Profesores de Escuelas Normales en los años de 1902, 1903, 1904, 1905 y 1906............................ | 3.670,54 |
| TOTAL.......................... | 69.974,33 |

Madrid, 9 de Marzo de 1912.=Aprobada por S. M.—El Ministro de Hacienda, Juan Navarro Reverter.

**Número 5.**

RELACIÓN *de las obligaciones correspondientes al Ministerio de Fomento, importantes en junto 523.025,33 pesetas, á que se refiere la ley de esta fecha.*

| SERVICIOS | IMPORTE — Pesetas. |
|---|---|
| **De Agricultura, Montes y Minas.** | |
| Al Habilitado del servicio agronómico, D. Francisco Nadal, por el déficit que resulta en la cuenta presentada por el mismo de los gastos originados en los meses de Septiembre, Octubre y Noviembre de 1908, al Inspector del indicado servicio D. Manuel García y García, con motivo de haber girado una visita de inspección reglamentaria á la Región de la Mancha y Extremadura, cuyo déficit fué aprobado por orden de 25 de Noviembre del expresado año............ | 264,78 |
| Al mismo Habilitado, por el déficit que resulta en la cuenta presentada por el mismo de los gastos originados en los meses de Septiembre y Octubre de 1908, al Inspector D. Manuel Ruiz Aguilar, con motivo de haber girado una visita de inspección reglamentaria á las Regiones de Levante y Andalucía Oriental, cuyo déficit fué aprobado por orden de la misma fecha que el anterior.................................. | 337,94 |
| Al mismo Habilitado, por el déficit que resulta en la ídem íd. por el íd. de los gastos originados en los meses de Junio, Julio y Agosto de 1908, al Inspector D. Ricardo Algarra, con motivo de su visita á las Regiones de Cataluña y Baleares, cuyo déficit fué aprobado por orden de la misma fecha que el anterior....................... | 351,20 |
| Al mismo Habilitado, por el ídem que resulta en la ídem íd. por el íd. de los gastos originados en los meses de Julio y Agosto de 1908, á los Ingenieros D. Guillermo Quintanilla y D. Fidencio Gros con motivo de su viaje al extranjero, para adquirir material científico para instalación de Laboratorios, cuyo déficit fué aprobado por orden de la misma fecha que el anterior......... | 700,00 |
| Al mismo Habilitado, por el ídem que resulta en la ídem íd. por el íd. de los gastos originados en los meses de Noviembre y Diciembre de 1908, al Inspector D. Ricardo Algarra, con motivo de su visita á las Regiones de Cataluña y Baleares, cuyo déficit fué aprobado por orden de 25 de Febrero de 1909.............................. | 585,00 |
| Á D.ª Sira, D. Eusebio y D. Ramón Manteola y Suárez para abono, como rematantes de los productos de la Ordenación de los montes que forman el 6.º grupo de los establecidos en la provincia de Valladolid, de la correspondiente indemnización de perjuicios por la segregación de los pastos de los montes Antequera y Esparragal, de dicha ciudad, en cumplimiento de sentencia de la Sala de lo Contencioso del Tribunal Supremo, dictada en 25 de Febrero de 1910 en pleito promovido por D. Manuel López Flórez, contra la Real orden de 19 de Febrero de 1908, que estableció las bases para el pago de la expresada indemnización.................. | 36.719,20 |
| Al Habilitado del Servicio agronómico, D. Francisco Nadal, para abono, en virtud de lo dispuesto en Real orden de 20 de Octubre de 1908, de las indemnizaciones devengadas por el Presidente y cuatro Vocales que formaron el Tribunal de oposición á plazas de Ayudantes del expresado servicio en el año de 1908, en que tuvieron lugar los ejercicios...................... | 1.980,00 |
| Al Habilitado de la Inspección del servicio de Ordenaciones de montes, para abono de las indemnizaciones devengadas por el personal facultativo de las brigadas de Ordenaciones en trabajos ordinarios durante el cuarto trimestre de 1908.......................................... | 8.944,14 |
| *Suma y sigue*............... | 49.882,26 |

| SERVICIOS | IMPORTE — Pesetas. |
|---|---|
| *Suma anterior*.............. | 49.882,26 |
| Al Habilitado del Distrito forestal de Almería, por la diferencia del aumento del contrato de la casa que ocupan las oficinas del expresado Distrito desde el día 25 de Febrero al 31 de Diciembre de 1908, según contrato celebrado con D. José González Canet.................................... | 478,33 |
| Al Habilitado del Distrito forestal de Burgos, por los gastos ocasionados en el traslado de las oficinas del expresado Distrito forestal, según orden de la Dirección de 7 de Diciembre de 1909, realizados en el mes de Diciembre del mismo año.................................................. | 138,75 |
| Al Habilitado D. Francisco Nadal, por las indemnizaciones y gastos de movimiento devengados por el Ingeniero de Montes D. Arturo Mulet y Almenar, con motivo de su traslado desde el Distrito forestal de Almería á la Escuela especial de Ingenieros de Montes, en el mes de Noviembre de 1908............................ | 102,96 |
| Al Inspector general del Cuerpo de Ingenieros de Montes, D. Joaquín María de Castellarnáu, por el exceso de gasto que resulta en la cuenta presentada por la visita á las provincias del Norte para estudiar la enfermedad del castaño, en los meses de Agosto y Septiembre de 1908, cuyo déficit fué aprobado por orden de 5 de Febrero de 1909.......................................... | 177,00 |
| Al Inspector general del Cuerpo de Ingenieros de Montes, D. Juan Preu y Vendrell, por las indemnizaciones y gastos de movimiento devengados en compañía del Ayudante segundo don Antonio Laplana y Fernández, en la visita de inspección girada al Distrito forestal de Lérida, en cumplimiento de la Real orden de 12 de Junio de 1908, en los meses de Septiembre y Octubre de dicho año........ | 2.083,08 |
| Al Inspector general del Cuerpo de Ingenieros de Montes, D. Ricardo Acebal, por las indemnizaciones devengadas con motivo de la visita de inspección girada al Distrito forestal de León, con objeto de hacer entrega de la Inspección al Inspector en propiedad, en el mes de Noviembre de 1908.......................................... | 113,60 |
| Al Inspector general del Cuerpo de Ingenieros de Montes, D. Felipe Romero, por las indemnizaciones devengadas con motivo de su traslado desde Valladolid á León, para hacerse cargo de la Inspección en el mes de Diciembre de 1908.. | 50,52 |
| Al Inspector general de Minas, D. Fernando de los Villares Amor, por diferencia de exceso de dietas devengadas por el mismo en su representación en París, en la Comisión constituída para reanudar las conferencias sobre el Reglamento de minería con aplicación á Marruecos, en el año 1910.......................................... | 1.557,31 |
| **De Obras Públicas.** | |
| A D. Félix Galarza, por diferencia de alquileres de la casa de la Jefatura de Obras Públicas de Zamora, correspondientes al cuarto trimestre de 1908......................................... | 125,00 |
| A D. Juan Vivas Pérez, por los meses de Septiembre y Octubre de 1908, de la casa de la Jefatura de Obras Públicas de Almería................. | 416,66 |
| A D. Antonio Tamayo, por el cuarto trimestre de 1908, de la casa de la Jefatura de Obras Públicas de Almería.......................................... | 750,00 |
| A D. Julián Martín Benedito, por el cuarto trimes | |
| *Suma y sigue*............... | 55.875,47 |

| SERVICIOS | IMPORTE — Pesetas |
|---|---|
| *Suma anterior* | 55.875,47 |
| tre de la casa de la Jefatura de Obras Públicas de Castellón, del año 1908 | 437,50 |
| A D.ª Encarnación de la Hoz y Huete, por ídem ídem de ídem de Granada | 800,00 |
| A D. Bruno Pascual Ruilópez, por ídem íd. de ídem de Guadalajara | 468,75 |
| A D. Toribio Martínez Gómez, por ídem íd. de ídem de Burgos | 450,00 |
| A D. Antonio Tamayo, por ídem íd. de 1909 de la ídem íd. de Almería | 750,00 |
| A D. Toribio Martínez Gómez, por el cuarto trimestre de 1909 de la casa de la Jefatura de Obras Públicas de Burgos | 450,00 |
| A D. Julián Martín Benedito, por el cuarto ídem de ídem de la ídem de Castellón | 437,50 |
| A D.ª Encarnación de la Hoz y Huete, por el cuarto ídem de ídem de la ídem de Granada | 800,00 |
| A D. Bruno Pascual y Ruilópez, por el cuarto trimestre de 1909, de la casa de la Jefatura de Obras Públicas de Guadalajara | 468,75 |
| A D. Cristóbal Ganell, por el cuarto ídem de ídem de la División Hidráulica del Miño, en Oviedo | 365,00 |
| A D. Manuel Guillén, por la casa destinada á almacén de herramientas de la División Hidráulica del Júcar, seis días del mes de Octubre y los de Noviembre y Diciembre de 1909 | 68,75 |
| A D. Valentín Prieto, por el cuarto trimestre de la casa de la Jefatura de Obras Públicas de Zamora, de 1909 | 437,50 |
| A D. Agustín Pisoco, por el cuarto ídem de la ídem de Canarias, de ídem | 1.000,00 |
| A D. Félix Galarza, por indemnización de daños y perjuicios ocasionados en la casa donde estuvo la Jefatura de Obras Públicas de Zamora | 1.750,00 |
| Al Habilitado de Obras Públicas D. José Francos Vergara, por gastos de quebranto de moneda y conducción de caudales en los años 1909 y 1910, como Pagador del Canal de Castilla y canalización del Manzanares | 2.000,00 |
| A D. Alejandro Arroyo, por nueve días de alquiler correspondientes al mes de Abril de 1908, del piso tercero de la casa del Paseo de Recoletos, número 14, en que estuvo instalada la tercera División de Ferrocarriles | 87,50 |
| Al Inspector general del Cuerpo de Caminos, Canales y Puertos, D. Eduardo López Navarro, por la diferencia de dietas devengadas en su viaje á París como Delegado de este Ministerio, para asistir á las sesiones que celebró la Comisión internacional de los ferrocarriles transpirenaicos en el año 1908 | 150,00 |
| Al Pagador de la Jefatura de Obras Públicas de Barcelona, para abono al Torrero jubilado don Miguel Adrover, de las gratificaciones que en virtud de lo preceptuado en el artículo 66 del Reglamento del Cuerpo de Faros le corresponde percibir desde 1.° de Julio de 1907 al 30 de Septiembre de 1910 | 1.888,00 |
| Al Pagador de Obras Públicas de la Jefatura de Almería, para abono al Ingeniero del Cuerpo de Caminos, Canales y Puertos, D. José Molero, de las indemnizaciones devengadas por el mismo en los meses de Agosto á Diciembre de 1908, con motivo del estudio del proyecto del puerto de Adra, de dicha provincia, cuya comisión le fué conferida en virtud de Real orden fecha 26 de Junio de dicho año | 2.740,60 |
| A D. José Baquero, para pago de la finca de su propiedad, que le fué expropiada con motivo de las obras interiores de mejora del puerto de Llanes, en Oviedo | 2.811,34 |
| A D. Domingo Taberner, para abono de intereses de demora por saldo de liquidación, aprobada por Real orden de 13 de Octubre de 1904, y de útiles y herramientas de la contrata rescindida del tercer Depósito del Canal de Isabel II | 30.795,28 |
| *Suma y sigue* | 105.031,34 |

| SERVICIOS | IMPORTE — Pesetas |
|---|---|
| *Suma anterior* | 105.031,34 |
| Abono del saldo de liquidación adicional aprobada por Real orden de 8 de Junio de 1908 | 201.776,37 |
| Abono de indemnizaciones | 72.124,10 |
| Abono de los intereses de demora de las dos últimas partidas | 127.555,07 |
| Al Habilitado de Obras Públicas, D. José Francos Vergara, para abono de las dietas devengadas por el Tribunal de exámenes para ingreso en el Cuerpo de Ayudantes de Obras Públicas, durante el mes de Diciembre de 1909 | 990,00 |
| Al mismo Habilitado, para abono de las dietas y gastos devengados por el Tribunal de exámenes para ingreso en el Cuerpo de Sobrestantes de Obras Públicas, durante los meses de Mayo á Julio de 1910 | 2.367,25 |
| Al mismo Habilitado, para abono de las dietas y gastos devengados por el Tribunal de exámenes para ingreso en el Cuerpo de Delineantes de Obras Públicas, durante los meses de Junio y Julio de 1910 | 1.446,85 |
| Al Habilitado de la tercera División de Ferrocarriles (Central) por las dietas devengadas por el personal afecto á dicha División, en sus viajes de traslación durante el año 1909 | 40,00 |
| Al Habilitado de la cuarta División de Ferrocarriles (Sevilla), por las dietas devengadas por el personal afecto á dicha División en sus viajes de traslación durante los años de 1909 y 1910 | 379,50 |
| Al Pagador de Obras Públicas de Avila, para abono de las dietas devengadas por el personal facultativo afecto á dicha provincia en sus viajes de traslación durante los años de 1909 y 1910 | 108,00 |
| Al Pagador de Obras Públicas de Canarias, por las ídem íd. en ídem íd. de 1910 | 75,00 |
| Al ídem íd. de Castellón, por las ídem íd. en ídem íd. de 1909 | 66,00 |
| Al ídem íd. de Ciudad Real, por las ídem íd. en ídem íd. de 1909 y 1910 | 130,00 |
| Al ídem íd. de Coruña, por las ídem íd. en ídem íd. de 1910 | 325,00 |
| Al ídem íd. de Cuenca, por las ídem íd. en ídem íd. de 1909 | 120,00 |
| Al ídem íd. de Gerona, por las ídem íd. en ídem íd. de 1910 | 40,00 |
| Al ídem íd. de Huelva, por las ídem íd. en ídem íd. de 1909 y 1910 | 190,00 |
| Al ídem íd. de Huesca, por las ídem íd. en ídem íd. de 1909 y 1910 | 132,00 |
| Al ídem íd. de Jaén, por las ídem íd. en ídem íd. de 1909 | 70,00 |
| Al ídem íd. de León, por las ídem íd. en ídem íd. de 1910 | 20,00 |
| Al ídem íd. de Lérida, por las ídem íd. en ídem íd. de 1909 y 1910 | 376,50 |
| Al ídem íd. de Madrid, por las ídem íd. en ídem íd. de 1910 | 35,00 |
| Al ídem íd. de Murcia, por las ídem íd. en ídem íd. de 1909 y 1910 | 160,00 |
| Al ídem íd. de Palencia, por las ídem íd. en ídem ídem de 1909 y 1910 | 258,00 |
| Al ídem íd. de Segovia, por las ídem íd. en ídem ídem de 1910 | 25,00 |
| Al ídem íd. de Soria, por las ídem íd. en ídem íd. de 1909 | 30,00 |
| Al ídem íd. de Tarragona, por las ídem íd. en ídem ídem de 1909 y 1910 | 110,00 |
| Al ídem íd. de Zamora, por las ídem íd. en ídem ídem de 1910 | 75,00 |
| Al Habilitado de ídem íd. D. José Francos Vergara, para abono de las dietas devengadas por el personal facultativo afecto á la División general de Obras Públicas en ídem íd. durante 1909 y 1910 | 220,00 |
| Al mismo Habilitado, para ídem de las ídem ídem por el ídem íd. al Servicio Central de Señales | |
| *Suma y sigue* | 514.275,98 |

| SERVICIOS | IMPORTE — Pesetas. |
|---|---|
| *Suma anterior*.............. | 514.275,98 |
| marítimas en sus viajes de traslación durante los años de 1909 y 1910..................... | 80,00 |
| Al mismo Habilitado, para abono de las dietas devengadas por el personal facultativo afecto á la Escuela de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos en ídem íd. durante1909 y 1910.......... | 12,00 |
| Al ídem para íd. de las ídem íd. afectos al Consejo de Obras Públicas en ídem de íd. 1909 y 1910... | 190,00 |
| Al ídem para ídem de las ídem íd. afecto á la Jefatura de las carreteras pirenaicas durante 1910.. | 252,00 |
| Al Pagador de la División Hidráulica del Duero, por abono de las dietas devengadas por el personal facultativo afecto á dicha División en sus viajes de traslación efectuados en los años 1909 y 1910.............................. | 150,00 |
| Al ídem de la ídem íd. del Miño, para ídem de ídem al ídem en sus ídem y para asuntos del servicio, efectuados en los años de 1909 y 1910.. | 495,00 |
| Al ídem de la ídem del Segura, para ídem de las ídem íd. por el ídem íd. en sus ídem efectuados en 1909.......................................... | 110,00 |
| Al ídem del Canal de Castilla y sus pantanos, para ídem de las íd. por el ídem afecto á dicho Canal en sus ídem, efectuados en 1909 y 1910... | 255,00 |
| Al ídem íd. del Servicio Central hidráulico para ídem de ídem por el ídem afecto á dicho servicio en sus viajes efectuados en 1909 y 1910..... | 80,00 |
| *Suma y sigue*............... | 515.899,98 |
| *Suma anterior*.............. | 515.899,98 |
| Al Habilitado de Obras Públicas D. José Francos Vergara, para abono de las dietas devengadas por el personal que estuvo afecto á la Subdirección de Aguas y Obras de riego en viajes de traslación en 1910.............................. | 280,00 |
| Al Pagador de Obras Públicas de Almería, para abono de las gratificaciones reglamentarias devengadas por los Torreros de faros afectos á dicha provincia en el mes de Diciembre de 1909. | 209,00 |
| Al Pagador de Obras Públicas de Barcelona, para ídem de las ídem devengadas por los ídem de ídem íd. en Diciembre de 1909................. | 15,50 |
| Al ídem de íd. de Murcia, para ídem íd. devengadas por los ídem en Diciembre de 1909......... | 193,75 |
| Al ídem de íd. de Pontevedra, para ídem íd. devengadas por los ídem en Diciembre de 1909.... | 139,50 |
| Al ídem de íd. de Valencia, para ídem íd. devengadas por los ídem en Diciembre de 1909....... | 170,50 |
| Al Habilitado de este Ministerio D. Bartolomé Rodas, para abono de los gastos y dietas devengadas por el Director general de Obras Públicas y el personal auxiliar, con motivo de la inauguración del Canal de la Huerta, en Alicante, y de las visitas de inspección á las obras públicas de Valencia, Cáceres, Badajoz y Sevilla, en los meses de Octubre y Noviembre del año de 1910.............................................. | 6.117,10 |
| TOTAL........................ | 523.025,33 |

Madrid, 19 de Marzo de 1912.=Aprobada por S. M.—El Ministro de Hacienda, Juan Navarro Reverter.

**Número 6.**

RELACIÓN *de las obligaciones de ejercicios cerrados á que se refiere la ley de esta fecha, importantes en junto 315.595,47 pesetas.*

| SERVICIOS | IMPORTE — Pesetas. |
|---|---|
| **Sección 9.ª—Ministerio de Hacienda.** | |
| Para abonar al personal de la Abogacía del Estado las indemnizaciones de residencia en Canarias, correspondientes á los meses de Septiembre á Diciembre de 1910, á razón de 33 por 100 sobre sus sueldos. Real orden de 22 de Octubre de 1910.......................................... | 1.375,00 |
| Para ídem íd. al mismo personal por indemnizaciones de Diciembre de 1910. Real orden de 4 de Junio de 1910.............................. | 453,75 |
| *Oviedo.*—Para satisfacer al propietario del edificio Delegación de Hacienda, en dicha provincia, los alquileres correspondientes á cinco días de Noviembre y todo el mes de Diciembre de 1908. Real orden de 5 de Marzo de 1909.............. | 918,23 |
| *Guipúzcoa.*—Para satisfacer á D. Narciso González y D. Angel Romero, Oficiales de la Inspección de Hacienda de Burgos, el saldo que resultó á su favor en las cuentas de dietas devengadas en comisión del servicio realizado en las fábricas de cerillas de Guipúzcoa, á razón de 143,75 pesetas cada uno. Real orden de 5 de Febrero de 1910... | 287,50 |
| *Central.*—Para satisfacer al Banco de España los gastos suplidos por él en la renovación de títulos de la Deuda del 4 por 100 interior. Real orden de 27 de Octubre de 1909 (francos).......... | 9.801,08 |
| *Central.*—Abono de gastos á la Sección facultativa de Montes, correspondiente á los meses de Septiembre á Diciembre de 1909, ambos inclusive. Real orden de 16 de Septiembre de 1910........ | 18.375,30 |
| *Central.*—Para formalizar en Rentas públicas, | |
| *Suma y sigue*......................... | 31.210,86 |
| *Suma anterior*......................... | 31.210,86 |
| «Ejercicios cerrados,» «Contribuciones directas,» «Impuesto sobre las utilidades de la riqueza mobiliaria», el 12 por 100 de la suma correspondiente á las dietas devengadas por don Manuel Ruiz Señén, en la comisión conferida al mismo en 1.º de Junio de 1909, relativa á la valoración de varias fábricas de cerillas. Real orden de 2 de Noviembre de 1909.............. | 115,20 |
| *Orense.*—Para satisfacer á D. Valentín Bravo y D. José Astray los gastos causados por la comisión que les fué conferida por orden del Delegado de Hacienda en 30 de Octubre de 1907, para el recuento de cerillas y fósforos en la Subalterna de Ribadavia. Real orden de 16 de Marzo de 1909.................................................. | 59,00 |
| *Huesca.*—Para abonar á D. Bernardino Vizarraga el importe de los gastos causados por traslación de local de los muebles y archivos de la Delegación de Hacienda. Real orden de 9 de Diciembre de 1909.......................................... | 750,00 |
| *Suman los créditos de la sección 9.ª*......... | 32.135,06 |
| **Sección 10.ª — Gastos de las contribuciones y rentas públicas.** | |
| *Coruña.*—A los herederos de D. Félix Soto, por redención del capital de dos censos impuestos en dos casas y una huerta que radican en término de Santiago. Real orden de 16 de Septiembre de 1908.......................................... | 3.347,67 |
| *Suma y sigue*......................... | 3.347,67 |

| SERVICIOS | IMPORTE — Pesetas. |
| --- | --- |
| *Suma anterior*.............. | 3.347,67 |
| *Burgos*.—Para indemnizar á D.ª Estefanía Esteban Valcabado, por desperfectos causados en el monte Espinal. Real orden de 11 de Diciembre de 1908.................................. | 1.128,00 |
| *Madrid*.—Para satisfacer á D. Ricardo Pérez García las costas en que fué condenado el Estado en autos seguidos con el mismo en el requerimiento de inhibición al Juzgado de Alcalá de Henares para conocer de un pleito sobre propiedad de unos árboles. Real orden de 5 de Febrero de 1909.................................. | 1.295,14 |
| *Pontevedra*.—Para satisfacer á D. Manuel Carvallo intereses de 5 por 100 de la cantidad devuelta por nulidad de redención de un censo fundado en la capilla de Nuestra Señora del Socorro de la Parroquia de Santa María de dicha ciudad. Se acredita esta suma en virtud de sentencia dictada en 3 de Septiembre de 1908 por el Tribunal Supremo, en el recurso contencioso administrativo entablado por el interesado; debiendo anularse el crédito de 711,61 pesetas, concedido en otros, con este mismo objeto, por la ley de 24 de Diciembre de 1907. Real orden de 29 de Enero de 1909. .......................... | 3.044,76 |
| *Madrid*.—Para satisfacer á D. Pedro Calderón y Ceruelo, Marqués de Algara de Grés, en representación de los herederos de D. Ignacio López Páramo, el importe de las costas á cuyo pago fué condenado el Estado en el pleito que se siguió contra aquéllos sobre reclamación de herencia. Real orden de 14 de Mayo de 1909............. | 2.331,51 |
| *Madrid*.—Para pago á D. Fernando Casani, Conde de Vilana, en concepto de apoderado de don Juan Manuel Herreros de Tejada, de los intereses de 5 por 100 de sumas devueltas por nulidad de redención de un censo que gravaba la casa número 20 de la calle de la Luna. Real orden de 25 de Junio de 1909.......................... | 4.836,29 |
| *Madrid*.—Para abonar á D. Manuel Uría, por sí y como apoderado de los herederos del Marqués de Vista Alegre, intereses de 5 por 100 de las cantidades que ingresaron por la compra de dos casas en esta Corte, cuya venta fué anulada.—Habiendo revocado D.ª María del Carmen Unquera y Díaz de Mendívil el poder que tenía dado al referido D. Manuel Uría, dicha señora cobrará su participación por sí ó por la persona que legalmente la represente. Real orden de 6 de Agosto de 1909.......................... | 37.381,32 |
| *Orense*.—Para satisfacer á D. Indalecio Losada Vázquez intereses de 5 por 100, correspondientes á las sumas devueltas por nulidad de venta de la finca número 4.003, del inventario del Clero, denominado Suerte del Centro. Real orden de 23 de Julio de 1909.............................. | 1.246,47 |
| *Albacete*.—Para abonar á D. Mariano Precioso los intereses de 5 por 100 de sumas devueltas por nulidad de venta del lote 3.º de la dehesa llamada Uchea. Real orden de 5 de Febrero de 1909.. | 2.686,29 |
| *Huelva*.—Para satisfacer á D. Francisco Bueno, editor del *Boletín Oficial de Ventas de Bienes Nacionales*, de dicha provincia, el importe de dos cuentas de impresiones del mismo. Real orden de 2 de Julio de 1909.......................... | 180,00 |
| *Pontevedra*.—Para pago á D. Andrés Landín, contratista del *Boletín de Ventas*, de dicha provincia, de dos cuentas de impresión de dicho periódico, correspondientes á los años de 1902 y 1903, importantes, respectivamente, 150 pesetas y 93,75. Real orden de 16 de Abril de 1909............. | 243,75 |
| *Alicante*.—Para abonar á D. Daniel Pérez Fernández los intereses de 5 por 100 del precio de la finca Laguna de Salinas, que adquirió del Estado, y cuya venta fué anulada. Real orden de 26 de Febrero de 1909.......................... | 51.793,47 |
| *Zamora*.—Para abonar á los herederos de D. Ale | |
| *Suma y sigue*.............. | 109.514,67 |

| SERVICIOS | IMPORTE — Pesetas. |
| --- | --- |
| *Suma anterior*.......................... | 109.514,67 |
| jandro Alfajeme Rubio intereses del 5 por 100 de sumas devueltas por nulidad de la venta de la finca número 1.242 del inventario. Real orden de 2 de Abril de 1909.......................... | 29.078,91 |
| *Málaga*.—Para abonar á D. Francisco Fernández Sánchez el importe de las mejoras realizadas en la finca número 3.068 del inventario, cuya venta fué anulada. Real orden de 20 de Agosto de 1909. | 1.165,75 |
| *Toledo*.—Para pago á D. Pedro Buendía y López de los intereses de 5 por 100 de sumas devueltas por nulidad de venta de la finca número 327 del inventario. Real orden de 3 de Diciembre de 1909.......................... | 369,69 |
| *Pontevedra*.—Para satisfacer á D. José Alonso Colmenares, en representación de D. Félix Herrero Ceballos, los intereses de 5 por 100 de la suma devuelta por haberse declarado nula la venta de la casa número 17 de la calle de San Francisco, de la ciudad de Vigo. Real orden de 3 de Diciembre de 1909.......................... | 2.075,00 |
| *Oviedo*.—Para abono de intereses de 5 por 100 á D.ª Claudia Galán y D. Félix y D. Rafael Netto Galán, como albaceas testamentarios de D. Rafael Netto y Netto, por sumas devueltas á consecuencia de anulación de venta de la finca número 1.877 del inventario, denominada «Bargañón y Llerón». Real orden de 17 de Diciembre de 1909. | 4.522,31 |
| *Coruña*.—Para satisfacer á D.ª Carmen y D.ª Josefa Pérez Dávila la parte proporcional que al Estado corresponde abonar de las pensiones de un censo que gravaba los bienes del Iglesario de Santa Eulalia de Brens. Real orden de 5 de Noviembre de 1909.......................... | 908,04 |
| *Madrid*.—Para satisfacer á D. Felipe Gorri el importe de las costas devengadas en el pleito seguido por los herederos de D.ª Teresa Gil Virseda con el Estado sobre reivindicación de terrenos en esta provincia. Real orden de 17 de Diciembre de 1909.......................... | 1.754,22 |
| *Toledo*.—Para abonar á D. Rafael Vallet, como apoderado de D. Antonio y D. Agustín Uzatal, el importe de las mejoras realizadas en siete fincas rústicas de los propios de Buenaventura, cuya venta fué anulada. Real orden de 18 de Marzo de 1910.......................... | 5.170,00 |
| *Salamanca*.—Para satisfacer á D. Esteban Jiménez de la Flor los intereses de 5 por 100 de sumas devueltas por nulidad de venta de la finca número 1.373 del inventario. Real orden de 10 de Diciembre de 1909.......................... | 2.978,35 |
| *Palencia*.—Para satisfacer á D. Faustino Saiz y Arnáiz los intereses de 5 por 100 correspondientes á las sumas devueltas por nulidad de venta de la finca número 14.310 del inventario. Real orden de 4 de Febrero de 1910.......................... | 141,63 |
| *Madrid*.—Para abonar á D. Eduardo Serrano Fatigati, como apoderado de los herederos de don José Ramón Sierra, los intereses de 5 por 100 por nulidad de venta de unas fincas en Vallecas. Real orden de 18 de Marzo de 1910............. | 40.060,07 |
| *Avila*.—Para satisfacer á los herederos de D.ª Leonarda Cabrero el importe de los alquileres correspondientes á todo el año de 1909 del local que ocupan las oficinas de la Delegación de Hacienda en dicha provincia. Real orden de 4 de Febrero de 1910.......................... | 5.500,00 |
| *Cáceres*.—Para abonar á D. Baldomero Ferrer, en representación de los herederos de D. Benito de Osma, los intereses del 5 por 100 de sumas devueltas por nulidad de venta de la finca denominada Valdelayegua. Real orden de 28 de Octubre de 1910.......................... | 20.603,83 |
| *Sevilla*.—Para abonar á D. Carlos Valdivia y Ruiz de Valenzuela mejoras en una casa de la calle de Pompeyo, en Osuna. Real orden de 23 de Julio de 1909.......................... | 174,75 |
| *Suma y sigue*.......................... | 223.986,72 |

| SERVICIOS | IMPORTE — Pesetas. |
|---|---|
| *Suma anterior* | 223.986,72 |
| *Madrid.*—Para abonar á D. Luis Federico Guirao, como representante legal de D. Luis Sánchez Mata, D. Luis Ramos Portillo y D. Eduardo Sánchez Mata, los intereses de cantidades ingresadas y devueltas por nulidad de venta del tranzón número 1 de las doce calles de árboles de Aranjuez, en la proporción que á cada uno de ellos le corresponda. Real orden de 5 de Agosto de 1910 | 4.713,22 |
| *Cádiz.*—Para pago á D. Manuel Grosso, como apoderado de D. Nicolás Marset, de los intereses correspondientes á las sumas devueltas por nulidad de venta de la finca número 592 del inventario. Real orden de 4 de Julio de 1910 | 1.295,80 |
| *Guadalajara.*—Para reintegrar al Ayuntamiento y Junta pericial de Fuentelahiguera los gastos ocasionados por los trabajos llevados á cabo para la formación del catastro por masas de cultivo y del Registro fiscal de las propiedades rústica y pecuaria de aquel distrito municipal. Real orden de 28 de Julio de 1910 | 7.663,25 |
| *Central.*—Para abonar á la Embajada de España en París la cantidad de 183,25 francos por la publicación en periódicos franceses del anuncio de subasta del arriendo de las minas *Arrayanes*, en Linares. Real orden de 4 de Julio de 1910 | 183,25 |
| *Carabineros.*—Para satisfacer diversas obligaciones de ejercicios cerrados que se detallan en el expediente que es adjunto | 7.973,77 |
| *Zamora.*—Para abonar á D. Jerónimo Sánchez Domínguez, en representación de los herederos de D. Dimas, D. Pedro y Doña Rosa García Sánchez intereses de 5 por 100 de sumas devueltas por nulidad de venta de los quiñones 3.°, 4.°, 6.°, 9.°, 13, 14 y 17 del monte «Coto» de los propios de | |
| *Suma y sigue* | 245.816,01 |

| SERVICIOS | IMPORTE — Pesetas. |
|---|---|
| *Suma anterior* | 245.816,01 |
| Benialbó. Real orden de 3 de Diciembre de 1910. | 24.123,93 |
| *Cáceres.*—Para satisfacer á Doña Isabel de Cáceres intereses del 5 por 100 de sumas devueltas por nulidad de ventas de un censo ó indemnización de rentas. Real orden de 16 de Diciembre de 1910 | 4.579,37 |
| *Madrid.*—Para pago á D. Mariano Hernández Dueñas del importe de las costas en que fué condenado el Estado en apelación interpuesta á nombre del mismo en juicio declarativo de menor cuantía incoado en el Juzgado de Torrijos, sobre adjudicación de la mitad de los bienes que constituían la Capellanía fundada por doña Catalina Vázquez. Real orden de 11 de Enero de 1911 | 461,93 |
| *Madrid.*—Para abonar á D. Julio Ferrer el importe de las pensiones vencidas en los años de 1906 y 1907, de un censo que gravaba la casa números 5 y 7 de la calle del Turco, de esta Corte. Real orden de 26 de Enero de 1911 | 4.516,13 |
| *Orense.*—Para indemnizar á D. Vicente Domínguez, como subrogado en los derechos del arrendamiento del impuesto de Consumos de la capital, la suma que se le ha reconocido. Real orden de 6 de Febrero de 1911 | 3.963,01 |
| *Suman los créditos de la sección 10.ª* | 283.460,41 |

RESUMEN

| | |
|---|---|
| Sección 9.ª—Ministerio de Hacienda | 32.135,06 |
| Sección 10.ª—Gastos de las contribuciones y rentas públicas | 283.460,41 |
| TOTAL | 315.595,47 |

Madrid, 9 de Marzo de 1912.—Aprobada por S. M.—El Ministro de Hacienda, Juan Navarro Reverter.

## MINISTERIO DE LA GUERRA

### REALES DECRETOS

En consideración á lo solicitado por el General de brigada D. Fernando Jáudenes y Gómez, y de conformidad con lo propuesto por la Asamblea de la Real y militar Orden de San Hermenegildo,

Vengo en concederle la Gran Cruz de la referida Orden, con la antigüedad del día 12 de Noviembre de 1911, en que cumplió las condiciones reglamentarias.

Dado en Palacio á veinte de Marzo de mil novecientos doce.

ALFONSO.

El Ministro de la Guerra,
Agustín Luque.

En consideración á lo solicitado por el General de brigada D. Joaquín Martínez García, y de conformidad con lo propuesto por la Asamblea de la Real y militar Orden de San Hermenegildo,

Vengo en concederle la Gran Cruz de la referida Orden, con la antigüedad del día 6 de Diciembre de 1911, en que cumplió las condiciones reglamentarias.

Dado en Palacio á veinte de Marzo de mil novecientos doce.

ALFONSO.

El Ministro de la Guerra,
Agustín Luque.

## MINISTERIO DE LA GOBERNACIÓN

### EXPOSICIÓN

SEÑOR: El Real decreto de 26 de Octubre de 1907, mandando instalar una red completa de comunicaciones telefónicas interurbanas en la Península, está sin cumplimentar, por lo que se refiere á la zona Noroeste, á causa de dificultades que se han presentado en la práctica.

Con objeto de que la mencionada soberana disposición reciba su debido cumplimiento, á fin de que la zona citada no carezca de este importante medio de comunicación y al propio tiempo con el de unificar el plazo de explotación de las redes de las tres zonas en que se ha dividido la Península, ya que es una sola la entidad concesionaria, el Ministro que suscribe tiene la honra de someter á la aprobación de V. M. el adjunto proyecto de Real decreto, modificando algunas condiciones del contrato de la red del Noroeste y unificando las de explotación de las tres que han de constituir el sistema telefónico interurbano de España.

Madrid, 19 de Marzo de 1912.

SEÑOR:
A L. R. P. de V. M.,
Antonio Barroso y Castillo.

### REAL DECRETO

A propuesta del Ministro de la Gobernación, de acuerdo con el Consejo de Estado en pleno y con Mi Consejo de Ministros,

Vengo en decretar lo siguiente:

Artículo 1.° Se concede á la Compañía Peninsular de Teléfonos la ampliación de treinta meses del plazo para ejecutar la construcción de la red telefónica interurbana del Noroeste, á contar este plazo desde la fecha de la publicación de este Decreto en la GACETA DE MADRID.

Este plazo será improrrogable, y á cambio de esta ampliación la Compañía se obligará á tener terminado dentro de los primeros catorce meses el circuito Madrid-Burgos con sus estaciones de Avila, Medina, Valladolid, Palencia y Burgos.

Art. 2.° Se imponen á la Compañía Peninsular las siguientes condiciones:

*a)* Modificación del trazado del Noroeste, sustituyendo en el trazado actual la línea de Palencia á Santander por la de Palencia á Burgos y Miranda, y agregando un nuevo circuito de tres y medio milímetros desde Santander á Avilés por Llanes y Oviedo, y un nuevo circuito colgado de tres y medio milímetros en la línea de Madrid á Palencia.

*b)* Unificación de las tres concesiones en la forma que sirvió de base al Real decreto de 26 de Octubre de 1907 y respectivos pliegos de condiciones, ó sea globando los tres tipos de capital y los tres de canon para que los respectivos totales sean aplicados á la forma logarítmica y determinen el número de años de concesión para la red general, y globando también asimismo las tres cifras de recaudación que corresponde íntegra á la Compañía para formar la cantidad total, pasada la cual, el Estado vendrá á participar en el 25 por 100.

c) Que toda nueva línea de carácter interurbano que se pretenda construir para enlazar con la red general, se dará preferencia á la Compañía para construirla en las mismas condiciones que todas las demás líneas de agregación, otorgándole treinta días de plazo para aceptarla.

d) Obligación por parte de la Compañía de construir un nuevo circuito colgado de cinco milímetros en la línea de Madrid á Zaragoza.

e) Obligación por parte de la Compañía de construir un nuevo circuito de tres y medio milímetros directo entre Madrid y Jaén, aprovechando el mayor trayecto posible de colgado.

f) Obligación por parte de la Compañía de construir un nuevo circuito colgado de tres y medio milímetros de Córdoba á Sevilla.

La Compañía peninsular de Teléfonos vendrá obligada á construir por su cuenta, sin abono alguno por parte del Estado, las tres líneas á que se refieren los apartados d), e) y f); por lo tanto, sin que ello altere en nada el contrato ni produzca modificación alguna en su duración.

Si el Estado procediera á la incautación de las líneas interurbanas antes del término de concesión, el valor de estas líneas de aumento ó de agregación, calculado por los mismos precios unitarios consignados en los pliegos respectivos, y en su caso, en la modificación de la cláusula 11 en el Noroeste, será previamente abonado á la Compañía en la parte correspondiente al tiempo que se acorte la explotación y aplicando para esta operación las tablas logarítmicas, á tenor de un 5 por 100 de interés anual para el capital.

g) En cualquier momento y durante el tiempo de la explotación, el concesionario, de acuerdo con la Dirección General de Telégrafos, podrá establecer nuevas líneas, ó nuevo colgado de circuito cuando las necesidades del servicio así lo exijan.

El importe de estas construcciones correrá á cargo exclusivamente del concesionario, sin abono alguno por parte del Estado, y sin alteración en la duración de su contrato, con la misma aclaración para el caso de incautación por el Estado.

h) Para llevar á cabo la unificación de las tres redes, se aplicarán á las otras construcciones del Nordeste y del Sur las condiciones c) y g) de este artículo y las C. y D. del artículo siguiente.

i) La Compañía Peninsular de Teléfonos se compromete á rebajar en un 10 por 100 la tasa actual de sus conferencias de abono en las tres redes de que es concesionaria.

Art. 3.° Se accede á la alteración solicitada por la Compañía de que sean modificados los artículos 11 y 13 del actual pliego de condiciones de la red del Noroeste, y á la interpretación de los 18 y 21 en esta forma:

*A.* Aceptación de los tipos de coste solicitados para construcción y colgado en la reforma propuesta como modificación de la condición 11 del pliego del Noroeste por la Compañía.

*B.* Elevar á la cifra de 1.200.000 pesetas que se consignan como recaudación íntegra para la Compañía, es decir, que la participación de un 25 por 100 que tiene el Estado sea del exceso de recaudación bruta sobre 1.200.000 pesetas.

*C.* Facultad para la Compañía de agregar nuevas poblaciones á la red general durante dos años, á contar del término total de las obras (salvando el error de redacción actual).

*D.* Abonos interurbanos á domicilio de particulares y de Compañías, Sociedades, Bancos, pero sólo para el servicio interurbano.

*E.* La cláusula 14 del actual contrato del Noroeste, relativa á la incautación por el Estado, se entenderá adicionada, expresando que si la incautación se verificase antes de los diez años, se garantizaría á la Compañía el interés del 5 por 100 del capital empleado.

Dado en Palacio á diecinueve de Marzo de mil novecientos doce.

ALFONSO.

El Ministro de la Gobernación,
Antonio Barroso y Castillo.

## REAL DECRETO

De acuerdo con Mi Consejo de Ministros, á propuesta del de la Gobernación y con arreglo á los artículos 1.° y 8.° del Real decreto de 29 de Julio de 1910,

Vengo en conceder al Coronel de Infantería D. Casto de Campos y Guereta, la Gran Cruz de la Orden civil de Beneficencia con distintivo negro y blanco, en canje de la de primera clase que le fué conferida por Real orden de 23 de Febrero de 1877, por su comportamiento en el incendio ocurrido en Logroño en 6 de Marzo de 1876.

Dado en Palacio á dieciocho de Marzo de mil novecientos doce.

ALFONSO.

El Ministro de la Gobernación,
Antonio Barroso y Castillo.

# MINISTERIO DE LA GUERRA

## REAL ORDEN CIRCULAR

Excmo. Sr.: En cumplimiento á lo ordenado en disposiciones vigentes, respecto á publicación de convocatorias para Academias militares,

El Rey (q. D. g.), se ha servido disponer lo siguiente:

1.° El día 1.° de Julio próximo darán principio los exámenes de ingreso en las Academias militares de Infantería, Caballería, Artillería, Ingenieros é Intendencia, establecidas, respectivamente, en Toledo, Valladolid, Segovia, Guadalajara Avila.

2.° El número de alumnos que podrá admitir cada Academia es el siguiente:

Infantería, 300.
Caballería, 30.
Artillería, 75.
Ingenieros, 30, é
Intendencia, 75.

3.° Además de las plazas señaladas, entrarán fuera de número los aspirantes aprobados á quienes no corresponda plaza por la calificación obtenida y se hallen comprendidos en el Real decreto de 21 de Agosto de 1909 (*C. L.*, núm. 174) y Real orden circular de 23 de Junio de 1911 (*D. O.*, núm. 137). De igual derecho disfrutarán los hijos de militar ó marino condecorado con la Cruz de San Fernando obtenida en virtud de juicio contradictorio, con arreglo á la ley de 18 de Mayo de 1862, siempre que la concesión se haya hecho con anterioridad á la fecha del expresado Real decreto.

4.° El concurso tendrá lugar con arreglo á las bases que se expresan, sujetándose los exámenes en todas las Academias á las papeletas que á continuación se insertan, no debiendo exigirse las notas que figuran en los textos.

5.° Los oficiales del Ejército y sus asimilados no podrán presentarse en los concursos para ingreso en las Academias militares, ni serán admitidos como alumnos.

6.° Se observarán en un todo las prescripciones del Reglamento aprobado por Real decreto de 27 de Octubre de 1897 (*C. L.*, núm. 281), en los artículos del 59 al 92, ambos inclusive.

7.° Por ningún motivo se admitirá mayor número de alumnos que el señalado en los párrafos 2.° y 3.° de la presente disposición, cubriéndose con los aprobados sin plaza y por el orden de censuras, solamente hasta el 15 de Septiembre próximo, las vacantes que ocurran por separación ó falta de presentación entre los de nueva entrada. Será nombrado alumno el aspirante aprobado sin plaza, á quien se concedan los beneficios de ingreso y permanencia antes de la indicada fecha.

8.° Al ingresar en las Academias los alumnos procedentes de la clase de paisano, serán filiados y prestarán el juramento de banderas.

De Real orden lo digo á V. E. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. E. muchos años. Madrid, 15 de Marzo de 1912.

LUQUE.

Señor...

**Bases que se citan para el concurso de ingreso en las Academias militares, que ha de tener lugar el día 1.° de Julio próximo.**

Artículo 1.° Para ingresar en las Academias militares necesitan reunir los aspirantes las circunstancias siguientes:

*a)* Ser ciudadano español, soltero ó viudo sin hijos;

*b)* Estar comprendido en los límites de edad que á continuación se expresan:

LÍMITE MÁXIMO.—Edad de los aspirantes en 31 de Diciembre de 1911.

Aspirantes paisanos, hijos de paisanos, menos de veintiún años.

Aspirantes paisanos, hijos de militar, menos de veintidós años.

Aspirantes individuos de tropa, con menos de dos años de servicio en filas, menos de veintitrés años.

Aspirantes individuos de tropa, con más de dos años de servicio en filas, menos de veintiocho años.

LÍMITE MÍNIMO.—Prevenido por Real orden de 4 de Julio de 1896 (*D. O.* número 148), que no puede ejercerse el empleo de Oficial fuera de las Academias militares antes de los diecisiete años, y que á este precepto se sujete la edad mínima que debe exigirse tengan los aspirantes á ingreso, habrán de acreditar que tienen edad suficiente para llegar á los diecisiete años antes de las fechas que se expresan:

Infantería, 1.° de Septiembre de 1915.
Caballería, ídem íd.
Artillería, ídem de 1917.
Ingenieros, ídem íd.
Intendencia, ídem de 1915;

*c)* Tener las aptitudes físicas necesarias, cuya apreciación se hará por un Tribunal facultativo compuesto de tress Médicos militares que tengan destino en la localidad donde radica la Academia, figurando entre ellos, en cada Tribunal, los del respectivo centro de enseñanza; los Gobernadores militares, de acuerdo con los Directores de las Academias, dispondrán lo conveniente para que dicho Tribunal se constituya y actúe en relación con los ejercicios de examen. En el caso de que en una Academia no pueda constituirse el Tribunal facultativo en la forma indicada, por falta de personal, el Gobernador militar lo pondrá en conocimiento del Capitán general con la debida anticipación, el cual cumplimentará lo anteriormente dispuesto, valiéndose al efecto del personal del Cuerpo de Sanidad Militar de la región. El referido Tribunal aplicará á todos los aspirantes el cuadro general de exenciones vigentes para el ingreso en el Ejército. El resultado del reconocimiento facultativo verificado en esta forma, tendrá carácter *definitivo é inapelable*, quedando sin curso las instancias que se promuevan en solicitud de nuevo reconocimiento. En la convocatoria del año actual, el resultado del reconocimiento verificado en una Academia será valedero para las demás.

Los Directores de ellas facilitarán á los aspirantes que lo deseen un certificado del reconocimiento sufrido, cualquiera que sea su resultado, dándose cuenta á las demás Academias de los que vayan resultando *inútiles ó útiles condicionales*. Dichos certificados serán expedidos por los tres Médicos que forman el Tribunal facultativo, con el *visto bueno* del Director;

*d)* Los aspirantes deberán tener la estatura y desarrollo físico, proporcionado á su edad;

*e)* Carecer de todo impedimento para ejercer cargos públicos;

*f)* No haber sido expulsado de ningún Establecimiento oficial de enseñanza.

Para optar á los beneficios de edad que se concede á los individuos de tropa, es necesario que éstos se hallen presentes en filas al solicitar el ingreso, ó bien en la situación de licencia ilimitada en el Ejército ó inscritos disponibles en la Marina, ambas situaciones por exceso de fuerza (Real orden de 18 de Agosto de 1894, *C. L.* núm. 247).

Los que fuesen voluntarios necesitan llevar más de dos años en filas, precisamente, en 1.° de Septiembre.

Los individuos de tropa que hayan ingresado en el servicio en calidad de voluntarios, y que después hayan sido declarados soldados en virtud de la ley de Reclutamiento, se considerarán para los beneficios de edad, como de reclutamiento forzoso, contándoseles en este concepto el tiempo servido desde que ingresaron en el servicio.

Art. 2.° Los aspirantes á ingreso en cualquier Academia, solicitarán examen en instancia al Director de ella, formulada en papel del sello de undécima clase, acompañando acta civil de nacimiento, legalizada debidamente si está extendida en distrito notarial diferente de aquel en que se halla enclavada la Academia, y á los mayores de catorce años, cédula personal, que se devolverá al interesado en el plazo más breve posible, y certificado de soltería ó de ser viudo sin hijos.

Las instancias documentadas deberán encontrarse en las respectivas Academias el día 1.° de Junio próximo, teniendo por no presentadas las que se reciban después de la mencionada fecha.

Art. 3.° Además de los documentos anteriores, los hijos de militar ó marino acreditarán esta circunstancia con copia legalizada del ultimo real despacho, expedido á favor de su padre, ó de la Real orden de su empleo, y los hijos de los condecorados con la Cruz de San Fernando, á que se hace referencia en el artículo 3.° de la presente disposición, en forma análoga.

Art. 4.° Los huérfanos ó hermanos de militar ó marino con derecho á beneficios para el ingreso y permanencia en las Academias militares, y los hijos de los Jefes, Oficiales y tropa pertenecientes al Cuerpo de inválidos, deberán acreditarlo con copia de la Real orden en que se reconozca oficialmente esta circunstancia.

Art. 5.° Los individuos de tropa del Ejército ó Armada, presentarán las instancias por conducto de sus Jefes naturales, quienes las cursarán directamente y en el más breve plazo, á las Academias, acompañando copia de la filiación del interesado y hoja de castigos.

Art. 6.° Recibidas las instancia y examinadas por las Juntas facultativas de las Academias, el Director de cada una comunicará á los aspirantes haber sido admitidos á examen, por las razones que se opongan á ello, á medida que se vayan recibiendo.

El oficio de admisión á examen en una Academia, puede suplir á la documentación al solicitar examen en otra, siempre con sujeción á lo dispuesto en el segundo párrafo del artículo 2.°

Art. 7.° El orden en que los aspirantes han de sufrir los exámenes se determinará por sorteo, que se celebrará en las Academias el 20 de Junio, y al que los interesados podrán concurrir si lo desean.

La Academia comunicará á los interesados las fechas en que deban verificar todos los actos del examen. Queda autorizado el cambio de número entre los aspirantes, que se acreditará manifestándolo al Director de la Academia en oficio firmado por los interesados.

Cuando haya dos ó más aspirantes que sean hermanos, se incluirá en sorteo solamente á uno de ellos, considerándose á los otros con el mismo número que el primero, para que sean examinados en la misma tanda, pudiendo verificar el cambio de número, colectivamente ó por separado.

El certificado de haber estado examinándose un aspirante en otra Academia en los días en que debería presentarse á sufrir examen en una de ellas, surtirá los mismos efectos que el de enfermedad.

Art. 8.° Todos los aspirantes que tomen parte en los concursos de ingreso, satisfarán en concepto de derechos de examen la cantidad de 25 pesetas, que deberán abonarse antes de empezar el examen del primer ejercicio. Están exentos del pago de estos derechos los comprendidos en el apartado 3.° de la presente disposición, y además los hijos de individuos de tropa, los de viuda de militar sin derecho á pensión de viudedad ó que ésta sea menor que la de Jefe, huérfanos con pensión y Sargentos, Cabos y soldados, procedentes de alistamiento, con más de dos años de servicio en filas.

Art. 9.° Los exámenes de ingreso se subdividirán en tres ejercicios:

Primer ejercicio.—Gramática castellana. — Geografía. — Historia universal y particular de España.—Lectura y traducción del francés.—Dibujo de figura.

El examen de Dibujo consistirá en copiar de estampa una cabeza.

Segundo.—Aritmética y Algebra.

Tercero.— Geometría.— Trigonometría rectilínea.

Los programas para el examen de Gramática castellana, Geografía é Historia de España y universal, serán los aprobados por Real orden de 12 de Febrero de 1891 (*C. L.* núm. 68), y los textos, el compendio de Gramática y prontuario de Ortografía de la Real Academia Española; Geografía, Villalba; Historia de España, Beltrán; Historia universal, Castro, aumentada por Sales y Ferré.

Art. 10. El examen de Gramática, Geografía é Historia, puede sustituirse por certificados de aprobación, expedidos por un Instituto de segunda enseñanza, por una Academia militar, Colegios de Trujillo, María Cristina, Santiago, Santa Bárbara y San Fernando, Huérfanos de la Guerra y Alfonso XIII, Negociado de Escuelas del Ministerio de Marina, como igualmente por las Escuelas oficiales de Industria y Comercio, según lo preceptuado en las disposiciones vigentes.

Los certificados de aprobación de las asignaturas nombradas, expedidos con arreglo al plan de segunda enseñanza aprobado por Real orden de 27 de Agosto de 1891, deberán comprender en Geografía la aprobación de los primero y segundo años.

Art. 11. Las notas numéricas que expresan el resultado de los exámenes, serán cuatro: una en Aritmética, otra en Algebra, otra en Geometría y otra en Trigonometría, necesitándose la nota mínima de siete en cada asignatura por separado, para que se considere aprobado un aspirante.

Art. 12. En los exámenes de Francés, Dibujo, Geografía, Historia y Gramática, no habrá más calificación que *aprobado* ó *desaprobado*, y, por tanto, no influirá en el orden de preferencia.

La aprobación de Francés y Dibujo en una Academia, será válida para los demás, mediante presentación del certificado correspondiente.

Los aspirantes que se hallen en posesión de los certificados de utilidad física y de aprobación del primer ejercicio en una Academia, y deseen presentarse en otra, bastará que lo verifiquen el día que les corresponda el segundo ejercicio.

Art. 13. Los Directores dispondrán la distribución de tandas de aspirantes y número de tribunales, de tal modo, que los exámenes queden terminados el 31 de Julio lo más tarde, según dispone el Real decreto de 6 de Diciembre de 1911 (*D. O.* núm. 273).

Art. 14. Los aspirantes desaprobados en uno de los ejercicios, lo serán definitivamente, no tomando parte en el segundo y tercero los desaprobados en el primero, ni en el tercero los desaprobados en el segundo.

A la terminación de los exámenes, y á propuesta de los Directores, se publicarán en el *Diario Oficial* las Reales órdenes de nombramiento de alumno á favor de los aspirantes que en cada Academia hayan obtenido plaza; los que figuren en más de una, deberán notificar su elección á los Directores de aquéllas en que hayan sido nombrados alumnos, siendo reemplazados en las no elegidas por los aprobados sin plaza que ocupen los primeros puestos, y si alguno de éstos figurase en cualquiera de las primitivas relaciones, será consultado por el Director de la nueva Academia en que le corresponda plaza; con arreglo al resultado de estas consultas se hará una segunda propuesta de nombramientos de alumnos. Los Directores, una vez terminados los exámenes, cambiarán entre sí las relaciones de aprobados sin plaza, á fin de llevar á cabo con la mayor exactitud los nombramientos, en la forma que anteriormente se indica.

Art. 15. Los Directores de las Academias remitirán á la Sección de Instrucción, Reclutamiento y Cuerpos diversos de este Ministerio, los documentos siguientes:

1.° Antes del día 1.° de Julio, relación nominal, por orden alfabético, de todos los aspirantes que hayan concurrido á la convocatoria, con expresión del número y tanda que á cada uno haya correspondido en el sorteo y fechas en que han de verificar el reconocimiento y ejercicios de examen.

2.° Diariamente, relación de los examinados, expresando las notas numéricas obtenidas en los ejercicios segundo y tercero y las de *aprobado* y *desaprobado* en el primero; y

3.° Terminados los exámenes, además de la propuesta de nombramiento de alumnos, relación general, por orden de censuras, del resultado de aquéllos, con expresión de las calificaciones obtenidas.

Art. 16. Los aspirantes admitidos en clase de alumnos se presentarán en las Academias para la revista de Septiembre próximo, y desde aquella fecha quedarán sometidos al Código Militar en la parte que les concierne, y á los Reglamentos y disposiciones vigentes.

Art. 17. Para ayudar á la educación de los hijos y huérfanos de militares, se adjudicarán las pensiones que se consignen en presupuesto, con arreglo á las bases establecidas en el Real decreto de 7 de Octubre de 1895 (*C. L.* núm. 331).

Art. 18. Los alumnos de las Academias Militares usarán los uniformes reglamentarios en ellas. Los que deban ser internos, presentarán los objetos y equipo que por la Academia se les indicará oportunamente.

Art. 19. Los alumnos internos satisfarán las cuotas de pensión establecidas para la Academia de Infantería, ó las nuevas que se determinen por Real orden, y que serán mayores que las que se satisfacen en la actualidad.

## PAPELETAS

### Aritmética.—Texto: Salinas y Benítez.

*Quinta edición* (1904)

### PAPELETA 1.ª

NÚMEROS ENTEROS.—Definiciones.—Unidad y número.—Formación de los números y operaciones numéricas.—Algoritmia y algoritmo.—Aritmética.—Numeración.

NUMERACIÓN HABLADA.—Nomenclatura.—Fundamento de la nomenclatura.—Unidades de diversos órdenes.—Base del sistema.—Nomenclatura decimal.—Denominación de un número cualquiera.—Teorema: Todo número mayor que nueve, puede descomponerse en colecciones de unidades de diversos órdenes, de modo que cada una de ellas contenga un número inferior á diez.—Particularidades y modificaciones de la nomenclatura decimal.—Resumen de la nomenclatura. (Párrafos 1 al 14.)

MÁXIMO COMÚN DIVISOR DE DOS NÚMEROS.—Definiciones y consecuencias.—Números primos entre sí.—Principio fundamental.—Teorema: El *m. c. d.* de dos números, no divisibles uno por otro, es el mismo que el del menor y el resto, por defecto ó por exceso, de la división de ambos.—Investigación del *m. c. d.* de dos números.—Propiedades del *m. c. d.* de dos números.—Teorema 1.°: Todo número que divida á dos, divide á su *m. c. d.*—Teorema 2.°: Si se multiplican ó dividen dos números por un tercero, su *m. c. d.* quedará multiplicado ó dividido por dicho tercer número.—Corolario: Si se dividen dos números por su *m. c. d.*, los cocientes son primos entre sí.—Recíprocamente.—Teorema 3.°: Si un número divide á un producto de dos factores y es primo con uno, divide al otro.—Corolario: El *m. c. d.* de dos números no se altera aun cuando se multiplique ó divida uno de ellos por un factor primo con el otro.—Escolio: Simplificación de la operación. (Párrafos 84 al 88.)

REGLA DE TRES SIMPLE Y COMPUESTA.—Dependencia de una magnitud de otras varias.—Cuestiones relativas á las magnitudes proporcionales 1.ª y 2.ª—Regla de tres simple y directa.—Idem inversa. Regla de tres compuesta.—Forma numérica y propiedades de la proporcionalidad de varias magnitudes.—Método de reducción á la unidad. (Párrafos 271 al 278.)

*Ejemplo:* Una fábrica consume en veinsiete días 438 quintales métricos de carbón. ¿Cuánto consumirá en sesenta y nueve días, siendo iguales las demás circunstancias?

### PAPELETA 2.ª

NUMERACIÓN ESCRITA.—Notación numérica.—Representación de las colecciones de unidades de diversos órdenes.—Valores absoluto y relativo.—Representación simbólica.—Cifra cero.—Representación de las unidades de un orden cualquiera. Lectura de un número escrito en cifras: primero, segundo y tercer caso.—Escritura en cifras de un número enunciado: primero, segundo y tercer caso.—Representación del número indeterminado. (Párrafos 14 al 23.)

ADICIÓN.—Definiciones.—Algoritmo.—Artificio aditivo.—Casos de la suma: 1.° y 2.°—Observación: Orden en que han de sumarse.—Consecuencias: 1.ª El orden de los sumandos no altera la suma; 2.ª Aumento ó disminución en un sumando; 3.ª Suma de un número y una suma; operación indicada; 4.ª Adición de varias sumas.—Prueba.—(Párrafos 23 al 30.)

RAIZ CÚBICA DE LAS FRACCIONES SIN APROXIMACIÓN FIJADA.—Reglas operativas de cada caso.—Teorema: La raíz cúbica de una fracción cuyo denominador es cubo perfecto, se obtiene extrayendo la raíz cúbica exacta ó aproximada, en menos de una unidad, de su numerador, y dividiéndola por la raíz cúbica exacta del denominador.—Corolario: Raíz cúbica de un número decimal, que tiene un número de cifras decimales múltiplo de 3. Teorema 2.°: Para extraer la raíz cúbica de una fracción irreductible, cuyo denominador no es cubo perfecto, se convierte en otra que reuna esta condición.—Mínimo denominador cubo perfecto.—Corolario: Raíz cúbica de un número decimal que tiene un número de cifras decimales que no sea múltiplo de 3.

EXTRACCIÓN DE LA RAIZ CÚBICA DE UN NÚMERO ENTERO Ó FRACCIONARIO CON UNA APROXIMACIÓN DADA.—Raíz cúbica con aproximación fijada.—Definición.—Procedimiento general.—Teorema: Para hallar la raíz cúbica de un número $N$ en menos de $\frac{1}{q}$ se halla en menos de una unidad la raíz del producto $Nq^3$ y se divide por $q$.—Corolario 1.°: Para calcular la raíz cúbica de un entero en menos de una unidad decimal del orden $q.^{ésimo}$ se escriben 3 $q$ ceros á su derecha, se extrae la raíz cúbica en menos de una unidad del número así formado, y se separan de la raíz hallada $q$ cifras decimales.—Corolario 2.°: Para obtener la raíz cúbica de una fracción ordinaria en menos de una unidad decimal del orden *enésimo*, se reduce á fracción decimal, calculando 3 $n$ cifras decimales y se prescinde de la coma, se extrae la raíz y se separan de ella $n$ cifras decimales.—Corolario 3.°: Para calcular la raíz cúbica de un número decimal, en menos de una unidad decimal del orden $n.^{ésimo}$ se consideran 3 $n$ cifras decimales, prescindiendo de las del orden inferior ó agregando ceros, si no hubiera número suficiente; y se extrae después la raíz cúbica del número decimal que así resulta.—Escolio: Raíz cúbica de un número de infinitas cifras decimales, con la aproximación que se desee.—Raíz cúbica de los números implícitos.—Raíz cúbica de un producto cuyos factores son cubos perfectos.—Idem de un cociente cuyos términos son cubos perfectos.—Idem de una potencia de grado múltiplo de 3. (Párrafos 199 al 203.)

DESCUENTO.—Definiciones.—Fundamento del descuento.—Descuento comercial. (Párrafos 283 al 285).

*Ejemplo:* Se ha presentado el 15 de Junio á un banquero una letra de 5.000 pesetas, pagaderas el 1.° de Septiembre siguiente. ¿Qué cantidad tendrá que satisfacer haciendo el descuento al 4 por 100?

## PAPELETA 3.ª

SUBSTRACCIÓN.—Definiciones.—Algoritmos.—Artificio substractivo.—Casos: 1.º, 2.º y 3.º—Observaciones: 1.ª Orden de la operación; 2.ª Reducción á un sólo caso; 3.ª Aumento ó disminución de los términos.—Prueba de la resta y nueva prueba de la suma.

SUBSTRACCIONES COMPLEJAS.—Teorema 1.º: Para restar de un número la suma de otros varios, se resta el primer sumando, del resultado se resta el segundo, y así sucesivamente hasta el último de ellos.—Teorema 2.º: Para restar de un número la diferencia indicada de otros dos, se agrega al minuendo el menor de ellos y de la suma se resta el mayor.—Teorema 3.º: Para restar de un número el resultado de una serie de sumas y restas, basta agregarle los substraendos, restando sucesivamente del resultado cada uno de los minuendos.

SUMA Y RESTA COMBINADAS.—Teorema 1.º: Para sumar á un número la diferencia indicada de otros dos, se suma á dichos números el minuendo, y del resultado se resta el sustraendo.—Teorema 2.º: Para sumar á un número otro, expresado por una serie de sumas y restas, basta agregarle sucesivamente los sumandos, y de la suma restar en igual forma los sustraendos.—Aplicaciones $(a+b)+(a-b)$ » $(a+b)-(a-b)$.—Escolio.

COMPLEMENTO ARITMÉTICO.—Modo de hallarlo.—Aplicaciones con ejercicio. (Párrafo 30 al 42.)

PRUEBAS DE LAS OPERACIONES NUMÉRICAS POR MEDIO DE LOS RESTOS RELATIVOS Á UN MÓDULO CUALQUIERA.—Utilidad de las propiedades de los números.—Pruebas de la suma, resta, multiplicación y división.—Observación.—Módulos que deben emplearse en estas pruebas.—Aplicaciones á ejemplos empleando el módulo 9. (Párrafos 80 al 84.)

REGLA DE ALIGACIÓN.—Definiciones.—Mezcla.—Aleación.—Lingote.—Precio y ley.—Regla de aligación.—Problema directo de las mezclas.—Conociendo las cantidades que entran en una mezcla y sus precios respectivos, determinar el precio de la mezcla.—Problema inverso: Fijado el precio de una mezcla y conocidos los de las substancias que han de formarla, hallar las cantidades que deben mezclarse.—Teorema 1.º: Las cantidades de dos substancias mezcladas son inversamente proporcionales á las diferencias entre sus precios respectivos y el precio de la mezcla.—Cuando son más de dos las substancias mezcladas, el problema es indeterminado. (Párrafos 297 al 300.)

*Ejemplo*: Determinar la cantidad de agua que hay que añadir á 40 litros de ácido clorhídrico, de 0,80 pesetas el litro, para reducir el precio de éste á 0,30 pesetas, sabiendo que no se asigna valor alguno al agua.

## PAPELETA 4.ª

MULTIPLICACIÓN.—Definición.—Algoritmo.—Consecuencias inmediatas de la definición: 1.ª Cuando uno cualquiera de los factores se iguala á la unidad.—2.ª Cuando uno de los factores se reduzca á cero.—Artificio de la multiplicación.—Casos de la multiplicación: 1.º Multiplicación de dos números de una sola cifra. 2.º Multiplicación de un número de varias cifras por otro de una sola.—Casos particulares: 1.º Multiplicación de un número cualquiera por la unidad seguida de ceros.—2.º Multiplicación de un número cualquiera por una cifra significativa, distinta de la unidad, seguida de ceros.—Caso general: Multiplicación de un número de varias cifras por otro de varias cifras.—Casos en que los factores terminan en ceros: 1.º Si el multiplicador es un número terminado en ceros.—2.º Si ambos factores terminan en ceros.—Observación: Diferencia que existe entre los papeles que desempeñan el multiplicando y el multiplicador.—Teorema: El orden de los factores no altera el producto. Prueba de la multiplicación. (Párrafos 42 al 52.)

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO DE DOS NÚMEROS.—Definición y consecuencias.—Principios relativos al *m. c. m.* de dos números.—Teorema 1.º: El *m. c. m.* de dos números, es el cociente de dividir su producto por su *m. c. d.*—Corolario 1.º: El producto del *m. c. m.* de dos números por su *m. c. d.* es el producto de dichos números.—Corolario 2.º: Todos los múltiplos de dos números lo son de su *m. c. m.*—Corolario 3.º: Si dos números son primos entre sí, su *m. c. m.* es su producto.—Teorema 2.º: Si se multiplican dos números por otro, su *m. c. m.* queda multiplicado por este número.—Corolario: Si dos números se dividen por un mismo factor común, su *m. c. m.* queda dividido por él. Teorema 3.º: Los cocientes de dividir el *m. c. m.* de dos números por cada uno de ellos, son primos entre sí. (Párrafos 91 al 93.)

REGLA DE CONJUNTA.—Definición y algoritmo.—Procedimiento práctico.—Teorema: Los productos ordenados de varias equivalencias que tengan homogéneos el segundo miembro de cada una y el primero de la siguiente, forman otra equivalencia, cuyo primer miembro pertenece á la primera especie y el segundo á la última.—Regla práctica. (Párrafos 301 al fin.)

*Ejemplo:* ¿Cuántos rublos corresponden á 2.300 pesetas, sabiendo que 5 duros equivalen á 19,05 francos, 126 francos á 5 libras esterlinas, 10 libras esterlinas á 117 florines alemanes y 46 florines á 32,50 rublos?

## PAPELETA 5.ª

MULTIPLICACIÓN.—Múltiplo de un número.—Equimúltiplos.—Multiplicación cuando los factores son implícitos.—Teorema 1.º: El producto de la suma de varios números por otro es igual á la suma de los productos de todos los sumandos por el mismo multiplicador.—Corolario: Para multiplicar un número por una suma se multiplica dicho número por cada uno de los sumandos y se suman los productos obtenidos.—Escolio: Sacar factor común.—Teorema 2.º: El producto de la diferencia de dos números por un tercero es igual á la diferencia de los productos del minuendo y el substraendo por dicho tercer número.—Corolario: Para multiplicar un número por la diferencia de otros dos, se multiplica por el minuendo y substraendo y del primer producto se resta el segundo.—Escolio: Para multiplicar dos sumas entre sí, basta multiplicar los sumandos de cada una de ellas por cada uno de los de la otra y se suman los productos obtenidos.—Producto de varios factores.—Definición.—Algoritmo.—Potencia.—Exponente.—Potencias de base 10.—Teorema 1.º: En un producto de varios factores puede invertirse el orden de éstos sin que se altere el producto.—Corolario 1.º: En un producto de varios factores puede reemplazarse cualquier número de ellos por su producto efectuado, y recíprocamente un factor cualquiera puede sustituirse por otros á cuyo producto sea igual.—Corolario 2.º: Para multiplicar un número por el producto indicado de varios factores, se le multiplica sucesivamente por cada uno de ellos.—Corolario 3.º: Para multiplicar el producto indicado de varios factores por un número, basta multiplicar cualquiera de los factores por dicho número.—Escolio: Papel de los factores en los dos últimos casos.—Corolario 4.º: Para multiplicar entre sí dos ó más productos de varios factores, se forma un sólo producto con los factores de todos ellos.—Corolario 5.º: El producto de varias potencias de un mismo número es otra potencia de este número, indicada por un exponente igual á la suma de los exponentes de los factores. (Párrafos 52 al 55.)

RAÍZ CUADRADA.—Preliminares.—Definición y algoritmo.—Condiciones á que debe satisfacer la extracción.—Extracción de la raíz cuadrada en menos de una unidad.—Definiciones: Raíz por defecto; Raíz por exceso, Resto; Raíz entera.—Raíz cuadrada de un número entero.—Caso 1.º: Número menor que 100.—2.º: Número mayor que 100.—Teorema 1.º: La raíz cuadrada entera del número de las centenas de un número es exactamente el número de las decenas de su raíz.—Teorema 2.º: Si de un número se resta el cuadrado de las decenas de la raíz cuadrada y se divide el número de las decenas del residuo así obtenido, por el doble del número de las decenas de la raíz, resulta la cifra de las unidades ó un cociente mayor.—Comprobación de la cifra obtenida para las unidades de la raíz.—Regla práctica.—Proposiciones relativas al resto.—Teorema 1.º: El resto que se obtiene al extraer por defecto en menos de una unidad la raíz cuadrada de un número entero, no puede exceder al doble de dicha raíz.—Teorema 2.º Si el último resto es igual ó menor que la raíz hallada, ésta difiere por defecto de la verdadera en menos de media unidad, y si fuere mayor el número inmediatamente superior á la raíz hallada, será la raíz por exceso con igual límite de error. Prueba de la extracción.—Raíz cuadrada de un número fraccionario.—Teorema: La raíz cuadrada de una fracción es la raíz cuadrada en menos de una unidad de su parte entera. (Párrafos 181 al 188.)

INTERÉS SIMPLE.—Definición.—Renta. Tanto por ciento.—Clases de interés.—Proporcionalidad de las magnitudes relativas al interés simples.—Problemas diversos en las reglas de interés simple. Caso particular de la regla de interés simple. (Párrafos 278 al 282.)

*Ejemplo*: ¿Cuál es el interés que producen 19.850 pesetas impuestas al 6 por 100 durante cinco años y cuatro meses?

## PAPELETA 6.ª

DIVISIÓN.—Definición.—Algoritmo.—Artificio elemental de la división.—Número divisible por otro.—Procedimiento general.—Determinación de las unidades más elevadas del cociente.—Casos de la división: 1.º y 2.º: Comprobación de la cifra del cociente.—3.º y 4.º: Caso particular. Si el divisor termina en ceros, se prescinde de ellos y de igual número de cifras del dividendo.—Prueba de la división y nueva prueba de la multiplicación.—(Párrafos 55 al 64).

REDUCCIÓN DE FRACCIONES.—Reducir un número fraccionario á otro de denominador dado.—Definición.—Procedimiento.—Teorema 1.º: Cuando una fracción no es exactamente reducible á otra de denominador *n*, se encuentra comprendida entre dos que tienen dicho denominador y por numeradores respectivos el mayor número entero contenido en el producto de dicha fracción por *n* y el entero inmediatamente superior.—Teorema 2.°: Para que una fracción irreducible pueda transformarse exactamente en otra de denominador dado, es preciso y basta que su denominador divida al que ha de tener la fracción.

FONDOS PÚBLICOS.—Definiciones.—Valor nominal.—Valor efectivo.—Cambio corriente.—Cambio de emisión.—Renta á la par.—Tanto por ciento nominal.—Deuda amortizable.—Deuda perpetua.—Problemas relativos á fondos públicos.—Primero: Hallar el tanto por ciento efectivo que produce un capital empleado en una renta, cuyo cambio corriente y tanto por ciento nominal se conocen.—Segundo: Qué cantidad debe invertirse en efectos públicos, cuyo tanto por ciento nominal y cambios son conocidos, para obtener cierta renta.—Tercero: Hallar la renta que produce un capital empleado en títulos, cuyo cambio y tanto por ciento nominal se conocen.—Cuarto: ¿Qué capital nominal puede adquirirse con uno efectivo, conocido el cambio corriente?—Quinto: Calcular el valor efectivo de un cierto capital nominal, conociendo el cambio de cotización. Párrafos 287 al 289).

*Ejemplo:* ¿Cuál es el importe de la venta de 58.000 pesetas nominales de cédulas hipotecarias al cambio de 113,25 por 100?

PAPELETA 7.ª

DIVISIÓN.—División por exceso.—Resto por defecto y por exceso.—División de números expresados en forma implícita. Teorema 1.°: Para dividir un producto indicado por uno de sus factores, se suprime éste.—Corolario: Para dividir un producto por un número que sea divisor de uno de los factores del producto, basta dividir dicho factor por el expresado número, conservando los demás factores.—Teorema 2.°: Para dividir un número cualquiera por un producto de varios factores, se divide dicho número por uno de éstos, el cociente obtenido por el otro factor, y así sucesivamente hasta dividir por el último de ellos.—Teorema 3.°: El cociente de dos potencias de un mismo número es igual á una potencia del mismo número cuyo exponente es la diferencia de los que tienen el dividendo y el divisor.—Escolio: Caso en que dividendo y divisor sean iguales.—Dependencia mutua entre los términos de la división, del cociente y del resto.—Teorema: El cociente de dos números no varía cuando se multiplican los dos términos por el mismo número, pero el resto queda multiplicado. (Párrafos 64 al 67.)

REDUCCIÓN DE NÚMEROS MÉTRICOS.—Definiciones.—Número complejo ó incomplejo; homogéneo y heterogéneo.—Reglas de transformación.—1.ª Incomplejo en otro incomplejo de orden inferior ó superior.—2.ª Complejo en incomplejo de orden inferior.—3.ª Complejo en incomplejo de un orden cualquiera.—4.ª Incomplejo en complejo de órdenes inferiores.—5.ª Incomplejo en complejo de órdenes superiores. (Párrafo 262)

REGLA DE COMPAÑÍA.—Definición.—Particiones proporcionales.—Descomponer una cantidad en partes proporcionales á varios números dados.—Fórmulas de la regla de compañía. (Párrafos 294 al 297.)

*Ejemplo:* Tres comerciantes han formado compañía, habiendo puesto el primero 12.000 pesetas por dos años, el segundo 15.000 pesetas por un año y medio, y el tercero 18.000 por nueve meses. El día de la liquidación la sociedad representa un capital de 64.080 pesetas después de deducidos los gastos, el cual quiere repartirse entre los socios.

PAPELETA 8.ª

DIVISIBILIDAD DE LOS NÚMEROS.—Principios fundamentales.—Múltiplos y divisores de un número múltiplo común y divisor común.—Resto de un número con relación á otro.—Módulo.—Números congruentes.—Consecuencias: 1.ª Dos números iguales son congruentes, con respecto á cualquier módulo.—2.ª Un número múltiplo de otro es congruente con cero respecto á este último.—3.ª Dos números múltiplos de un tercero son congruentes respecto á este tercero.—4.ª El dividendo y resto aditivo son congruentes respecto al divisor.—Principios fundamentales de las congruencias.—Teorema 1.°: La diferencia de dos números congruentes es múltiplo del módulo.—Corolario.—Teorema 2.°: Si la diferencia de dos números es un múltiplo de otro, dichos números son congruentes con respecto á éste.—Corolario.—Teorema 3.°: Si se suman miembro á miembro varias congruencias respecto de un mismo módulo, resulta una nueva congruencia.—Corolario 1.°: Una congruencia no se altera sumando un mismo número á sus dos miembros.—Corolario 2.°: Una congruencia no se altera sumando á uno de sus miembros, ó á los dos, un cierto múltiplo ó múltiplos cualquiera del módulo.—Teorema 4.°: Si se multiplican miembro á miembro varias congruencias relativas á un mismo módulo, resulta otra congruencia.—Corolario.—Una congruencia subsiste si se multiplican sus dos miembros por un mismo número. (Párrafos 67 al 71.)

FRACCIONES DECIMALES.—Numeración y propiedades.—Definición.—Unidades decimales de distintos órdenes.—Representación entera del número decimal.—Lectura de un número decimal escrito en forma entera.—Escritura en forma entera de un número decimal enunciado. Propiedades de los números decimales.—Teorema 1.°: El valor de un número decimal no se altera cuando se escriben ceros á su derecha.—Teorema 2.°: Si la coma se corre hacia la derecha ó hacia la izquierda, uno, dos, tres, etc., lugares, el número queda, respectivamente, multiplicado ó dividido por la unidad seguida de uno, dos, tres, etc., ceros.—*Adición.* Procedimiento aditivo.—*Substracción.*—Manera de operar.—*Multiplicación.*—Casos diversos.—1.° Multiplicar un número decimal por un entero.—2.° Un número decimal por otro decimal.—*División.*—Casos diversos.—1.° Dividir un decimal por un entero.—2.° Dividir un número entero ó decimal por otro decimal. (Párrafos 149 al 159.)

REGLA DE TRES SIMPLE Y COMPUESTA.—Dependencia de una magnitud de otras varias.—Cuestiones relativas á las magnitudes proporcionales 1.ª y 2.ª—Regla de tres simple y directa.—Idem inversa. Regla de tres compuesta.—Forma numérica y propiedades de la proporcionalidad de varias magnitudes.—*Método de reducción á la unidad.* (Párrafos 271 al 278.)

*Ejemplo:* En ochenta y cinco horas han construído 29 obreros un muro de 15 metros de longitud, 3,50 m. de altura y 0,64 m. de espesor. ¿Cuánto tiempo será necesario para que 53 obreros construyan otro muro de 18 metros de largo, 3 de altura, 1,20 m. de espesor?

PAPELETA 9.ª

DIVISIBILIDAD DE LOS NÚMEROS.—*Teoremas relativos á los restos.*—Teorema 1.°: El resto de una suma es el mismo que el de la suma de los restos aditivos de los sumandos.—Corolario 1.°: Condición necesaria y suficiente para que un número divida á la suma de varios.—Corolario 2.°: Si un número divide á varios, divide á su suma.—Corolario 3.°: Si un número divide á otros, divide á sus múltiplos.—Teorema 2.°: La condición necesaria y suficiente para que sea cero el resto de una diferencia con respecto á cualquier módulo, es que sean iguales los restos aditivos ó substractivos del minuendo y del substraendo.—Corolario 1.°: Si un número divide á dos, divide á su diferencia.—Corolario 2.°: Si un número divide á dividendo y divisor, divide al resto.—Corolario 3.°: Si se dividen dividendo y divisor de una división inexacta por un número, el cociente no varía, pero el resto queda dividido por dicho número.—Teorema 3.°: El resto aditivo ó substractivo de un producto con relación á cualquier módulo, es el mismo que el del producto de los restos aditivos de los factores.—Corolario.—Condición necesaria y suficiente para que un número divida á un producto. (Párrafo 71.)

REDUCCIÓN DE FRACCIÓN ORDINARIA Á DECIMAL.—Definición.—Procedimiento.—Teorema 1.°: Para expresar una fracción ordinaria en decimales, con un error menor que una unidad de orden $p.^{ésimo}$ se agregan $p$ ceros á su numerador, se divide el resultado por el denominador, y de la derecha del cociente se separan $p$ cifras decimales.—Escolio: Cuando no se fije el número de cifras decimales. Teorema 2.°: La condición necesaria y suficiente para que una fracción ordinaria irreducible se reduzca exactamente á decimal, es que su denominador no contenga más factores primos que el 2 y el 5.—Teorema 3.°: Cuando una fracción ordinaria irreducible contiene en el denominador factores primos distintos del 2 y el 5, da origen á una decimal indefinida. Teorema 4.°: Si el denominador de una fracción ordinaria irreducible no contiene más que factores 2 y 5, la decimal á que se reduce exactamente, consta de tantas cifras decimales como unidades tenga el mayor de los exponentes de dichos factores.—Fracciones decimales periódicas.—Definiciones.—Teorema 1.°: Cuando una fracción no es exactamente reducible á decimales, da origen á una fracción periódica.—Número de cifras del período.—Teorema 2.°: Toda fracción ordinaria irreducible, cuyo denominador es primo con 10, se reduce á decimal periódica pura.—Torema 3.°: Cuando el numerador de una fracción ordinaria cuyo denominador es primo con 10 no termina en cero, la última cifra de la parte entera de la decimal equivalente no puede ser igual á la última del período.—Teorema 4.°: Toda fracción irreducible cuyo denominador no es primo con 10, conteniendo factores primos distintos de 2 y 5, da origen á una decimal periódica mixta, en la que el número de cifras no periódicas es igual al mayor exponente de los factores 2 y 5 de su denominador.

REDUCCIÓN DE UNA FRACCIÓN DECIMAL Á ORDINARIA.—Definición.—Procedimiento.—Teorema 1.°: Para reducir una fracción decimal de número limitado de cifras á fracción ordinaria, se prescinde de la coma y se pone por denominador la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales contiene.—Escolio: Cuando la fracción tenga parte entera.—Teorema 2.°: La fracción ordinaria generatriz de una decimal periódica pura, sin parte entera, tiene por numerador el período y por denominador un número formado de tantos nueves como cifras tiene el período.—Escolio: Cuando la fracción propuesta tenga parte entera.—Teorema 3.°: La fracción ordinaria generatriz de una decimal periódica mixta, sin parte entera, tiene por numerador la parte no periódica seguida del período, disminuído en la parte no periódica, y por denominador, un número formado de tantos nueves como cifras tiene el período, seguido de tantos ceros como cifras hay en la parte no periódica.—Escolio: Cuando la fracción propuesta tenga parte entera. Caso de imposibilidad y solución aproximada.—Noción de la cantidad inconmensurable. (Párrafos 163 al 170.)

Regla de aligación.—Definición de mezcla; aleación, lingote, precio y ley, regla de aligación.—Problema directo de las aleaciones.—Conociendo los pesos de los metales que entran en una aleación y sus leyes respectivas, determinar la ley de la aleación.—Problema inverso.—Fijada la ley de una aleación y conocidas las leyes de los metales que han de formarla, hallar los pesos de los que deben alearse.—Caso 1.°—Teorema: Los pesos de dos metales aleados son inversamente proporcionales á las diferencias entre sus leyes respectivas y la ley de la aleación.—El problema es indeterminado; puede ser determinado cuando se conoce la suma ó la diferencia de los pesos de los metales aleados.—Caso 2.°—Cuando son más de dos los metales aleados, aumenta la indeterminación del problema; solución que tiene. (Párrafos 297 y 300.)

*Ejemplo:* ¿Qué cantidad de plata hay que alear con 300 gramos de una pasta cuya ley es 0,805, para elevarla á 0,900?

## PAPELETA 10.ª

Caracteres generales de divisibilidad.—Procedimiento de investigación.—Determinación y reproducción de los restos de las unidades sucesivas.—Forma de la unidad de un orden cualquiera.—Forma de una colección de unidades.—Forma de un número cualquiera.—Condición general de la divisibilidad.—Aplicaciones á los módulos 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 y 11.—Tabla de restos. (Párrafos 72 al 80.)

Potencias en general.—Definiciones. Potencia, grado, base.—Potencia perfecta.—Potencia de un número cualquiera de la unidad; de la unidad seguida de ceros.—Teorema 1.° La potencia de un cierto grado de una fracción es otra fracción cuyos términos son las potencias del mismo grado del numerador y denominador.—Corolario 1.°: Las potencias de una fracción irreducible son fracciones irreducibles.—Corolario 2.°: Si un número entero no es potencia perfecta de otro entero, tampoco lo es de una fracción.—Teorema 2.°: Para elevar un número decimal á una potencia $m^{ésima}$, se eleva como si fuera entero y después se separan $m$ veces el número de cifras decimales que tiene el número.—Potencias de base implícita.—Teorema 1.°: La potencia de un producto es el producto de las potencias del mismo grado de cada uno de los factores.—Teorema 2.°: La potencia de un cociente es el cociente de las potencias de igual grado del dividendo y divisor.—Teorema 3.°: Para elevar una potencia á otra potencia, se multiplican los exponentes.—Condiciones generales de potencialidad.—Teorema 1.°: Para ser potencia perfecta del grado $m$, es preciso y basta que los exponentes de los factores primos sean múltiplos de $m$. Teorema 2.°: Para que una fracción irreducible sea potencia perfecta del grado $m$, es preciso y basta que lo sea cada uno de sus términos.—Potencias de expresiones de relación.—Teorema 1.°: Si dos números son congruentes, sus potencias del mismo grado lo son.—Corolario: El resto que da la potencia de un número al dividirla por un módulo es el mismo que da la potencia de igual grado de su resto aditivo, con respecto á dicho módulo.—Teorema 2.°: Si cuatro números forman igualdad fraccionaria, sus potencias de igual grado forman otra igualdad fraccionaria.

Cuadrado de un número.—Definición.—Teoremas referentes al cuadrado.—Teorema 1.°: El cuadrado de la suma de dos números es igual al cuadrado del primero, más el cuadrado del segundo, más doble producto del primero por el segundo.—Corolario: Cuadrado de la diferencia.—Cuadrado de un número compuesto de decenas y unidades.—Teorema 2.°: La suma de dos números, multiplicada por su diferencia, es la diferencia de cuadrados.—Colorario: La diferencia de los cuadrados de los dos números consecutivos es igual al doble del menor, más la unidad. (Párrafos 170 al 177.)

Regla de conjunta.—Definición y algoritmo.—Procedimiento práctico.—Teorema: Los productos ordenados de varias equivalencias que tengan homogéneos el segundo miembro de cada una y el primero de la siguiente, forman otra equivalencia, cuyo primer miembro pertenece á la primera especie y el segundo á la última.—Regla práctica. (Párrafos 301 al fin.)

*Ejemplo:* Arbitrar el medio más ventajoso para remitir 50.000 pesetas de Madrid á Londres, sabiendo que el cambio directo es de 33 pesetas, 35 por libra esterlina; el de Madrid con París, 32,40 por 100 beneficio, oro francés; el de París con Amsterdam, 190 florines holandeses por 214 francos, y el de Amsterdam sobre Londres, 10 libras por 116 florines.

## PAPELETA 11.ª

Números primos.—Definición.—Primos absolutos y primos entre sí.—Primeras proposiciones.—Teorema 1.°: Todo número primo que no divide á otro, es primo con él.—Teorema 2.°: Todo número que no es primo tiene un divisor primo.—Corolario: Si varios números no son primos entre sí, tienen un divisor común primo.—Teorema 3.°: La serie de los números primos es ilimitada.—Formación de una tabla de números primos. Teorema 1.°: Si en la serie natural de los números se parte de un número $n$ y se tachan los que se encuentran de $n$ en $n$, desaparecen los múltiplos de $n$.—Teorema 2.°: Si hemos tachado en la serie natural de los números los múltiplos de los números primos 2, 3, 5... $p$ y es $q$ el primero sin tachar después de $p$, $q$ será el número primo inmediatamente superior á $p$ y todos los inferiores á $q^2$ sin tachar son primos.—Regla para formar una tabla de números primos.—Corolario: Un número es primo cuando no es divisible por ninguno de los números primos cuyos cuadrados no sean mayores que él.—Escolio.—(Párrafos 96 al 99.)

Potencias.—Cubo de un número.—Definición.—Teoremas relativos al cubo.—Teorema 1.°: El cubo de la suma de dos números es igual al cubo del primero, más el triplo del cuadrado del primero por el segundo, más el triplo del primero por el cuadrado del segundo, más el cubo del segundo.—Cubo de una diferencia.—Corolario 1.°: Cubo de un número compuesto de decenas y unidades.—Corolario 2.°: La diferencia de los cubos de dos números consecutivos es igual al triplo del cuadrado del menor, más el triplo de este menor más una unidad. (Párrafos del 178 al 180.)

Fondos públicos.—Definiciones.—Valor nominal.—Valor efectivo.—Cambio de emisión.—Renta á la par.—Tanto por ciento nominal.—Deuda amortizable.—Idem perpetua.—Problemas relativos á fondos públicos.—1.°: Hallar el tanto por ciento de efectivo que produce el capital empleado en una renta, cuyo cambio corriente y tanto por ciento nominal se conoce.—2.°: Qué cantidad debe invertirse en efectos públicos, cuyos tanto por ciento nominal y cambio son conocidos, para obtener cierta renta.—3.°: Hallar la renta que produce un capital empleado en títulos, cuyo cambio y tanto por ciento nominal se conocen.—4.°: ¿Qué capital nominal puede adquirirse con un efectivo, conocido el cambio corriente?—5.°: Calcular el valor efectivo de un cierto capital nominal, conociendo el cambio de cotización. (Párrafos 287 al 289.)

*Ejemplo:* ¿Qué cantidad se necesita emplear para obtener 3.000 pesetas de renta en 4 por 100 perpetuo, siendo 64,20 por 100 el cambio corriente?

## PAPELETA 12.ª

Teoremas referentes á los números primos.—Nuevas proposiciones.—Teorema 1.°: Todo número primo que divide á un producto de varios factores, divide por lo menos á uno de ellos.—Corolario 1.°: Todo número primo que divide á una potencia, divide á la base.—Corolario 2.°: Si dos números son primos entre sí, sus potencias también lo son.—Teorema 2.°: Todo número primo con los factores de un producto, es primo con éste y recíprocamente.—Corolario: Todo número que divide á un producto y es primo con todos los factores menos con uno, divide á éste.—Teorema 3.°: Si varios números primos entre sí dos á dos, dividen separadamente á un número, su producto también le divide.—Corolario: El *m. c. m.* de varios números primos entre sí dos á dos, es su producto.—Escolio.—Caracteres de divisibilidad.—Cuándo un número es un producto de varios factores primos entre sí.

Descomposición en factores primos. Posibilidad de efectuarla.—Teorema: Todo número compuesto, es el producto de un cierto número de factores primos. Forma de un número con relación á sus factores primos.—Investigación de los factores primos de un número.—Teorema: No existe más que un solo sistema de factores primos, cuyo producto sea igual á un cierto número.—Observación.—Abreviación de la descomposición. (Párrafos 99 al 104.)

Raiz cuadrada.—Preliminares.—Definición y algoritmo.—Condiciones á que debe satisfacer la extracción.—Extracción de la raíz cuadrada en menos de una unidad.—Definiciones: Raíz por defecto; Raíz por exceso; Resto; Raíz entera.—Raíz cuadrada de un número entero.—Caso 1.°: Número menor que 100.—2.°: Número mayor que 100.—Teorema 1.°: La raíz cuadrada entera del número de las centenas de un número es exactamente el número de las decenas de su raíz.—Teorema 2.°: Si de un número se resta el cuadrado de las decenas de la raíz cuadrada y se divide el número de las decenas del residuo así obtenido, por el doble del número de las decenas de la raíz, resulta la cifra de las unidades ó un cociente mayor.—Comprobación de la cifra obtenida para las unidades de la raíz.—Regla práctica.—Proposiciones relativas al resto.—Teorema 1.°: El resto que se obtiene al extraer por defecto en menos de una unidad la raíz cuadrada de un número entero no puede exceder al doble de dicha raíz.—Teorema 2.°: Si el último resto es igual ó menor que la raíz hallada, ésta difiere por defecto de la verdadera en menos de media unidad, y si fuera mayor el número inmediatamente superior á la raíz hallada, será la raíz por exceso con igual límite de error.—Prueba de la extracción.—Raíz cuadrada de un número fraccionario.—Teorema: La raíz cuadrada de una fracción, es la raíz cuadrada en menos de una unidad de su parte entera. (Párrafos 181 al 188.)

Razones y proporciones.—Definiciones.—Símbolo y expresión de la relación. Teorema: La relación de dos magnitudes de la misma especie, está expresada por el cociente de los números que la miden, tomando una tercera por unidad.—Proporcionalidad.—Algoritmo.—Modo de reconocer la proporcionalidad. — Teorema 1.°: Cuando dos magnitudes son proporcionales, si se multiplica un valor particular de una de ellas por un número, el valor correspondiente de la otra queda multiplicado por el mismo número.—Recíprocamente. — Teorema 2.°: Cuando dos magnitudes son inversamente proporcionales, al multiplicar un valor de una de ellas por un número, el correspondiente de la otra queda dividido por el mismo número.—Recíprocamente.—Forma numérica de la proporcionalidad de dos magnitudes.—Relación de sus valores numéricos. (Párrafos 265 al 271.)

*Ejemplo*: La guarnición de una ciudadela se compone de 1.800 hombres y tiene víveres para tres meses, siendo la ración de 5 hectogramos diarios. Se aumenta dicha guarnición en 300 hombres y se quiere que los víveres duren cuatro meses, ¿á cuánto debe reducirse la ración?

## PAPELETA 13.ª

Investigación de los divisores de un número.—Divisibilidad por descomposición.—Teorema: La condición necesaria y suficiente para que un número divida á otro, es que no contenga factores primos distintos de este otro, ni los contenga con mayores exponentes.—Determinación en factores primos del *m. c. d.* y del *m. c. m.* Teorema 1.° El *m. c. d.* de varios números es el producto de sus factores primos comunes, afectados del menor exponente. Teorema 2.°: El *m. c. m.* de varios números es el producto de todos los factores primos, afectados del mayor exponente. (Párrafos 104 y 106.)

Raíz cúbica.—Preliminares.—Definiciones y algoritmo.—Condiciones á que debe satisfacer la extracción.—Raíz cúbica de un número entero ó fraccionario en menos de una unidad.—Definiciones: Resto. Parte entera de la raíz.—Raíz cúbica de un número entero.—Primer caso: Número menor que 1.000.—Segundo: Número mayor que 1.000.—Teorema 1.° La raíz cúbica entera de los millares del número es exactamente la cifra de las decenas de la raíz.—Teorema 2.°: Si del número se resta el cubo de las decenas de la raíz y se divide el número de las centenas del residuo así obtenido por el triplo del cuadrado del número de las decenas de la raíz, resulta la cifra de las unidades ó un cociente mayor.—Comprobación de la cifra obtenida para las unidades de la raíz.—Deducción de la regla para extraer la raíz cúbica.—Regla práctica. (Párrafos 192 al 195.)

Fondos públicos.—Definiciones.—Valor nominal.—Valor efectivo.—Cambio corriente.—Cambio de emisión.—Renta á la par.—Tanto por ciento nominal.—Deuda amortizable.—Deuda perpetua.—Problemas relativos á fondos públicos.—Primero: Hallar el tanto por ciento efectivo que produce un capital empleado en una renta, cuyo cambio corriente y tanto por ciento nominal se conocen.—Segundo: Qué cantidad debe invertirse en efectos públicos, cuyo tanto por ciento nominal y cambios son conocidos, para obtener cierta renta.—Tercero: Hallar la renta que produce un capital empleado en títulos, cuyo cambio y tanto por ciento nominal se conocen.—Cuarto: ¿Qué capital nominal puede adquirirse con uno efectivo, conocido el cambio corriente?—Quinto: Calcular el valor efectivo de un cierto capital nominal, conociendo el cambio de cotización. (Párrafos 287 al 289.)

*Ejemplo*: ¿Cuál es el importe de la venta de 58.000 pesetas nominales de cédulas hipotecarias al cambio de 113,25 por 100?

## PAPELETA 14.ª

Propiedades de las fracciones ordinarias.—Magnitud.—Continua y discreta.—Múltiplo y parte alícuota.—Terminaciones avo y ésima.—Unidad ó módulo.—Fracción.—Unidad fraccionaria.—Medición de las magnitudes.—Cantidad. Términos de la fracción.—Fracciones ordinarias.—Nomenclatura y escritura de la fracción.—Fracciones inversas.—Expresiones fraccionarias.—Número mixto. Transformación de fracciones.—Teorema 1.°: Si el numerador de una fracción se hace *m* veces mayor ó menor, la fracción se hace *m* veces mayor ó menor—Teorema 2.°: Si el denominador se hace *m* veces mayor ó menor, la fracción se hace *m* veces menor ó mayor.—Teorema 3.°: El valor de una fracción no se altera multiplicando ó dividiendo sus dos términos por un mismo número.—Reducción á un común denominador.—Regla.—Transformación de la fracción mayor que la unidad.—Condición necesaria y suficiente para que una fracción sea igual á un número entero.—Convertir un número mixto en fracción.—Simplificación de fracciones.—Fracción irreducible.—Teorema 1.°: Si una fracción tiene sus términos primos entre sí, cualquiera que le sea igual, tiene sus términos equimúltiplos de los de la primera.—Corolario: Una fracción cuyos términos son primos entre sí es irreducible.—Recíproca. Regla para reducir una fracción á su más simple expresión.—Aplicación á una fracción cuyo numerador sea múltiplo del denominador.—Corolario 1.°: Multiplicando los dos términos de una fracción irreducible por la serie natural de los números, se hallan todas sus equivalentes. — Corolario 2.°: Dos fracciones irreducibles iguales son idénticas.—Reducción de fracciones al mínimo común denominador.—Regla.—Escolio. (Párrafos 107 al 121.)

Raíz cúbica.—Proposición relativa al resto.—Teorema: El resto de la raíz cúbica por defecto en menos de media unidad no puede exceder del triplo cuadrado de la raíz, más el triplo de dicha raíz. Prueba de la extracción.—Raíz cúbica de un número fraccionario.—Teorema: La raíz cúbica en menos de una unidad, de una fracción, es la raíz cúbica del número de unidades que contiene. (Párrafos 196 al 199.)

Razones y proporciones.—Definiciones.—Símbolo y expresión de la relación. Teorema: La relación de dos magnitudes de la misma especie, está expresada por el cociente de los números que la miden, tomando una tercera por unidad.—Proporcionalidad.—Algoritmo.—Modo de reconocer la proporcionalidad. — Teorema 1.°: Cuando dos magnitudes son proporcionales, si se multiplica un valor particular de una de ellas por un número, el valor correspondiente de la otra queda multiplicado por el mismo número. — Recíprocamente. — Teorema 2.°: Cuando dos magnitudes son inversamente proporcionales, al multiplicar un valor de una de ellas por un número, el correspondiente de la otra queda dividido por el mismo número.—Recíprocamente.—Forma numérica de la proporcionalidad de dos magnitudes.—Relación de sus valores numéricos. (Párrafos 265 al 271.)

*Ejemplo*: Con una velocidad de 9,25 metros por segundo, recorre una locomotora un cierto espacio en 28' 40''. ¿Qué velocidad deberá tener para salvar la misma distancia en 20'?

## PAPELETA 15.ª

Alteración de fracciones. — Teorema 1.°: Si se suman término á término varias fracciones desiguales, la fracción resultante está comprendida entre ambas. — Corolario: Si se suman término á término varias fracciones desiguales, la fracción resultante está comprendida entre la mayor y la menor.—Teorema 2.°: Si añadimos un mismo número á los dos términos de una fracción, la resultante se aproxima á la unidad.—Escolio.—Corolario: Si de los dos términos de una fracción se resta un mismo número, la fracción resultante se aleja de la unidad.—Adición de fracciones.—Definición.—Casos elementales de adición. Primero: Sumar fracciones que tengan el mismo denominador.—Segundo: Sumar fracciones de distinto denominador. Tercero: Sumar un entero y una fracción. Adición de fracciones implícitas.—Escolio: Otro procedimiento.—Substracción: Definición.—Casos elementales de la substracción.—Primero: Restar dos fracciones de igual denominador.—Segundo: Restar dos fracciones cualesquiera. — Tercero: Restar de un entero una fracción.—Escolio: Cuarto: Restar un entero de una fracción impropia.—Substracción de fracciones implícitas.—Escolio. (Párrafos 121 al 128.)

Números inconmensurables.—Teoría de los límites.—Definición.—Consecuencias: Límite de una variable, expresión de una variable.—Ejemplo notable del límite.—Proposiciones relativas á los límites.—Teorema 1.°: Dos cantidades variables que permanecen constantemente iguales, tienen el mismo límite.—Teorema 2.°: Si dos cantidades constantes están comprendidas entre dos variables cuya diferencia pueda ser tan pequeña como se quiera, dichas constantes son iguales. Teorema 3.°: El límite de la suma de varias variables, es la suma de sus límites. Escolio: El número de sumandos ha de ser limitado.—Corolario: El límite de la diferencia de dos cantidades variables es la diferencia de sus límites.— Teorema 4.°: El límite del producto de varios factores variables es el producto de los límites.—El número de factores ha de ser limitado.—Corolario 1.°: El límite de la potencia de una cantidad variable es la potencia de igual grado del límite de dicha variable.—Corolario 2.°: El límite del cociente de dos variables es el cociente de los límites.—Corolario 3.°: El límite de la raíz cuadrada ó de la cúbica de una variable es la raíz del mismo grado del límite de la variable.—Escolio general: El límite del resultado de una operación cualquiera es el de la misma operación efectuada con los límites. (Párrafos 203 al 206.)

REGLA DE COMPAÑÍA.—Definición.—Particiones proporcionales. — Descomponer una cantidad en partes proporcionales á varios números dados.—Fórmulas de la regla de compañía. (Párrafos 294 al 297.)

*Ejemplo:* Repartir 72.000 pesetas entre tres personas, de manera que la segunda tenga tres veces más que la primera y la tercera dos veces más que la segunda.

## PAPELETA 16.ª

FRACCIONES ORDINARIAS. — Multiplicación. — Definición. — Consecuencias: no implica siempre aumento; medida de la magnitud.—Casos elementales de la multiplicación:

$$1.^{\circ}\ \frac{a}{m} \times p;\ 2.^{\circ}\ m \times \frac{p}{q};\ 3.^{\circ}\ \frac{m}{n} \times \frac{p}{q}.$$

Producto de varios factores.—Multiplicación de fracciones implícitas

$$(a + b + c)\, m;\ m = \frac{1}{q};\ m = \frac{p}{q};$$

$$(a - b) \times \frac{p}{q}.$$

Inversos de los anteriores; multiplicación de números mixtos.—Escolio: Fracciones de fracción, fracciones múltiples, fracción de la unidad á que equivalen. (Párrafos 128 al 133.)

NÚMEROS CONCRETOS.—Nociones preliminares.—Definiciones.—Magnitudes que se someten al cálculo.—Múltiplos y submúltiplos del módulo ó unidad. Denominación genérica de los módulos.—Sistema de pesas y medidas y monetario.—Condiciones á que han de satisfacer todos los sistemas de pesas, medidas y monetario.—Sistema métrico decimal.—Legalidad de la adopción.—Unidad fundamental y unidades principales. — Unidades longitudinales, superficiales, de volumen, de capacidad, ponderales.—Observación. Relación entre las unidades y sus múltiplos y submúltiplos.—Sistema monetario.—Monedas efectivas ó imaginarias, de cuenta y cambio, ley ó título, talla ó pie, permisos.—Unidades de tiempo.—Unidades angulares. (Párrafos 237 al 248.)

RAZONES Y PROPORCIONES.—Definiciones.—Símbolo y expresión de la relación. Teorema: La relación de dos magnitudes de la misma especie, está expresada por el cociente de los números que la miden, tomando una tercera por unidad.—Proporcionalidad.—Algoritmo.—Modo de reconocer la proporcionalidad. — Teorema 1.°: Cuando dos magnitudes son proporcionales, si se multiplica un valor particular de una ellas por un número, el valor correspondiente de la otra queda multiplicado por el mismo número.—Recíprocamente.—Teorema 2.°: Cuando dos magnitudes son inversamente proporcionales, al multiplicar un valor de una de ellas por un número, el correspondiente de la otra queda dividido por el mismo número.—Recíprocamente.— Forma numérica de la proporcionalidad de dos magnitudes.—Relación de sus valores numéricos. (Párrafos 265 al 271.)

*Ejemplo:* En ochenta y cinco horas han construído 29 obreros un muro de 15 metros de longitud, 3,50 m. de altura y 0,64 metros de espesor. ¿Cuánto tiempo será necesario para que 53 obreros construyan otro muro de 18 metros de largo, 3 de altura y 1,20 m. de espesor?

## PAPELETA 17.ª

FRACCIONES ORDINARIAS. — División. — Definición. — Cociente completo de dos números enteros.—Casos elementales de división. 1.° $\frac{a}{b} : m$; 2.° $A : \frac{m}{n}$. División en forma implícita.—Fracciones complejas. Extensión de la notación fraccionaria.—Generalidades de ciertas proposiciones. Principios fundamentales.—Teorema 1.°: Si se multiplica ó divido el numerador de una fracción compleja por un cierto número, la fracción queda multiplicada ó dividida por dicho número. — Teorema 2.°: Si se multiplica ó divide el denominador de una fracción compleja por un cierto número, la fracción queda dividida ó multiplicada por dicho número. Teorema 3.°: Una fracción compleja no se altera si se multiplican ó dividen sus dos términos por un mismo número.—Operaciones: suma, resta, multiplicación y división.—Escolio.—Cómo pueden deducirse la resta y división. (Párrafos 133 al 143.)

TRANSFORMACIÓN DE LOS NÚMEROS CONCRETOS APLICADOS AL SISTEMA MÉTRICO.—Definiciones.— Número complejo ó incomplejo; homogéneo y heterogéneo.—Reglas de transformación.—1.ª Incomplejo en otro incomplejo de orden inferior ó superior.—2.ª Complejo en incomplejo de orden inferior.—3.ª Complejo en incomplejo de un orden cualquiera.—4.ª Incomplejo en complejo de órdenes inferiores. 5.ª Incomplejo en complejo de órdenes superiores. (Párrafos 256 al 258.)

REGLA DE TRES SIMPLE Y COMPUESTA.—Dependencia de una magnitud de otras varias.—Cuestiones relativas á las magnitudes proporcionales.—Regla de tres simple y directa.—Idem inversa.—Regla de tres compuesta.—Forma numérica y propiedades de la proporcionalidad de varias magnitudes. (Párrafos 271 al 277.)

*Ejemplo:* Con una velocidad de 9,35 metros por segundo, recorre una locomotora un cierto espacio en 28' 40". ¿Qué velocidad deberá tener para salvar la misma distancia en veinte minutos?

## PAPELETA 18.ª

IGUALDADES FRACCIONARIAS. — Definición.—Extremos, medios.—Teorema 1.°: Productos de extremos igual al de medios.—Recíproca.—Corolario 1.°: Un extremo es igual al producto de medios, dividido por el otro extremo.—Corolario 2.°: Pueden efectuarse con los términos de una igualdad fraccionaria todas las transformaciones que no alteren la igualdad de los productos de extremos y medios.—Teorema 2.°: En toda igualdad fraccionaria, la suma ó diferencia de los numeradores, partidas, respectivamente, por la suma ó diferencia de los denominadores, forma una fracción igual á cualquiera de las propuestas.—Corolario 1.°: En toda igualdad fraccionaria, la suma de numeradores partida por su diferencia, es igual á la suma de denominadores partida por su diferencia.—Corolario 2.°: La suma de numeradores partida por la de denominadores en una serie de igualdades fraccionarias forma una fracción igual á cada una de ellas.—Escolio.—Teorema 3.°: La suma ó diferencia de los dos primeros términos distintos, respectivamente, por la suma ó diferencia de los otros dos, es igual al primero partido por el tercero, ó al segundo partido por el cuarto.—Corolario: La suma de los dos primeros términos partida por su diferencia, es igual á la suma de los otros dos dividida por su diferencia.—Teorema 4.°: Cuando los numeradores ó denominadores son iguales, los demás términos forman una igualdad fraccionaria.—Teorema 5.°: Si se multiplican término á término varias igualdades fraccionarias, los productos forman otra igualdad fraccionaria.—Teorema 6.°: Si se dividen término á término dos igualdades fraccionarias, los cocientes forman otra igualdad fraccionaria. (Párrafos 143 al 145.)

REGLAS PARA OPERAR CON LOS NÚMEROS CONCRETOS APLICADAS AL SISTEMA MÉTRICO.—Dicción, regla.—Sustracción, regla. Multiplicación. — Definición. — Cuestión práctica que resuelve esta operación: Conocido un número concreto que expresa la equivalencia de una cierta unidad concreta, obtener el que corresponde á otro número concreto de la misma especie que esa unidad; regla práctica.—División.—Definición.—Cuestiones que pueden conducir á una división de concretos: 1.ª Conocido un número concreto, equivalente á una cierta unidad, hallar la equivalencia de otro concreto de la misma especie que el primero.—Regla.—2.ª Conocido un número concreto, al cual equivale otro segundo también concreto y de cualquier especie, hallar la equivalencia de una unidad de la especie del primero de estos números.—Regla. (Párrafos 258 al 262.)

INTERÉS SIMPLE.—Definición.—Renta.—Tanto por ciento.—Clases de interés.—Proporcionalidad de las magnitudes relativas al interés simple.—Problemas diversos en la regla de interés simple.—Caso particular de la regla de interés simple. (Párrafos 278 al 282.)

*Ejemplo:* ¿Qué interés producirá en dos años y un mes la cantidad de 18.000 pesetas, impuestas al 5,5 por 100?

## PAPELETA 19.ª

MÁXIMO COMÚN DIVISOR DE DOS NÚMEROS.—Definiciones y consecuencias.—Números primos entre sí.—Principio fundamental.—Teorema: El *m. c. d.* de dos números, no divisibles uno por otro, es el mismo que el del menor y el resto, por defecto ó por exceso, de la división de ambos.—Investigación del *m. c. d.* de dos números. — Propiedades del *m. c. d.* de dos números.—Teorema 1.°: Todo número que divida á dos, divide á su *m. c. d.*—Teorema segundo: Si se multiplican ó dividen dos números por un tercero, su *m. c. d.* quedará multiplicado ó dividido por dicho tercer número.—Corolario: Si se dividen dos números por su *m. c. d.*, los cocientes son primos entre sí.—Recíprocamente.—Teorema 3.°: Si un número divide á un producto de dos factores y es primo con uno, divide al otro.—Corolario: El *m. c. d.* de dos números no se altera aun cuando se multiplique ó divida uno de ellos por un factor primo con el otro.—Escolio: Simplificación de la operación. (Párrafos 84 al 88.)

RAÍZ CUADRADA DE LAS FRACCIONES SIN APROXIMACIÓN FIJA.— Reglas operativas en cada caso.—Teorema 1.°: Para extraer la raíz cuadrada de una fracción cuyo denominador es cuadrado perfecto, se extrae la de su numerador exacta ó aproximadamente y se divide por la del denominador.—Corolario: Para extraer la raíz cuadrada de un número decimal compuesto de un número par de cifras decimales, se opera como si fuera ente-

**ro, y de la raíz cuadrada se separa la mitad del número de cifras decimales.**—Teorema 2.°: La raíz cuadrada de una fracción irreducible cuyo denominador no es cuadrado perfecto, se extrae convirtiéndola en otra que cumpla esta condición.—Corolario: Para extraer la raíz cuadrada de un número decimal compuesto de un número impar de cifras decimales, se le agrega un cero y se opera como en el caso en que dicho número es par.

EXTRACCIÓN DE LA RAÍZ CUADRADA DE UN NÚMERO ENTERO Ó FRACCIONARIO CON UNA APROXIMACIÓN DADA.—Raíz cuadrada con aproximación fijada.—Definición. Procedimiento general. — Teorema: La raíz de un número $N$ en menos de $\frac{1}{q}$ se encuentra extrayendo la raíz en menos de una unidad del producto $Nq^2$ y dividiéndolo por $q$.—Corolario 1.°: La raíz cuadrada de un número entero con un error menor que $\frac{1}{10q}$, se halla escribiendo $2q$. ceros á su derecha y separando de la raíz cuadrada del número así formado, $q$ cifras decimales.—Corolario 2.°: La raíz cuadrada de una fracción ordinaria en menos de $\frac{1}{10q}$, se obtiene reduciendo la fracción á decimales con $2q$ cifras decimales, prescindiendo de la coma, y en la raíz del número así formado separamos el número de cifras decimales pedidas.—Corolario 3.°: La raíz cuadrada de un número decimal en menos de $\frac{1}{10n}$, se toman $2n$ cifras decimales, prescindiendo de las de orden inferior ó agregando ceros si no hubiera número suficiente, y se extrae después la raíz cuadrada del número decimal que así se obtiene.—Raíz cuadrada de los números implícitos.—Procedimiento general y casos particulares.—Raíz de un producto de números cuadrados perfectos.—Raíz de un cociente.—Raíz de una potencia par. (Párrafos 188 al 192.)

OPERACIONES CON LOS NÚMEROS INCONMENSURABLES.—Medida de la magnitud inconmensurable. — Definición. — Qué otros números inconmensurales pueden considerarse en la Aritmética además de los precedentes de medir la magnitud. (Párrafo 206.)

NÚMEROS CONCRETOS.—Problemas que se resuelven por la correlación de unidades métricas.—1.° Pasar de capacidad á volumen, y al contrario.—2.° Conocido el volumen, calcular el peso, y al contrario.—3.° Hallar el peso de un cuerpo, conocida su capacidad, y al contrario. (Párrafo 264.)

*Ejemplo*: Determinar las unidades de capacidad que corresponden á una cantidad de aceite de oliva que pesa 558 kilogramos 900 gramos, siendo 0,92 su densidad.

PAPELETA 20.ª

MÁXIMO COMÚN DIVISOR DE VARIOS NÚMEROS.—Principio fundamental.—Teorema: El *m. c. d.* de varios números no se altera sustituyendo dos de ellos por su *m. c. d.*—Procedimiento.—Teoremas relativos al *m. c. d.* de varios números.—Teorema 1.°: Todo divisor de varios números lo es de su *m. c. d.*—Teorema 2.°: Si se multiplican ó dividen varios números por otros, su *m. c. d.* queda multiplicado ó dividido por este otro.—Corolario: Si se dividen varios números por su *m. c. d.*, los cocientes son primos entre sí.—Recíproco.

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO DE VARIOS NÚMEROS.—Principio fundamental. — Teorema: El *m. c. d.* de varios números no se altera si sustituímos dos de ellos por su *m. c. m.*—Procedimiento. — Teoremas relativos al *m. c. m.* de varios números. — Teorema 1.°: Todo múltiplo de varios números lo es de su *m. c. m.*—Teorema 2.°: Si se multiplican ó dividen varios números por otro, su *m. c. m.* queda multiplicado ó dividido.—Teorema 3.°: Si se divide el *m. c. m.* de varios números por cada uno de ellos, los cocientes son primos entre sí.—Recíprocamente. (Párrafos 88 al 91 y 93 al 96.)

NÚMEROS INCOMENSURABLES. — Teoría de los límites.—Definición.—Consecuencias: Límite de una variable, expresión de una variable.—Ejemplo notable de límite.—Proposiciones relativas á los límites.—Teorema 1.°: Dos cantidades variables que permanecen constantemente iguales tienen el mismo límite.—Teorema 2.°: Si dos cantidades constantes están comprendidas entre dos variables cuya diferencia pueda ser tan pequeña como se quiera, dichas constantes son iguales.—Teorema 3.°: El límite de la suma de varias variables, es la suma de sus límites.—Escolio: El número de sumandos ha de ser limitado.—Corolario: El límite de la diferencia de dos cantidades variables es la diferencia de sus límites.—Teorema 4.°: El límite del producto de varios factores variables es el producto de los límites.—El número de factores ha de ser limitado.—Corolario 1.°: El límite de la potencia de una cantidad variable es la potencia de igual grado del límite de dicha variable.—Corolario 2.°: El límite del cociente de dos variables es el cociente de sus límites.—Corolario 3.°: El límite de la raíz cuadrada ó de la cúbica de una variable es la raíz del mismo grado del límite de la variable.—Escolio general: El límite del resultado de una operación cualquiera es el de la misma operación efectuada con los límites. (Párrafos 203 al 206.)

REGLA DE COMPAÑÍA. — Definición. — Particiones proporcionales.—Descomponer una cantidad en partes proporcionales á varios números dados.— Fórmulas de la regla de compañía. (Párrafos 294 al 297.)

*Ejemplo*: Repartir 72.000 pesetas entre tres personas, de manera que la segunda tenga tres veces más que la primera y la tercera dos veces más que la segunda.

**Algebra.—Texto: Salinas y Benítez.**

*Cuarta edición* (1905).

PAPELETA 1.ª

NOCIONES FUNDAMENTALES.—Definiciones y notación simbólica.—Función.—Ley matemática. — Problema. — Dependencia entre los datos y las incógnitas.—Casos en que se obtendrá la incógnita en forma explícita.—Idem en forma implícita.—Definición del Algebra.—Concepto cuantitativo y cualitativo de las magnitudes.—Notación algebraica.—Necesidad de adoptar signos y símbolos para representar las leyes que ligan las funciones con sus variables.—Ejemplo aclaratorio. Determinar dos números, tales que, el primero, aumentado en tres unidades, sea igual al duplo del segundo, y que el segundo sea igual al primero, disminuído en cinco unidades.—Signos que se emplean para expresar las operaciones y relaciones de las cantidades entre sí.—**Fórmula. (Párrafos 1 al 7.)**

ELEVACIÓN Á POTENCIAS.—Definición. Algoritmo.—Potencia de un monomio.—Regla.—Fórmula de la potencia de un binomio; sus ventajas.—Procedimiento para su determinación; ley de formación de los coeficientes; su determinación sucesiva y forma general; fórmula de la potencia de un binomio. (Párrafos 64 al 66 y del 67 hasta las observaciones.)

RESOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES.—Preliminares. — Identidad.—Ecuación.—Raíz.—Sistema de ecuaciones; solución del sistema; ecuaciones y sistemas equivalentes.—Procedimientos para plantear los problemas; partes que hay que considerar; regla para el planteo.—Ejemplo: Hallar un número tal que, agregándole $n$, la suma sea $p$ veces dicho número. (Párrafos 112 al 116.)

*Ejercicio*: Resolución del siguiente problema: Hallar la profundidad de un pozo de mina dejando caer una piedra en él y contando el tiempo expresados en segundos desde el momento de soltar la piedra hasta el en que se percibe el sonido de su llegada al fondo. (Párrafo 162, problema 7.°)

PAPELETA 2.ª

CUALIDAD DE LA MAGNITUD. — Definición.—Cantidades positivas y negativas. Ejemplos para aclarar la diferencia que existe entre aquéllas y éstas.—Relaciones entre los valores de una magnitud.—Valores absolutos y relativos.—Efecto producido por la reunión de los números que miden dos estados, uno positivo y otro negativo, de una misma magnitud.—Proposiciones que se deducen del carácter opuesto de las cantidades positivas y negativas.—1.ª Toda cantidad negativa es menor que cualquiera otra positiva.—2.ª Toda cantidad negativa es menor que cero.—3.ª De dos cantidades negativas es menor la que tiene mayor valor absoluto.—Algoritmo algebraico. (Párrafos 7 al 10).

FÓRMULA DE LA POTENCIA DE UN BINOMIO. — Propiedades de esta fórmula.—1.ª El desarrollo obtenido es un polinomio homogéneo y del grado $m$, respecto á las letras $a$ y $x$.—2.ª El coeficiente de un término multiplicado por el exponente de $x$ en el mismo y dividido por el de $a$ más una unidad, es el coeficiente del siguiente.—3.ª El denominador de cada coeficiente es el producto de la serie natural de los números, hasta el que indica los términos que preceden al considerado, y el numerador el producto de otros tantos factores sucesivos descendentes á partir de $m$.—4.ª El número total de términos es $m + 1$.—5.ª Los términos equidistantes de los extremos tienen igual coeficiente.—6.ª Los coeficientes aumentan desde el primero hasta el del término medio, si $m$ es par, ó hasta el último de la primera mitad si es impar.—7.ª La forma del desarrollo $(x - a)^m$ es igual á la de $(x + a)^m$ siendo alternativamente positivos y negativos los términos.—8.ª La suma de los coeficientes es igual á $2^m$ y la suma de los de lugar par es igual á los de lugar impar. (Párrafo 67, observaciones.)

TRANSFORMACIONES QUE PUEDE EXPERIMENTAR UNA ECUACIÓN.—Objeto de las transformaciones.—Teoremas fundamentales de transformación.—Teorema 1.°: Cuando á los dos miembros de una ecuación se les agrega ó resta á una misma cantidad numérica ó algebraica, se obtiene una ecuación equivalente.—Corolario: En toda ecuación puede suprimirse un término cualquiera de un miembro, llevándole al otro con signo contrario.—

Teorema 2.°: Una ecuación se transforma en otra equivalente si se multiplican los dos miembros por una misma expresión numérica ó algebraica, siempre que ésta no contenga las incógnitas y sea distinta de cero y del infinito.—Corolario: Cuando algunos términos son fraccionarios y los denominadores no contienen ninguna incógnita, dicha ecuación puede transformarse en otra equivalente, cuyos términos sean enteros.—Escolio: Caso de que en una ecuación con una sola incógnita, algún término tenga la incógnita en el denominador, si la ecuación tiene más de una incógnita, no puede asegurarse que quitando denominadores se obtenga una ecuación equivalente cuando en ellos entra alguna de las incógnitas.—Teorema 3.°: Los dos miembros de una ecuación pueden dividirse por una cantidad, siempre que ésta no contenga á las incógnitas y sea distinta de cero ó infinito. Teorema 4.°: Si se elevan los dos miembros de una ecuación á una misma potencia, la nueva ecuación que resulta no es, en general, equivalente á la primera. Teorema 5.°: Si se extraen raíces de igual orden de los dos miembros de una ecuación, pueden perderse algunas soluciones; comprobación extrayendo las raíces cuadradas en la ecuación $A^2 = B^2$. (Párrafos 116 al 118).

*Ejercicio*: Resolución del siguiente problema: Hallar un número que aumentado en nueve veces su inverso, sea igual á 3. (Párrafo 162, problema 5.°).

PAPELETA 3.ª

CONCEPTO DE LAS OPERACIONES DE ÁLGEBRA.—Necesidad de nuevas definiciones.—Adición.—Definición; procedimiento.—Consecuencias: 1.ª La adición algebráica no supone aumento.—2.ª El orden de sumandos no altera la suma.—3.ª Toda serie de adiciones y substracciones puede considerarse como una suma algebraica. Substracción.—Definición; procedimiento.—Consecuencia: La substracción algebraica no supone disminución en el minuendo. (Párrafos 10 al 13).

POTENCIAS Y RAÍCES DE LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS.—Elevación á potencias.—Fórmula de la potencia de un polinomio.—Notaciones.

$$1.^a \quad \sum_{n=m}^{n=m'} f(n) \qquad 2.^a \quad \prod_{n=m}^{n=m'} f(n)$$

Aplicación de estas nociones á la fórmula del binomio.—Nueva expresión del término general del binomio.—Empleo de la última notación en la fórmula del binomio.—Fundamentándose en ella hallar el desarrollo de la fórmula: $(a + b + c + d + ... + l)^m$.—Aplicar el desarrollo obtenido al cuadrado y al cubo de un polinomio.—Variación de las potencias de una cantidad.—Teorema 1.°: Las potencias sucesivas de una cantidad mayor que la unidad son mayores que la unidad y crecen ilimitadamente.—Teorema 2.°: Las potencias sucesivas de una cantidad menor que la unidad, son menores que la unidad y decrecen, siendo su límite cero. (Párrafos 68 al 70).

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON UNA INCÓGNITA.—Resoluciones de la ecuación completa. — Forma general de la ecuación.—Obtención de la fórmula.—Regla.—Casos particulares en que $a = 1$ y $B = 2b$.—Discusión de la fórmula general que da las raíces.—Relaciones entre los coeficientes y las raíces.—Modo de hallar dos números cuyo producto y suma se conocen. (Párrafos 150 al 153).

*Ejercicio*: Resolver el siguiente problema: El número de centinelas de un castillo es tal, que el producto de los dos números inmediatamente superiores á él, iguala á 13, más 15 veces ese mismo número que quiere calcularse. (Párrafo 162, problema 4.°).

PAPELETA 4.ª

CONEPTO DE LAS OPERACIONES DEL ÁLGEBRA.—Multiplicación.—Definición: Regla de signos.—Producto de varios factores.—Consecuencias: 1.ª El orden de los signos no altera el que corresponde al producto.—2.ª El producto total variará de signo cuando varíe el de uno de los factores.—División.—Definición.— Regla de signos.—Consecuencia: Cuándo variará el signo del cociente y cuándo permanecerá siendo el mismo.— Elevación á potencias.—Definición.—Signo de la potencia.—Extracción de raíces.— Definición.—Signo de la raíz.—Forma imaginaria. (Párrafos 13 al 17).

EXTRACCIÓN DE RAÍCES.—Definición.—Algoritmo.—Raíces de los monomios.—Regla: Condiciones para que un monomio tenga raíz exacta.—Variación de las raíces de una cantidad.—Teorema 1.°: Las raíces de una cantidad mayor que la unidad son mayores que ésta y menores que dicha cantidad; disminuyen cuando aumenta el índice, y el límite interior es la unidad.—Teorema 2.°: Las raíces de una cantidad menor que la unidad, son menores que ésta y mayores que dicha cantidad, aumentan con el índice y su límite superior es la unidad. (Párrafos 70 al 73 y 76).

TRANSFORMACIONES QUE PUEDE EXPERIMENTAR UN SISTEMA DE ECUACIONES.—Objeto de la transformación.—Transformaciones aisladas.—Idem de combinación.—Teorema 1.°: En un sistema de ecuaciones puede sustituirse una de ellas por la que resulte de sumarla, miembro á miembro, con otra cualquiera del sistema.—Corolario: Una ecuación de un sistema puede reemplazarse por la que resulte sumándola algebraicamente y miembro á miembro, con varias de las demás.—Teorema 2.°: En un sistema de ecuaciones puede, en general, sustituirse una de ellas por la que se obtiene multiplicándola, miembro á miembro con otra cualquiera del sistema.—Corolario: En un sistema puede, en general, reemplazarse una ecuación por la que resulte de multiplicarla miembro á miembro, por cualquiera de las demás.—Teorema 3.°: Una ecuación de un sistema puede, en general, reemplazarse por la que resulte de dividirla miembro á miembro, por otra del sistema.—Teorema 4.°: En un sistema de ecuaciones puede sustituirse una de ellas por la que se obtenga sumándole ó restándole las potencias de igual grado de los dos miembros de otra cualquiera del sistema.—Corolario: Una ecuación puede sustituirse por la obtenida sumándole algebraicamente las potencias de otras varias del sistema, multiplicadas por números cualesquiera, siempre que sean los mismos los grados y los factores de los miembros de cada una.—Teorema 5.°: En un sistema de ecuaciones no es posible, en general, reemplazar una por la que resulte de sumarle ó restarle ordenadamente las raíces de igual orden de otra del sistema. (Párrafos 120 al 123).

COMBINACIONES DE DESIGUALDADES.—1.ª Puede sumarse miembro á miembro varias desigualdades que se verifique en el mismo sentido.—2.ª Se puede restar miembro á miembro dos desigualdades que se verifiquen en sentido contrario, dando á la desigualdad diferencia el signo de la que hace de minuendo.—3.ª Pueden multiplicarse miembro á miembro varias desigualdades que se verifiquen en el mismo sentido y cuyos miembros sean todos positivos. — 4.ª Pueden dividirse miembro á miembro dos desigualdades que se verifiquen en sentido contrario cuyos miembros sean todos positivos, dando á la desigualdad cociente el signo de la desigualdad dividendo ó signo contrario á la de divisor.—Desigualdades de primer grado con una incógnita.—1.° Resolver una sola desigualdad.—2.° Resolver varias desigualdades con una sola incógnita. (Párrafos 142 y 144).

*Ejercicio:* Resolver el problema siguiente: El denominador de una fracción ordinaria, irreducible, excede en 6 unidades á su numerador, y toda ella en $\frac{1}{12}$ á la que se obtiene disminuyendo una unidad á los dos términos, ¿cuál es esta fracción? (Párrafo 162, problema 3.°)

PAPELETA 5.ª

EXPRESIONES ALGÉBRAICAS. — Definición.—Monomio y polinomio.— Definición.—Cantidades incompletas.—Cantidades complejas.—Términos semejantes. Cantidades racionales.—Cantidad entera.—Cantidad fraccionaria.—Cantidades irracionales.—Valor numérico de una expresión algebraica.—Expresiones equivalentes.— Grado de una expresión.—Grado de un monomio entero.—Grado de un polinomio entero.—Grado de un monomio ó un polinomio con respecto á una letra que no contiene.—Grado de las expresiones fraccionarias é irracionales. Expresiones homogéneas. — Polinomio homogéneo.—Ordenación de polinomios. Letra ordenatriz.—Polinomio completo é incompleto.—Casos: 1.° Que el polinomio contenga dos letras y sea homogéneo.—2.° Que el polinomio considerado contenga varios términos, en los cuales la letra ordenatriz lleve el mismo exponente.—Generalización del convenio de la ordenación.—Simplificación de polinomios. — Regla práctica. (Párrafos 17 al 26.)

POTENCIAS Y RAÍCES DE LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS.—Extracción de raíces. Raíces de los polinomios.—Regla.—Aplicación de la regla á la extracción de la raíz cuadrada de un polinomio.—Condiciones para que un polinomio sea potencia perfecta.—Raíz inexacta de los polinomios. (Párrafo 73 al 76.)

ECUACIONES.—Forma general de una ecuación.—Clasificación de las ecuaciones.—Ecuación del primer grado con una incógnita.—Resolución de la ecuación.—Discusión de la fórmula.—Primer caso: Indeterminación.—2.° caso: Imposibilidad. (Párrafos 118, 119, 123 y 124).

*Ejercicio:* Resolver el problema siguiente: Hallar en la recta que une dos focos luminosos $A$ y $B$, el punto igualmente iluminado.—Discusión de la fórmula: 1.° $a > b$. 2.° $a = b$; 3.° $a < b$ y lo mismo si $d = o$. (Párrafo 162, problema 6.°.)

PAPELETA 6.ª

OPERACIOEES ELEMENTALES CON LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y PROPIEDADES DE LOS POLINOMIOS ENTEROS.—Preliminares.—Objeto del cálculo algebraico. Carácter de las operaciones algebraicas. Adición.—Definición.—Algoritmo de la operación.—Procedimiento operativo.—Casos: 1.° Adición de monomios.—2.° Adición de monomio y polinomio.—3.° Adición de polinomios.—Regla general para sumar varias expresiones algebraicas.—Consecuencias.—Substracción.—Definición.—Algoritmo de la operación.—Procedimiento operativo.—Regla para restar dos expresiones algebraicas.—Consecuencias: 1.ª Un polinomio cualquiera puede considerarse como la expresión de la diferencia de otros dos.—2.ª Todo polinomio equivale á la diferencia entre la suma de sus términos positivos y negativos.—3.ª Todos los términos de cualquier polinomio pueden encerrarse en un paréntesis, con diversos signos, afectando á dicho paréntesis del signo menos. (Párrafos 26 al 36.)

PROGRESIONES POR DIFERENCIA.—Definiciones: Términos; razón; progresiones crecientes, decrecientes, limitadas, indefinidas y doblemente indefinidas.—Algoritmo.—Propiedades.—Teorema 1.º En toda progresión, un término es igual á otro anterior á él, más el producto de la razón por el número de los que preceden á partir del considerado.—Recíproco.—Caso en que se tome para comparar un término, el primero de la progresión. Teorema 2.º: Los términos de una progresión por diferencia creciente indefinida, pueden ser mayores que cualquier cantidad.—Teorema 3.º: La suma de los términos equidistantes de los extremos es constante é igual á la de los extremos. Teorema 4.º: La suma de todos los términos de una progresión limitada es igual á la semisuma de los términos extremos multiplicada por el número de términos de la progresión.—Fórmula de la suma en función del primer término. Aplicaciones á la suma de la serie natural de los números y á la de los impares. Interpolación diferencial.—Definición.—Procedimiento y signo de la razón.—Teorema 1.º: Si entre cada dos términos consecutivos de una progresión por diferencia interpolamos el mismo número de medios, resulta una sola progresión. Teorema 2.º: Si entre dos cantidades $a$ y $b$ se interpolan $p-1$ medios diferenciales, y después $p'-1$ entre cada dos términos de la progresión resultante, se hallará una progresión idéntica á la que se hubiera formado interpolando $pp'-1$ medios entre las dos primeras cantidades. (Párrafos 77 al 81.)

TEORÍA ELEMENTAL DE LA ELIMINACIÓN. Definición.—Necesidad de la eliminación. Método de sustitución.—Método de igualación.—Método de reducción. (Párrafos 125 al 130).

*Ejercicio*: Resolver el problema siguiente: Ha sido preciso vender un reloj en 22,75 pesetas, rebajando su coste primitivo en un tanto por ciento igual al número de pesetas que costó; ¿cuál fué su precio? (Párrafo 162, problema 1.º)

## PAPELETA 7.ª

OPERACIONES ALGEBRAICAS.—Multiplicación.—Definición.—Algoritmo de la operación.—Procedimiento operativo.—Casos: 1.º Multiplicación de monomios enteros.—2.º Multiplicación de un polinomio por un monomio.—3.º Multiplicación de polinomios. (Párrafos 36 al 39).

PROGRESIONES POR COCIENTE.—Definición; términos; razón; clases de progresiones.—Algoritmo.—Propiedades.—Teorema 1.º: En toda progresión un término es igual á otra anterior, multiplicado por por una potencia de la razón cuyo exponente es el número de términos que median entre él y el considerado.—Recíproca.—Caso en que se tome el primer término como término de comparación. Teorema 2.º: Los términos de una progresión creciente é indefinida pueden llegar á ser mayores que cualquiera cantidad, y los de una decreciente tienen por límite cero.—Teorema 3.º: El producto de los términos equidistantes de los extremos es igual al de estos extremos.—Teorema 4.º: El producto de todos los términos es la raíz cuadrada del producto de los extremos elevado á una potencia, cuyo exponente es el número de términos; aplicaciones.—Teorema 5.º: La suma de los términos de una progresión limitada, es la diferencia entre el producto del último por la razón y el primero, y dividida por la razón menos la unidad; extensión de la fórmula á los casos en que $c$ es menor ó igual á la unidad; límite de la suma en las progresiones indefinidas. (Párrafos 81 al 84.)

ECUACIONES DE PRIMER GRADO.—Ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.—Resolución: 1.º Por sustitución.—2.º Por igualación.—3.º Por reducción.—Observaciones: 1.ª El denominador es el mismo en ambos, y el numerador de cada una se obtiene reemplazando en aquél los coeficientes por los segundos miembros. 2.ª Si en las ecuaciones propuestas se sustituye $a$, $b$ y $c$ por sus correspondientes $a'$, $b'$ y $c'$ y al contrario, la primera ecuación se convierte en la segunda, y al contrario.—3.ª Permutando en las ecuaciones $a$ y $a'$ con $b$ $b'$ y $x$ con $y$, el sistema no varía. (Párrafos 131 al 133.)

*Ejercicio*: Resolver el problema siguiente: Se han embarcado en un vapor 360 toneladas de carbón, debiendo repartirse por igual entre cada uno de los días que debe durar el viaje; al emprender éste, se navegaron cuatro días á la vela, aumentando así en tres toneladas la cantidad de carbón disponible por día. ¿Cuánto duró la navegación? (Párrafo 162, problema 2.º)

## PAPELETA 8.ª

OPERACIONES ALGEBRAICAS.—Multiplicación.—Observaciones: 1.ª Con objeto de facilitar la reducción de términos semejantes, ¿qué es lo que se hace con el multiplicando y multiplicador?—2.ª Caso en que la letra ordenatriz entre con el mismo exponente en varios términos.—3.ª Si los factores polinomios son más de dos, ¿qué operación se ejecuta?—Consecuencias: 1.ª De dónde provienen el primero y el último término del producto, cuando se multiplican dos polinomios ordenados.—2.ª Número de términos del producto.—3.ª Grado del producto de dos factores.—4.ª En el caso de que los factores sean homogéneos. ¿qué deberá ser el producto?—Cambio de signo de una letra. (Párrafos 39 al 42.)

PROGRESIONES POR COCIENTE.—Interpolación proporcional.—Definición, procedimiento.—Teorema 1.º: Si entre cada dos términos de una progresión se interpola el mismo número de medios, resulta una sola progresión.—Teorema 2.º: Si entre $a$ y $b$ interpolamos $p-1$ medios proporcionales y después interpolamos $p'-1$ medio entre cada dos términos de la progresión formada, resulta una progresión igual á la formada, interpolando $p\ p'-1$ entre $a$ y $b$.—Teorema 3.º: Interpolando un número suficientemente grande de medios proporcionales entre los términos de una progresión por cociente, podremos conseguir que la diferencia entre dos términos consecutivos de la nueva progresión sea tan pequeña como se quiera.

SISTEMAS GENERALES DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO.—Diferentes clases de sistemas.—1.º Forma determinada.—2.º Forma indeterminada.—3.º Forma de incompatibilidad.—*Primera clase.*—Regla para resolver el sistema.—Observaciones: 1.ª Caso en que es determinado; 2.ª Idem indeterminado; 3.ª Idem imposible; 4.ª Modo de efectuar la eliminación en la práctica; 5.ª Casos particulares.

Resolver el sistema de ecuaciones siguientes:

$$4x+3y-5z=8$$
$$5x+6y-2z=47$$
$$2x-4y+9z=23$$
(Párrafos 135 al 137).

*Ejercicio:* Resolver el problema siguiente: Con dos vinos cuyos precios son $a$ y $b$ céntimos el litro, se desea formar una mezcla de $d$ litros cuyo precio sea $c$ céntimos el litro. (Párrafo 140, problema 9.º)

## PAPELETA 9.ª

OPERACIONES ALGEBRAICAS.—División. Definición.—Algoritmo de la operación. Procedimiento operativo.—Casos: 1.º División de dos potencias de una misma cantidad.—2.º División de monomios enteros.—3.º División de un polinomio por un monomio.—División de un monomio por un polinomio.—4.º División de dos polinomios. (Párrafos 42 al 45.)

LOGARITMO Y SUS APLICACIONES.—Preliminares.—Definición de logaritmo: restricción de la definición á las progresiones propuestas; extensión de la misma al logaritmo de un número interpolado en la progresión por cociente; condición para que un número conmensurable y mayor que uno pueda formar parte de la progresión por cociente, cuya razón es un número entero y cuyo primer término es la unidad; condición para que un número conmensurable y menor que la unidad pueda formar parte de la progresión por cociente, cuya razón es un número entero y cuyo primer término es la unidad; todo número conmensurable puede entrar en la progresión por diferencia si $r$ es conmensurable.—Sistema de logaritmos.—Un número tiene infinitos logaritmos y un mismo logaritmo lo es de infinidad de números.—Base del sistema.—Algoritmo de los logaritmos comunes y neperianos.—Consecuencias: 1.ª En todo sistema de logaritmos, el logaritmo de la unidad es cero y el logaritmo de la base es la unidad.—2.ª Si la base es mayor que 1, á mayor número corresponde mayor logaritmo.—El logaritmo de infinito es infinito.—El logaritmo de cero es menos infinito.—Consecuencias si la base es menor que 1.—Los números negativos carecen de logaritmo. (Párrafos 88 al 93).

ECUACIONES DE PRIMER GRADO.—*Forma indeterminada.*—Número de soluciones. Caso en que el sistema será imposible.—Regla.—Resolver el sistema de ecuaciones siguientes:

$$2x+3y-4z+2u=-6$$
$$4x-3y+2z-3u=7$$

*Forma de incompatilidad.*—Caso en que existen coeficientes indeterminados: ecuaciones de condición.—Caso en que el sistema es determinado ó indeterminado.—Regla.—Resolver el sistema de ecuaciones siguientes:

$$x+y=3+2b$$
$$x-y=2a-1$$
$$bx-ay=a^2-b^2$$
$$ax+by=a^2+b^2+5$$

determinando los valores de $a$ y $b$ que hacen soluble el sistema. (Párrafos 137 al 139).

*Ejercicio*: Resolver el problema siguiente: Hallar un número que, dividido por el exceso sobre la unidad de otro número dado $a$, y multiplicando el cociente por el cuadrado de ese mismo número conocido, dé un producto igual á dicho cociente más 8. (Párrafo 140, problema 8.°)

### PAPELETA 10.

OPERACIONES ALGEBRAICAS.—División Observaciones: 1.ª No hay necesidad de escribir el producto del primer término del divisor por cada término del cociente.—2.ª Qué se hace cuando la letra ordenatriz entra en varios términos del dividendo y divisor con iguales exponentes. 3.ª Grado del cociente.—4.ª Dividendo y divisor homogéneos.—5.ª Ordenación del dividendo cuando carece de alguna potencia la letra ordenatriz.—6.ª Caso en que el cociente de dos polinomios es un monomio.—Condiciones para que un polinomio sea divisible por otro.—División inexacta. (Párrafos 45 al 48).

PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS.—Proposiciones generales: Teorema 1.°: El logaritmo de un producto es la suma de los logaritmos de los factores.—Generalización á un número cualquiera de factores.—Corolario 1.°: El logaritmo de un cociente es igual al logaritmo del dividendo menos el logaritmo del divisor; el logaritmo de una fracción es igual...—El logaritmo de un número entero es igual y de signo contrario al de su inversa.—Corolario 2.°: El logaritmo de la potencia de un número es igual al exponente por el logaritmo de la base.—Corolario 3.°: El logaritmo de la raíz de un número es igual al logaritmo del número dividido por el índice de la raíz. (Párrafo 93, hasta el teorema 2.°)

ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DOS INCÓGNITAS.—Discusión; su objeto.—*Primer caso*: El denominador común $a b' - b a'$ es distinto de cero; acuerdo de las fórmulas con las soluciones de la ecuación.—*Segundo caso*: El denominador es cero, y uno al menos de los coeficientes es distinto de cero y $c b' - b c' \gtrless o$ ó $c b' - b c' = o$ acuerdo de las fórmulas con las consecuencias deducidas de la ecuación; formas de poner de manifiesto en las ecuaciones la imposibilidad ó indeterminación que dan las fórmulas; consecuencias de la hipótesis de este caso.—*Tercer caso*: El denominador y todos los coeficientes se reducen á cero; consecuencias. Ecuaciones homogéneas. (Párrafos 133 al 135).

*Ejercicio*: Resolver el problema siguiente: Obtener un número tal, que restando de su duplo la tercera parte del cuádruplo del que se halla aumentándole 5, el resultado sea igual al número que se obtiene después de restar 6 á los dos tercios del que se pide, disminuído en una unidad. (Párrafo 140, problema 7.°).

### PAPELETA 11.ª

OPERACIONES ALGEBRAICAS.—Casos particulares de la división.—1.° Dividir $x^m - a^m$ por $x - a$.—2.° Dividir $x^m + a^m$ por $x - a$.—3.° Dividir $x^m - a^m$ por $x + a$.—4.° Dividir $x^m + a^m$ por $x + a$. Determinando en cada caso la ley del cociente y la condición de divisibilidad. (Párrafo 48.)

PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS.—Teorema 2.°: Cuanto mayores sean dos números y menor su diferencia, tanto menor es la diferencia de sus logaritmos.—Teorema 3.°: Las diferencias de dos números no son proporcionales á las diferencias de sus logaritmos; pero esta proporcionalidad es tanto más aproximada cuando mayores son los números y menor su diferencia. (Párrafo 93, desde el teorema 2.°)

TEORÍA DE LAS DESIGUALDADES.—Principios fundamentales.—Definición.—Una desigualdad no cambia de sentido ó no se altera sumando ó restando una misma cantidad á sus dos miembros.—Consecuencias de este principio.—Una desigualdad no se altera multiplicando ó dividiendo sus dos miembros por una cantidad positiva, y cambian de sentido multiplicando ó dividiendo dichos miembros por una negativa.—Consecuencia: Qué debe hacerse al cambiar de signo á todos los términos de la desigualdad.—Pueden elevarse los dos miembros de una desigualdad á una potencia cualquiera de grado impar; y á una potencia de grado par, cuando sus miembros sean positivos.—Se puede extraer raíces de orden impar, de los dos miembros de una desigualdad cualquiera, y raíces de orden par, cuando sus miembros sean positivos y se tomen las raíces positivas. Combinaciones de igualdades con desigualdades.—Demostrar: 1.° Una igualdad puede sumarse, miembro á miembro, con varias desigualdades que se verifique en el mismo sentido.—2.° Una igualdad y una desigualdad pueden restarse miembro á miembro, dando á la desigualdad diferencia el signo de la desigualdad minuendo, ó signo contrario al de la substraendo.—3.° Una desigualdad de miembros positivos se puede multiplicar ordenadamente con varias desigualdades que se verifiquen en igual sentido y cuyos miembros sean también positivos.—4.° Una igualdad y una desigualdad que cumplan con esta última condición pueden dividirse entre sí miembro á miembro, ligando los cocientes por el signo de la desigualdad dividendo ó por el opuesto de la desigualdad divisor. (Párrafos 141 al 142 y 143 á 144)

*Ejercicio*.—Resolver el problema siguiente: Hallar un número que, disminuído en sus tres cuartas partes y aumentado en la sexta, dé dos unidades más que los cinco dozavos de dicho número. (Párrafo 140, problema 6.°)

### PAPELETA 12.ª

OPERACIONES ELEMENTALES CON LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS.—Fracciones algebraicas.—Definición.—Algoritmo de las operaciones fraccionarias.—Transformaciones y procedimiento operativo; simplificación y reducción á un común denominador.—Operaciones con las fracciones.—Suma, resta, multiplicación y división. (Párrafos 49 al 52).

LOGARITMOS DECIMALES.—Definición. Propiedades particulares de este sistema.—Teorema 1.°: El logaritmo de una potencia de 10 es igual al grado de la potencia.—Teorema 2.°: Las unidades enteras y decimales de diversos órdenes son los únicos números conmensurables cuyos logaritmos son igualmente conmensurables.—Teorema 3.°: La característica ó parte entera del logaritmo de un número mayor que la unidad tiene tantas unidades como cifras enteras, menos una, tiene dicho número.—Teorema 4.°: La mantisa ó parte decimal del logaritmo de un número no se altera multiplicando ó dividiendo éste por cualquier potencia de 10. Corolario: Cuando dos números tienen las mismas cifras colocadas en el mismo orden, no difiriendo sino por la posición de la coma, sus logaritmos tienen la misma mantisa.—Teorema 5.°: La característica del logaritmo de un número menor que la unidad tiene tantas unidades negativas como indica el lugar de la primera cifra decimal significativa de la izquierda.—Escolio: Transformación de un logaritmo todo negativo, en otro que tenga la característica negativa y mantisa positiva; transformación contraria. (Párrafos 94 al 96).

INTERPRETACIÓN EN CONCRETO DE LOS VALORES DE LAS INCÓGNITAS.—Consideraciones generales; condiciones á que deben satisfacer las soluciones; significación de las formas $\frac{m}{o}$ y $\frac{o}{o}$; carácter de las cantidades positivas y negativas.—Aplicación al siguiente problema: Dos móviles parten al mismo tiempo de los puntos $A$ y $B$ que distan $d$ metros y recorren la recta que los une, con movimiento uniforme y en el sentido $A\,B$; sus velocidades son respectivamente $v$ y $v'$ metros por segundo, y se pide la distancia del punto $A$ al de encuentro.—Interpretación de los resultados según sea: 1.° $v > v'$; 2.° $v = v'$; 3.° $v < v'$; generalización cuando los móviles no parten precisamente de $A$ y $B$, sino que se mueven desde tiempo indefinido.—4.° Si dichos móviles marchan en sentidos opuestos; y 5.° La misma discusión para $d = o$. (Párrafo 139 y problema 10 del 140.)

### PAPELETA 13.ª

OPERACIONES ALGEBRAICAS.—Formas simbólicas que proceden de la fracción.—Forma $\frac{a}{o}$; ejemplo; condición para que un producto de dos factores se convierta en cero.—Forma $\frac{o}{b}$; ejemplo.—Forma $\frac{a}{\infty}$; ejemplo; reducción de esta forma á la anterior.—Forma $\frac{\infty}{b}$; ejemplo; reducción de esta forma á la forma $\frac{a}{o}$.—*Forma* $\frac{o}{o}$; ejemplo; verdadero valor que se presenta bajo esta forma.—Forma $\frac{\infty}{\infty}$; reducción de esta forma á la anterior.—Forma $\frac{o}{\infty}$; reducción á la forma $\frac{o}{b}$.—Forma $\frac{\infty}{o}$; reducción á la forma $\frac{a}{o}$. (Párrafo 52.)

TABLAS DE LOGARITMOS DECIMALES.—Definición.—Descripción de las tablas; sencillas y de doble entrada; tabla 1.ª de Schrón; partes de que consta; error con que están calculados los logaritmos; trazo horizontal; disposiciones de la primera parte; ídem de la 2.ª y 3.ª; asteriscos; diferencias tabulares; tablas de partes proporcionales; índice para hallar un número ó un logaritmo dado. (Párrafos 96 y 98.)

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON UNA INCÓGNITA.—Resoluciones de la ecuación completa.—Forma general de la ecuación.—Obtención de la fórmula.—Regla.—Casos particulares en que $a = 1$ y $B = 2\,B$.—Discusión de la fórmula general que da las raíces.—Relaciones entre los coeficientes y las raíces.—Modo de hallar dos números cuyo producto y suma se conocen. (Párrafos 150 al 153).

*Ejercicio*: Resolver el problema siguiente: En una reunión de 12 personas se ha hecho una colecta para los pobres, habiendo dado cada mujer 4 pesetas y cada hombre 6; la suma total asciende á 65 pesetas. ¿Cuántos hombres y cuántas mujeres había? (Párrafo 140, problema 1.°).

PAPELETA 14.ª

PROPIEDADES DE LOS POLINOMIOS ENTEROS.—Definición.—Teoremas relativos á los polinomios enteros.—Teorema 1.º: Si un polinomio entero, con respecto á la letra $x$, se anula cuando á esta letra se le da el valor $a$, dicho polinomio es divisible por $x - a$.—Teorema 2.º: Si un polinomio entero y del grado $m$, con relación á $x$, se anula para $m$ valores de esta letra, dicho polinomio es un producto de $m$ factores de la forma $x - a$, y de un factor independiente de $x$.—Corolario: Si un polinomio entero se anula para más de $m$ valores de su variable, el factor independiente es cero. (Párrafo 53 y 54, hasta el teorema 3.º)

USO DE LAS TABLAS DE LOGARITMOS.—Principios fundamentales.—Teorema 1.º: El logaritmo de un número comprendido entre dos enteros consecutivos de la tabla es, aproximadamente, igual al logaritmo del número inferior inmediato más el producto de la diferencia tabular, por la que existe entre este último número y el propuesto.—Causas de error y límite. Teorema 2.º: El número correspondiente á un logaritmo comprendido entre dos consecutivos de las tablas es aproximadamente igual al número entero que corresponde al logaritmo inferior inmediato, más el cociente de dividir por la diferencia tabular, la que existe entre este último logaritmo y el logaritmo dado.—Causas de error y límite. (Párrafo 99.)

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON UNA INCÓGNITA.—Diversas clases de raíces.—Discusión.—Casos: 1.º $b^2 - 4ac > o$; 2.º $b^2 - 4ac = o$; 3.º $b^2 - 4ac < o$.—Signo de las raíces:

$$c > o \left\{ \begin{array}{l} b > o \\ b < o \end{array} \right. \quad c > o \left\{ \begin{array}{l} b > o \\ b < o \end{array} \right.$$

Deducir el número de raíces positivas ó negativas por el número de variaciones ó permanencias de la ecuación. (Párrafos 158 al 155.)

*Ejercicio*: Resolver el problema siguiente: Hallar un número de dos cifras en el cual el cuádruplo de la cifra de las unidades exceda en una mitad al triplo de la cifra de las decenas, y que, restando el número invertido, se tenga por resto 36. (Párrafo 140, problema 2.º)

PAPELETA 15.ª

PROPIEDADES DE LOS POLINOMIOS ENTEROS.—Definición de polinomio idénticamente nulo.—Teorema 3.º: Si un polinomio entero se anula para más valores de su variable que el grado, es idénticamente nulo, es decir, tiene sus coeficientes iguales á cero.—Teorema 4.º Si dos polinomios enteros, con relación á $x$, se hacen iguales para más de $m$ valores de $x$, siendo $m$ el mayor de los grados de ambos polinomios, éstos son idénticos.—Teorema 5.º: Todo polinomio entero puede descomponerse de un solo modo en dos partes, de las cuales una contenga como factor á otro polinomio dado y la otra sea un polinomio de grado inferior al segundo de los que se consideran. (Párrafo 54, desde el teorema 3.º)

MANEJO DE LAS TABLAS DE LOGARITMOS.—Problema directo.—Primer caso: Hallar el logaritmo de un número entero ó decimal que, prescindiendo de la coma, no exceda al límite superior de la tabla. Segundo caso: Hallar el logaritmo de un número entero ó decimal que, prescindiendo de la coma, exceda al límite superior de la tabla.—Problema inverso.—Primer caso: Hallar el número correspondiente á un logaritmo que, abstracción hecha de la característica, está en la tabla.—Segundo caso: Hallar el número correspondiente á un logaritmo que, abstracción hecha de la característica, no está contenido en la tabla. (Párrafos 100 y 101.)

ECUACIONES DEL PRIMER GRADO CON DOS INCÓGNITAS.—Discusión; su objeto.—Primer caso: El denominador común $ab' - ba'$ es distinto de cero; aquer lo de las fórmulas con las soluciones de la ecuación.—Segundo caso: El denominador es cero, y uno al menos de los coeficientes es distinto de cero $y\ cb' - bc' \lesseqgtr o$ ó $cb' - bc' = o$; acuerdo de las fórmulas con las consecuencias deducidas de la ecuación; forma de poner de manifiesto en las ecuaciones la imposibilidad é indeterminación que dan las fórmulas; consecuencias de las hipótesis de este caso.—Tercer caso: El denominador y todos los coeficientes se reducen á cero; consecuencias.—Ecuaciones homogéneas. (Párrafos 133 al 135.)

*Ejercicio*: Resolver el problema siguiente: Un comerciante paga por un viaje un número tal de duros, que si da tres veces la suma satisfecha, valuada en pesetas, se resta su mitad, la diferencia excede á 763 pesetas, precisamente en esa suma cuyo valor quiere calcularse. (Párrafo 140, problema 3.º)

PAPELETA 16.ª

PROPIEDADES DE LOS POLINOMIOS ENTEROS.—Método de los coeficientes indeterminados.—Problema: Hallar el cociente de dividir un polinomio $P$, entero, con relación á $x$, por el binomio $x - a$; ley de formación de los términos del cociente y del resto.—Propiedades que resultan.—Recíproco del teorema 1.º: Si un polinomio entero, con respecto á una letra $x$, es divisible por el binomio $x - a$, dicho polinomio se anula cuando se sustituye en él $x$ por $a$.—Escolio: Necesidad de que el polinomio sea completo; caso en que sólo quiera conocerse el resto. (Párrafo 55.)

CÁLCULO LOGARÍTMICO.—Utilidad del empleo de los logaritmos en los cálculos numéricos.—Potencias de exponente considerable; raíces del grado superior al tercero; fórmula calculable por logaritmos; cuadros logarítmicos.—Multiplicación.—División; conversión de las restas en sumas por el cologaritmo.—Potencia; caso en que el logaritmo es negativo.—Raíz; caso en que la característica del logaritmo es negativa y no divisible por el índice. (Párrafos 102 al 107.)

LOGARITMO Y SUS APLICACIONES.—Preliminares.—Definición de logaritmo; restricción de la definición á las progresiones propuestas; extensión de la misma al logaritmo de un número interpolado en la progresión por cociente; condición para que un número conmensurable y mayor que uno pueda formar parte de la progresión por cociente, cuya razón es un número entero y cuyo primer término es la unidad; condición para que un número conmensurable y menor que la unidad pueda formar parte de la progresión por cociente, cuya razón es un número entero y cuyo primer término es la unidad; todo número conmensurable puede entrar en la progresión por diferencia si $r$ es conmensurable.—Sistema de logaritmos.—Un número tiene infinitos logaritmos y un mismo logaritmo lo es de infinidad de números. Base del sistema.—Algoritmo de los logaritmos comunes y neperianos.—Consecuencias: 1.ª En todo sistema de logaritmos, el logaritmo de la unidad es cero y el logaritmo de la base es la unidad.—2.ª Si la base es mayor que 1, á mayor número corresponde mayor logaritmo.—El logaritmo de infinito es infinito.—El logaritmo de cero es menos infinito.—Consecuencias si la base es menor que 1.—Los números negativos carecen de logaritmo. (Párrafos 88 al 93.)

ECUACIONES.—Forma general de una ecuación.—Clasificación de las ecuaciones.—Ecuación de primer grado con una incógnita.—Resolución de la ecuación.—Discusión de la fórmula.—Primer caso: indeterminación.—Segundo caso: imposibilidad. (Párrafos 118, 119, 123 y 124.)

*Ejercicio*: Resolver el problema siguiente: Hallar en la recta que une dos focos luminosos $A$ y $B$, el punto igualmente iluminado.—Discusión de la fórmula: 1.º $a > b$. 2.º $a = b$. 3.º $a < b$. 4.º La misma discusión para $d = o$. (Párrafo 162, problema 6.º)

PAPELETA 17.ª

POTENCIAS Y RAÍCES DE LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS.—Cálculo de las cantidades radicales.—Definición.—Algoritmo.—Necesidad de operar directamente con los radicales.—Determinación aritmética de un radical.—Caso en que la cantidad subradical sea una potencia perfecta de grado $m$; cuando no goce de esta propiedad; cuando la cantidad subradical sea á su vez inconmensurable. (Párrafos 56 al 60.)

PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS.—Proposiciones generales: Teorema 1.º El logaritmo de un producto es la suma de los logaritmos de los factores.—Generalización á un número cualquiera de factores.—Corolario 1.º El logaritmo de un cociente es igual al logaritmo del dividendo menos el logaritmo del divisor; el logaritmo de una fracción es igual...—El logaritmo de un número es igual y de signo contrario al de su inverso, y el de una fracción igual y de signo contrario al de su inversa.—Corolario 2.º El logaritmo de la potencia de un número es igual al exponente por el logaritmo de la base.—Corolario 3.º El logaritmo de la raíz de un número es igual al logaritmo del número dividido por el índice de la raíz. (Párrafo 93 hasta el teorema 2.º)

INTERPRETACIÓN DE LAS RAÍCES EN LA RESOLUCIÓN DE LOS PROBLEMAS.—Caracteres de esta interpretación.—Aplicación de las consideraciones relativas á las ecuaciones de segundo grado; duplicidad de valores de las incógnitas; valores inconmensurables é imaginarios.—Aplicación al problema siguiente: Hallar en la recta que une dos focos luminosos $A$ y $B$ el punto donde debe colocarse una pantalla para que reciba cantidades iguales de luz.—Discusión de la fórmula.—1.º $a > b$; 2.º $a = b$; 3.º $a < b$; y estos mismos casos para $d = o$. (Párrafos 161 y 162, problema 6.º)

PAPELETA 18.ª

RAÍCES DE LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS.—Transformación de los radicales.—Teorema 1.º Cuando la cantidad subradical puede descomponerse en dos factores, de los cuales uno sea potencia perfecta del grado que expresa el índice, se simplifica el radical sacando fuera de él como factor la raíz del que es potencia perfecta.—Teorema recíproco.—Radicales semejantes.—Teorema 2.º Un radical no se altera multiplicando el índice y el exponente de la cantidad subradical por un mismo número.—Teorema recíproco. Corolario: Para reducir varios radicales á un mismo índice se multiplican el de cada uno y el exponente de su cantidad subradical por el producto de los índices de los demás; y si dichos índices tienen factores comunes, se multiplican por el cociente que resulta de dividir su mínimo común múltiplo por cada uno de ellos.—Operaciones con las cantidades radicales; adición y substracción, multiplicación, división, potencia, raíz.—Observaciones: 1.ª, 2.ª $\left(\sqrt[m]{A}\right)^n$, siendo $m = n. p$, 3.ª $\left(\sqrt[m]{A}\right)^n$, siendo $m = m' p$ y $n = n' p$.—Escolio: Caso en que en un radical la cantidad subradical es una potencia, cuyo exponente es un múltiplo del índice.—Observación.—Potencias de exponentes fraccionarios. (Párrafos 60 á 63.)

CÁLCULO LOGARÍTMICO.—Utilidad del empleo de los logaritmos en los cálculos numéricos.—Potencias de exponente considerable.—Raíces de grado superior á tercero.—Fórmulas calculables por logaritmos.—Disposición de los cálculos en las operaciones de multiplicar.—División.—Conversión de los restos en sumas por el cologaritmo.—Potencias.—Caso en que el logaritmo es de característica negativa y mantisa positiva.—Raíz.—Caso en que la característica es negativa y no divisible por el índice. (Párrafos 102 al 107.)

TRANSFORMACIONES QUE PUEDE EXPERIMENTAR UNA ECUACIÓN.—Objeto de las transformaciones.—Teoremas fundamentales de transformación.—Teorema 1.° Cuando á los dos miembros de una ecuación se les agrega ó resta una misma cantidad numérica ó algebraica, se obtiene una ecuación equivalente.—Corolario: En toda ecuación puede suprimirse un término cualquiera de un miembro, llevándolo al otro con signo contrario.—Teorema 2.° Una ecuación se transforma en otra equivalente si se multiplican los dos miembros por una misma expresión numérica ó algebraica, siempre que ésta no contenga las incógnitas y sea distinta de cero y del infinito.—Corolario: Cuando algunos términos son fraccionarios y los denominadores no contienen ninguna incógnita, dicha ecuación puede transformarse en otra equivalente, cuyos términos sean enteros.—Escolio: Caso de que en una ecuación con una sola incógnita, algún término tenga la incógnita en el denominador, si la ecuación tiene más de una incógnita, no puede asegurarse que quitando denominadores se obtenga una ecuación equivalente cuando en ellos entra alguna de las incógnitas.—Teorema 3.° Los dos miembros de una ecuación pueden dividirse por una cantidad, siempre que ésta no contenga á las incógnitas y sea distinta de cero ó infinito.—Teorema 4.° Si se elevan los dos miembros de una ecuación á una misma potencia, la nueva ecuación que resulta no es, en general, equivalente á la primera.—Teorema 5.° Si se extraen raíces de igual orden de los dos miembros de una ecuación, pueden perderse algunas soluciones; comprobación extrayendo las raíces cuadradas en la ecuación $A^2 - B^2$. (Párrafos 116 al 118.)

*Ejercicio.*—Resolver el problema siguiente: Determinar dos números cuya suma y diferencia guarden la relación $\frac{a}{b}$, sabiendo que $s$ representa la suma del doble del primero más el segundo. (Párrafo 115, problema 2.°)

PAPELETA 19.ª

POTENCIAS Y RAÍCES DE LAS EXPRESIONES ALGÉBRAICAS.—Cálculo de las cantidades radicales.—Racionalización de los denominadores de ciertas expresiones irracionales.—Casos:

$$1.° \ \frac{a}{\sqrt{b}} \quad 2.° \ \frac{N}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

$$3.° \ \frac{N}{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}}$$

Casos en que son más de tres los radicales contenidos en el denominador. (Párrafo 63.)

LOGARITMOS DECIMALES.—Definición. Propiedades particulares de este sistema.—Teorema 1.° El logaritmo de una potencia de 10 es igual al grado de la potencia.—Teorema 2.° Las unidades enteras y decimales de diversos órdenes son los únicos números conmensurables, cuyos logaritmos son igualmente conmensurables.—Teorema 3.° La característica ó parte entera del logaritmo de un número mayor que la unidad tiene tantas unidades como cifras enteras, menos una, tiene dicho número.—Teorema 4.° La mantisa ó parte decimal del logaritmo de un número no se altera multiplicando ó dividiendo éste por cualquier potencia de 10.—Corolario: Cuando dos números tienen las mismas cifras colocadas en el mismo orden, no difiriendo sino por la posición de la coma, sus logaritmos tienen la misma mantisa.—Teorema 5.°: La característica del logaritmo de un número menor que la unidad tiene tantas unidades negativas como indica el lugar de la primera cifra decimal significativa de la izquierda.—Escolio: Transformación de un logaritmo todo negativo, en otro que tenga la característica negativa y mantisa positiva; transformación contraria. (Párrafos 94 al 96.)

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON UNA INCÓGNITA.—Resolución de la ecuación completa.—Forma general de la ecuación.—Obtención de la fórmula.—Regla.—Casos particulares: $a = 1$, $b = 2\ b'$.—Discusión de la fórmula general que da las raíces.—Relación entre los coeficientes y las raíces; modo de hallar dos números cuyo producto y suma se conocen.—Diversas clases de raíces. Caso 1.° $b^2 - 4\ a\ c > o$; 2.° $b^2 - a\ c = o$; 3.° $b^2 - 4\ a\ c < o$.—Raíces imaginarias. (Párrafos 150 al 154).

*Ejercicio*: Resolver el problema siguiente: Hallar la profundidad de un pozo de mina, dejando caer en él una piedra y contando el número $a$ de segundos transcurridos desde el momento en que se abandona á su propio peso, hasta el instante en que se percibe el sonido de su llegada al fondo del pozo. (Párrafo 162, problema 7.°)

PAPELETA 20.ª

OPERACIONES ALGEBRAICAS.—Casos particulares de la división.—1.° Dividir $x - a$ por $x - a$.—2.° Dividir $x + a$ por $x - a$.—3.° Dividir $x - a$ por $x + a$.—4.° Dividir $x + a$ por $x + a$.—Determinando en cada caso la ley del cociente y la condición de divisibilidad. (Párrafo 48).

PROPIEDADES DE LOS POLINOMIOS ENTEROS.—Método de los coeficientes indeterminados.—Problema: Hallar el cociente de dividir un polinomio $P$, entero, con relación á $x$, por el binomio $x - a$; ley de formación de los términos del cociente y del resto.—Propiedades que resultan.—Recíproco del teorema 1.°.—Si un polinomio entero con respecto á una letra $x$, es divisible por el binomio $x - a$, dicho polinomio se anula cuando se sustituye en él $x$ por $a$.—Escolio: Necesidad de que el polinomio sea completo: caso en que sólo quiera conocerse el resto. (Párrafo 55).

INTERPRETACIÓN EN CONCRETO DE LOS VALORES DE LA INCÓGNITA.—Consideraciones generales; condiciones á que deben satisfacer las soluciones; significación de las formas $\frac{m}{o}$ y $\frac{o}{o}$; carácter de las cantidades positivas y negativas.—Aplicación al siguiente problema: Dos móviles parten al mismo tiempo de los puntos $A$ y $B$ que distan $d$ metros y recorren la recta que los une, con movimiento uniforme y en el sentido de $A\ B$; sus velocidades son respectivamente $v$ $v'$ metros por segundo, y se pide la distancia del punto $A$ al de encuentro.—Interpretación de los resultados según sea: 1.° $v > v'$; 2.° $v = v'$; 3.° $v < v'$; generalización cuando los móviles no parten precisamente de $A$ y $B$, sino que se mueven desde tiempo indefinido.—4.° Si dichos móviles marchan en sentidos opuestos; y 5.° Discutir el problema para $d = o$. (Párrafo 139 y problema 10 del 140.)

## Geometría.—Texto: Ortega.

*Duodécima edición* (1910).

PAPELETA 1.ª

GEOMETRÍA PLANA.—Cuerpo: Sus propiedades físicas.—Volumen.—Dimensiones.—Superficie.—Línea.—Punto.—Consideraciones.—Representación gráfica de los elementos geométricos: Figuras.—Geometría: Su objeto.—Clasificación de las líneas y superficies: Línea recta.—Propiedades.—Línea curva.—Línea quebrada y mixta.—Superficie plana.—Superficie curva.—Superficies poliedrales y mixtas.—Representación gráfica del plano.—División de la Geometría.—*Propiedades de la línea recta y de la línea quebrada.*—Consecuencias de la definición de la línea recta: 1.ª Entre dos puntos sólo puede existir una línea recta.—2.ª Si dos rectas tienen dos puntos comunes, coinciden en toda su extensión.—3.ª Para determinar una recta, son necesarios dos puntos.—Segmento de una recta; regiones de un plano; rectas iguales y rectas desiguales; suma de dos segmentos. (Introducción y párrafos 1 al 3.)

*Relaciones métricas entre los elementos de un triángulo.*—Definiciones para proyección de un punto ó una recta sobre otra recta.—Teorema: Si desde el vértice del ángulo recto de un triángulo rectángulo se traza una perpendicular á la hipotenusa, se verifica: 1.° El triángulo propuesto se descompone en otros dos semejantes al mismo y, por consiguiente, entre sí.—2.° Dicha perpendicular es media proporcional entre los dos segmentos en que divide á la hipotenusa.—3.° Cada cateto es medio proporcional entre la hipotenusa y su proyección sobre ella.—4.° El cuadrado del número que mide la longitud de la hipotenusa, es igual á la suma de los cuadrados de los números que expresan las longitudes de los catetos.—5.° Los cuadrados de los números que miden las longitudes de los tres lados, son proporcionales á las longitudes de las proyecciones de dichos lados sobre la hipotenusa.—Corolarios: 1.° Si desde un punto de una circunferencia se traza una perpendicular á un diámetro, esta perpendicular es media proporcional entre los dos segmentos del diámetro.—2.° Toda cuerda es media proporcional entre el diámetro que pasa por uno de sus extremos y su proyección sobre él.—3.° Si por el extremo de un diámetro se trazan varias cuerdas, los cuadrados de sus longitudes son proporcionales á las longitudes de sus proyecciones sobre dicho diámetro.—4.° Calcular uno de los lados de un triángulo rectángulo.—5.° Calcular el lado de un cuadrado, dada la diagonal y viceversa. (Párrafos 290 al 290.)

*Problemas.* — Determinar geométricamente dos segmentos de recta cuya diferencia y productos sean conocidos.—Dados dos polígonos semejantes, construir un tercero semejante á ellos y cuya área sea igual á la suma de sus áreas. (313 y 451.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Rectas y planos.*—Determinación de un plano.—En qué se diferencian los razonamientos hechos en la Geometría plana y en la del espacio.—Cómo se considera el plano en la Geometría del espacio.—Deducción de la definición del plano.—Que si una recta tiene dos puntos en un plano, estará toda ella...—Consecuencias que se deducen de hacer girar un plano alrededor de una recta determinada por la unión de dos de sus puntos.—Considerar el caso de que además de la recta se dé un punto.—Consecuencias: 1.° Una recta y un punto fuera de ella, determinan...—2.° Tres puntos que no están en línea recta, determinan...—3.° Para que dos planos se confundan, basta...—Determinación por dos rectas que se cortan ó dos paralelas. (Párrafos 465 al 471.)

*Poliedros.*—Definición y clasificación de los poliedros.—Caras, aristas, vértices, diagonal, plano diagonal.—Poliedro convexo y cóncavo.—Caracteres para reconocer si un poliedro es convexo.—1.° Un poliedro convexo queda todo á un mismo lado de una de sus caras prolongada indefinidamente.—2.° Una recta sólo puede cortar en dos puntos á la superficie de un poliedro convexo.—3.° Los planos diagonales en los poliedros convexos son siempre interiores.—Poliedros regulares é irregulares.—Nombres que reciben los poliedros por los números de caras que los limitan. (Párrafos 708 al 710.)

*Problemas.*—Trazar por una recta el plano perpendicular á otro. (Párrafo 554)

PAPELETA 2.ª

GEOMETRÍA PLANA.—Línea quebrada.—Definición y clasificación: Lados; Línea quebrada cóncava y convexa; Figuras abiertas y cerradas.—Una línea poligonal convexa sólo puede ser cortada por una recta en dos puntos.—Si una recta y una quebrada tienen los extremos confundidos...—Teorema: Si dos líneas poligonales convexas tienen sus extremos confundidos envolviendo la una á la otra, la que envuelve es mayor que la envuelta.—Toda línea quebrada convexa es menor que cualquiera otra quebrada que la envuelva completamente. (Párrafos 3 al 7.)

*Propiedades y relaciones métricas en un triángulo.*—Teorema: En todo triángulo, el cuadrado de la longitud de un lado opuesto á un ángulo agudo, es igual á la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos, disminuída en el duplo de uno de estos lados por la proyección del otro sobre él.—Teorema: En todo triángulo obtusángulo, el cuadrado de la longitud del lado opuesto al ángulo obtuso, es igual á la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos, aumentada en el duplo de uno de estos lados por la proyección del otro sobre él.—Escolio: Consecuencias de los tres últimos teoremas: El cuadrado de la longitud de un lado de un triángulo, es menor, igual ó mayor que la suma de las longitudes de los otros dos, según que el ángulo opuesto...—Recíproco. (Párrafos 293 al 296.)

*Problemas.*—Dado un polígono regular inscrito en una circunferencia, inscribir en ella otro de doble número de lados y calcular su lado en función del de aquél. Escolios: 1.° Dada la cuerda de un arco, calcular la del arco mitad.—2.° El perímetro del polígono buscado es mayor que el del propuesto.—3.° Si se tratara del problema inverso. — Construir un círculo equivalente á un polígono dado. (Párrafos 344, 345 y 452.)

GEOMETRIA EN EL ESPACIO.—*Rectas y planos.*—Posiciones relativas de dos rectas.—Consecuencias. — Posiciones relativas de dos planos.—Ver lo que sucede cuando dos planos tienen un punto ó dos comunes. — Planos paralelos. — Consecuencias.—Posiciones relativas de rectas y planos. (Párrafos 471 al 482.)

*Pirámide.* — Definiciones. — Pirámide triangular, cuadrangular, pentagonal, etcétera.—Pirámide regular é irregular.—Pirámide truncada.—La pirámide y el tronco de pirámide no son poliedros regulares.—Cómo puede considerarse engendrada la superficie lateral de una pirámide.—Cómo inscrito y circunscrito á la pirámide. (Párrafos 710 al 713.)

*Problema.*—Hallar la menor distancia entre dos rectas que se cruzan. (Párrafo 555.)

PAPELETA 3.ª

GEOMETRIA PLANA.—*Angulos.*—Definiciones.—Lados.—Vértice.—Angulos adyacentes.—Opuestos por el vértice.—Bisectriz.—Suma y diferencia de ángulos. Magnitud de un ángulo.—Angulo convexo y cóncavo. — Perpendicular.—Angulo recto.—Teorema: Por un punto dado sobre una recta se puede siempre trazar una perpendicular, y sólo una, á dicha recta. Corolario: Todos los ángulos rectos son iguales.—Observación.—Angulo agudo y obtuso.—Complementarios y suplementarios. (Párrafos 7 al 14.)

*Relaciones métricas entre los elementos de un triángulo.*—Teorema: La suma de los cuadrados de dos lados de un triángulo es igual al duplo del cuadrado de la mediana relativa al tercer lado, más el duplo del cuadrado de la mitad de este tercer lado.—Teorema: La diferencia de los cuadrados de dos lados de un triángulo es igual al duplo del tercer lado, multiplicado por la proyección sobre el de la mediana correspondiente al mismo. (Párrafos 296 y 298.)

*Problemas.*—Dividir una recta en partes proporcionales á otras dadas.—Escolio: Dividir un segmento en partes iguales.—Transformar un polígono en un cuadrado equivalente. (Párrafos 305, 306 y 450.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Propiedades de las rectas y planos debidas á su posición relativa.*—Rectas paralelas.—Teorema: Por un punto dado en el espacio se puede siempre trazar una paralela á una recta, y nada más que una.—Teorema: Si dos rectas son paralelas, todo plano que corte á una de ellas, cortará también á la otra.—Teorema: Si dos rectas son paralelas, toda recta paralela á la una lo es también á la otra ó coincide con ella.—Corolarios: 1.° Todas las paralelas que se pueden trazar á una dirección dada por los distintos puntos de una recta, están en un plano.—2.° Si por dos rectas paralelas se hacen pasar dos planos que se corten, la intersección de éstos es paralela á dichas rectas. (Párrafos 482 al 487.)

*Propiedades de los tetraedros.*—Teorema: En todo tetraedro se verifica que los planos bisectores de los seis diedros, se cortan en un punto que equidista de las cuatro caras.—Corolarios: 1.° Los planos bisectores de los diedros, cuyas aristas concurren en un mismo vértice, se cortan según una recta.—2.° Los planos bisectores de los diedros cuyas aristas forman una cara, se cortan en un punto.—3.° Las perpendiculares trazadas á las cuatro caras desde el punto común á todos los planos bisectores, son iguales.—Definición de esfera inscrita y esferas ex inscritas. Teorema: Si por los puntos medios de las aristas de un tetraedro se trazan planos perpendiculares á las respectivas aristas, estos planos se cortan en un punto.—Corolarios: 1.° Planos perpendiculares en los puntos medios de tres aristas que forman una cara...—2.° Idem en las tres aristas que concurran á un vértice...—3.° Esfera circunscrita á un tetraedro.—Escolio: El teorema puede enunciarse: Las perpendiculares trazadas á las cuatro caras de un tetraedro, por los centros de los círculos circunscritos á cada una de ellas, se cortan en un mismo punto, que puede ser el centro de una esfera circunscrita al tetraedro.—Teorema: En todo tetraedro se verifica que las rectas que unen cada vértice con el punto de intersección de las medianas de la cara opuesta, se cortan en un mismo punto que se encuentra en las citadas rectas á la cuarta parte, á contar desde la cara, ó á las tres cuartas partes, á partir del vértice.—Corolario: Los planos determinados por una arista y el punto medio de la opuesta, se cortan en un punto, que cumple las condiciones del teorema. (Párrafos 713 al 722.)

*Problema.*—Hallar el radio de una esfera sólida. (Párrafos 700 y 701.)

PAPELETA 4.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Propiedades de los ángulos.*—Teorema: Los dos ángulos adyacentes que forma una recta cuando encuentra á otra, son suplementarios.—Recíproco.—Si dos ángulos adyacentes son suplementarios, los lados no comunes estarán en línea recta.—Corolario 1.°: Si á un mismo lado de una recta y por uno de sus puntos se trazan otras varias, la suma de los ángulos sucesivos que forman todas ellas es igual á dos ángulos rectos.—Corolario 2.°: La suma de todos los ángulos consecutivos que se forman alrededor de un punto por varias rectas que concurren en él, es igual á cuatro ángulos rectos.—Teorema: Dos ángulos opuestos por el vértice son iguales.—Escolio: Si una recta es perpendicular á otra, ésta lo es también á la primera, y si dos rectas son perpendiculares lo son también sus prolongaciones.—Teorema: Las bisectrices de dos ángulos adyacentes suplementarios, son perpendiculares.—Escolio: Las bisectrices de dos ángulos opuestos por el vértice forman una misma recta, y las de los cuatro ángulos formados por dos rectas al cortarse, lo verifican en ángulo recto en el vértice de dichos ángulos. (Párrafos 14 al 21.)

*Relaciones métricas entre los elementos de un cuadrilátero inscriptible.*—Teorema: La suma de los cuadrados de los cuatro lados de un cuadrilátero es igual á la suma de los cuadrados de sus diagonales, más el cuadrado del duplo de la recta que une los puntos medios de las mis mas.—Corolario: Cuándo es paralelógramo.—Teorema: En todo cuadrilátero inscriptible en una circunferencia, el producto de las diagonales es igual á la suma de los productos de los lados opuestos. (Párrafos 300 al 303.)

*Problemas.*—Dividir una recta, un arco ó un ángulo en dos partes iguales.—Escolios: 1.° Dividir una recta, un arco ó un ángulo en $2^n$ partes iguales.—2.° Trazar las bisectrices de dos ángulos adyacentes y suplementarios.—Transformar un triángulo en otro equivalente y que tenga la misma base. (Párrafos 191, 192 y 444.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Paralelismo de rectas con planos.*—Definición.—Teorema: Si una recta es paralela á otra situada en un plano, será también paralela á este plano.—Corolarios: 1.° Si dos rectas son paralelas, todo plano que pase por una de ellas ó le sea paralelo, será también paralelo á la otra ó la contendrá.—2.° Por un punto dado pueden pasar infinitos planos paralelos á una recta.—Escolio: Averiguar si una recta es paralela á un plano.—Teorema: Si una recta es paralela á un plano y por un punto de éste se traza una paralela á aquélla, la recta trazada está situada en el plano. Corolario: Si una recta es paralela á dos planos que se cortan, la intersección de éstos es paralela á dicha recta.—Escolio: Si una recta es paralela á un plano, la intersección de éste con otro cualquiera que pase por la recta será paralela á esta última.—Teorema: Si una recta es paralela á un plano y por dos puntos de aquélla se trazan dos paralelas que corten al segundo, los segmentos de las paralelas comprendidos entre la recta y plano paralelos son iguales. (Párrafos 487 al 495.)

*Pirámides.*—Propiedades de la pirámide en general.—Teorema: Cortando una pirámide por un plano paralelo al de la base, se verifica: 1.° Las aristas laterales, la altura y demás rectas trazadas desde el vértice hasta la base quedan cortadas en partes proporcionales.—2.° La sección será un polígono semejante al de la base. 3.° Estos dos polígonos tendrán sus áreas proporcionales á los cuadrados de sus distancias al vértice.—Escolio: Cuando la pirámide propuesta es regular.—Teorema: Si dos pirámides de igual altura se cortan por planos paralelos á las bases y que disten lo mismo de los dos vértices, los polígonos secciones son perpendiculares á las bases.—Corolario: Caso en que las dos bases son equivalentes. (Párrafos 722 al 725.)

*Problema.*—Por un punto trazar un plano perpendicular á otros dos. (Párrafo 553.)

## PAPELETA 5.ª

GEOMETRÍA PLANA. — *Perpendiculares oblicuas.*—Teorema: Por un punto fuera de una recta siempre se puede trazar á ésta una perpendicular, y sólo una. — *Propiedades relativas á las oblicuas.*—Teorema: Si desde un punto exterior á una recta se le trazan una perpendicular y varias oblicuas, se verifica: 1.° La perpendicular es más corta que cualquiera de las oblicuas.—2.° Dos oblicuas cuyos pies equidisten del de la perpendicular, son iguales.—3.° Entre dos oblicuas cualesquiera, aquella cuyo pie diste más de la perpendicular, es la mayor.—*Recíprocamente*: Si desde un punto exterior á una recta se trazan otras varias que la corten, 1.°, 2.°, 3.°—Escolios: 1.° La perpendicular trazada desde un punto á una recta es la línea más corta que se le puede trazar desde dicho punto.—2.° Si desde un punto se trazan la perpendicular y una oblicua á una recta cualquiera, la perpendicular queda siempre del lado del ángulo agudo formado por la oblicua con dicha recta.—3.° Oblicuas iguales que pueden trazarse desde un punto á una recta cualquiera.—Observación respecto á las proposiciones recíprocas.—(Párrafos 21 al 28.)

*Compas de reducción.—Escalas.*—Escala numérica.— Escala gráfica.— Escala de transversales ó de mil partes. (Párrafos 324 al 329).

*Problemas.*—Hallar una cuarta proporcional á tres rectas dadas y un segmento $x = \frac{a\,b\,c\,d}{a'\,b'\,c'}$. Tranformar un triángulo en otro equivalente que tenga su base en la dirección del dado, y por vértice opuesto un punto conocido. (Párrafos 307 al 310 y 445.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Planos paralelos.*—Teorema: Si dos planos son paralelos, toda recta que corte á uno de ellos corta también al otro, y todo plano que corte á uno corta también al otro, siendo en este caso las intersecciones dos rectas paralelas.—Corolarios: 1.° Si dos planos son paralelos, toda recta paralela á uno de ellos ó contenida en él, es paralela al otro ó está situada en el mismo. — 2.° Si dos planos son paralelos, todo plano paralelo á uno de ellos lo es también al otro ó coincide con él.—3.° Si se tienen dos planos paralelos, y por un punto de uno de ellos se trazan paralelas al otro, todas estas rectas estarán contenidas en el primero. — 4.° Por un punto del espacio se puede siempre trazar un plano paralelo á otro y solamente uno; y si dos rectas que se cortan son paralelas á un plano, es paralelo á este mismo el determinado por aquéllas.—Teorema: Por dos rectas que se cruzan puede siempre pasar un sistema de dos planos paralelos y nada más que uno. — Corolarios: 1.° Dadas dos rectas que se cruzan, existe una infinidad de planos que les son paralelos, pero la dirección de estos planos es única.—2.° Dos ángulos cuyos lados son respectivamense paralelos, tienen sus planos también paralelos.—Teorema: Dos ángulos cuyos lados son respectivamente paralelos, son iguales si dichos lados están dirigidos en el mismo ó en contrario sentido; y suplementarios, si dos lados están en el primer caso, y los otros dos en el segundo.— Teorema: Los segmentos de dos paralelas comprendidos por dos planos paralelos, son iguales.— Teorema: Tres planos paralelos cortan á dos rectas cualesquiera en partes proporcionales.—Estudiar la recíproca, añadiendo la condición de que dichos planos han de ser paralelos.— Corolarios: 1.° Caso en que haya más de dos rectas. — 2.° Si todas ó cierto número de ellas partiesen de un punto. (Párrafos 495 al 505.)

*Prisma.*— Definiciones: Prisma; caras laterales; bases; alturas; tronco de prisma; forma en que puede considerarse engendrada la superficie lateral de un prisma; cilindros inscrito y circunscrito á un prisma regular. — Propiedades del paralelepípedo.—Clasificación.—Teorema: En todo paralelepípedo, se verifica: 1.° Las caras opuestas son iguales y paralelas.— 2.° Los tiedros opuestos son simétricos.— 3.° Las diagonales se cortan en un mismo punto y en partes iguales.— 4.° Toda recta que pase por este punto y se limite en la superficie del poliedro, queda dividida en partes iguales por dicho punto.—Corolarios: 1.° Dos caras opuestas cualesquiera pueden ser consideradas como bases. —2.° Todo plano que corte á cuatro aristas paralelas de un paralelepípedo, lo verifica según un paralelogramo.—3.° Un paralelepípedo queda determinado, conocido un triedro y la longitud de las tres aristas que lo forman.— 4.° Las cuatro diagonales de un paralelepípedo rectángulo son iguales. — Teorema: En un paralelepípedo rectángulo, el cuadrado de la diagonal es igual á la suma de los cuadrados de las tres aristas que concurren en un mismo vértice.—Corolario: En un cubo.—*Propiedades de un prisma.*—Teorema: Las secciones causadas en un prisma por planos paralelos son polígonos iguales.—Corolario: Sección de un plano paralelo á las bases.— Escolio: Sección recta. (Párrafos 726 al 737.)

*Problemas.* — Por un punto trazar una recta paralela á un plano. (Párrafo 545.)

## PAPELETA 6.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Lugares geométricos.*—Teorema: Si se traza la perpendicular á una recta en su punto medio, cualquier punto de dicha perpendicular equidista de los extremos de la recta, y todo punto fuera de la perpendicular dista desigualmente de los mismos extremos.—Recíprocas.—Definición del lugar geométrico.—Teorema: La bisectriz de un ángulo es el lugar geométrico de los puntos del plano equidistantes de los lados de dicho ángulo.—Corolario: Lugar geométrico de todos los puntos de un plano equidistantes de dos rectas, trazadas en dicho plano y que se corten.—Observación: Proposiones que hay que demostrar para establecer un lugar geométrico. (Párrafos 28 al 34.)

*Polígono regulares convexos.*—Generalidades: Prueba de la existencia de estos polígonos; línea quebrada regular; polígono regular inscripto y circunscripto de igual número de lados.—Teorema: Al perímetro de todo polígono regular se le puede circunscribir é inscribir una circunferencia.—Escolios: 1.° Centro, radio y apotema; 2.° Angulos en el centro.—Observación.—Sector poligonal regular. — Teorema: Los polígonos regulares de igual número de lados son semejantes y sus lados proporcionales á sus radios y apotemas.—*Polígonos regulares estrellados.*—Definición é idea general de su existencia: Cualidades que los caracterizan.—Género y especie. (Párrafos 329 al 339.)

*Problemas.*— Calcular la longitud de una circunferencia en función de su radio.—Calcular el radio de una circunferencia en función de la longitud de ésta. (Párrafo 381, en los casos 1.° y 2.°)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Posiciones relativas de rectas y planos.*—Rectas y planos perpendiculares.—Definición.—Teorema: Si una recta es perpendicular á otras dos no paralelas entre sí, pero paralelas á un plano ó situadas en él, será también perpendicular á todas las demás que estén en las mismas condiciones, y, por lo tanto, será perpendicular al plano. Escolio: Averiguar si una recta es perpendicular á un plano.—Teorema: Si dos rectas son paralelas, todo plano perpendicular á una de ellas lo es también á la otra; y si dos planos son paralelos, toda perpendicular á uno lo es también al otro.—Recíprocamente.—Teorema: Por un punto dado se puede siempre trazar un plano perpendicular á una recta y nada más que uno.—Teorema: Por un punto se puede siempre trazar una perpendicular á un plano y nada más que una.—Teorema: Si se tienen un plano y una recta perpendiculares á otra recta dada, aquella recta es paralela al plano ó está situada en él.—Corolarios: 1.° Si á una recta se traza un plano perpendicular en uno de sus puntos ó por un punto exterior, este plano será el lugar geométrico de todas las perpendiculares trazadas á la recta por el punto considerado; 2.° El lugar geométrico de los puntos del espacio que equidistan de los extremos de una recta es el plano perpendicular á ésta en su punto medio.—Teorema: Si desde un punto exterior á un plano se trazan á éste una perpendicular y varias oblicuas, se verifica: 1.°, 2.° y 3.°—Recíprocamente. (Párrafos 505 al 517.)

*Problema.*—Por un punto trazar un plano paralelo á una recta. (Párrafo 546.)

PAPELETA 7.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Paralelas.*—Definición.—Propiedades.—Teorema: Por un punto fuera de una recta puede siempre trazarse una paralela.—Principio fundamental.—Corolario 1.°: Si una recta encuentra á otra, encuentra á sus paralelas.—Corolario 2.°: Si una recta corta perpendicularmente á otra, es también perpendicular á sus paralelas.—Corolario 3.°: Si una recta es paralela á otra, lo es tambien á las paralelas á ésta.—Paralelas cortadas por secantes.—Definiciones de los diversos ángulos que se forman. Teorema: Si una secante corta á dos paralelas, los cuatro ángulos agudos que resultan en los dos puntos de intersección son iguales, así como los cuatro ángulos obtusos.—Recíproca: Si dos rectas son cortadas por una secante y forman cuatro ángulos agudos ú obtusos iguales entre sí, las rectas son paralelas siempre que los internos ó externos del mismo lado de la secante sean de distinta especie. Caso en que los angulos son rectos. Corolarios: 1.° Si las rectas son paralelas los ángulos alternos internos son iguales; 2.° Los alternos externos son iguales; 3.° Los correspondientes son iguales; 4.° los internos de un mismo lado de la secante son suplementarios; 5.° Los externos del mismo lado de la secante son suplementarios; 6.° Recíprocamente. Dos rectas cortadas por una secante son paralelas cuando son iguales los ángulos alternos internos, ó los alternos externos, ó los correspondientes, ó bien si son suplementarios los ángulos del mismo lado de la secante, internos ó externos.—Escolio: Si dos rectas cortadas por una secante forman ángulos internos de un mismo, que no sean suplementarios, dichas rectas se cortan por el lado en que la suma de los ángulos es menor que dos rectos. Consecuencias: 1.ª Si se traza una perpendicular y una oblicua á una recta, ambas se cortan por el lado del ángulo agudo; 2.ª Si se trazan dos perpendiculares á dos rectas que se corten, dichas perpendiculares se han de cortar también.—Teorema: Los segmentos de paralelas comprendidos entre otras dos paralelas, son iguales.—Corolario: Dos rectas paralelas equidistan en toda su extensión. (Párrafos 34 al 46.)

*Medida de la circunferencia.*—Principio general que sirve de base para hallar la medida de la circunferencia.—Deducciones que se desprenden de dicho principio: 1.ª Límite común á la apotema del polígono regular inscrito y al radio del circunscrito, cuando aumenta el número de lados. 2.ª Extensión de las propiedades de los polígonos. 3.ª Aplicación de los dos anteriores á un arco ó á una línea quebrada regular.—Teorema: Las longitudes de dos circunferencias están en la relación de los radios de las mismas.—Corolarios: 1.° Relativo á la correspondencia de las longitudes de las circunferencias con las de sus radios.—2.° Relación entre los arcos semejantes y sus radios.—Longitud de la circunferencia.—Teorema: La relación entre la longitud de una circunferencia cualquiera y la de su diámetro es constante.—Corolario: Valor del radio en función de la circunferencia y viceversa.—Escolio: Valores hallados para $\pi$ por Arquímedes, ad. Metio y Ptolomeo. (Párrafos 372 al 379.)

*Problemas*: Construir la media proporcional á dos rectas dadas, demostrando que la media geométrica es menor que la media aritmética.—Transformar un polígono en triángulo equivalente. (Párrafos 310, 311 y 449.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—Planos perpendiculares.—Definición.—Teorema: Si una recta es perpendicular á un plano, todo plano que pase por esta recta ó le sea paralelo, será perpendicular al primero.—Corolarios: 1.° Planos perpendiculares que se pueden trazar á otro por una recta que le sea perpendicular ú oblicua. 2.° Si la recta está en el plano ó es paralela al mismo.—Escolios: 1.° Consecuencia de estos corolarios y de la definición: Lugar geométrico de las perpendiculares trazadas á un plano por los distintos puntos de una recta. 2.° Si varios planos son paralelos, todo plano perpendicular á uno de ellos lo es también á los demás.—Teorema: Si dos planos son perpendiculares, toda perpendicular á uno de ellos está situada en el otro ó le es paralela.—Teorema: Si dos planos son perpendiculares, y en uno de ellos se traza una perpendicular á su intersección con el otro; será perpendicular también á este último.—Teorema: La intersección de dos planos perpendiculares á un tercero es perpendicular á este último.—Corolarios: 1.° Si dos planos son perpendiculares á un tercero, la intersección de aquéllos lo es también á las intersecciones que producen los mismos sobre dicho tercero. 2.° Si tres planos son perpendiculares de dos en dos, la intersección de dos cualesquiera de ellos es perpendicular al tercero y las tres intersecciones lo son entre sí.—Horizontales y verticales. (Párrafos 517 al 528.)

*Areas.*—Teorema: El área de la superficie lateral de un cilindro cualquiera es igual al perímetro de la sección recta por la generatriz.—Escolio: Cuando el cilindro sea de revolución, hallarla en función de la circunferencia de la base; ídem del radio de la base.—Teorema: El área de la superficie lateral de un tronco de cilindro de revolución es igual á la circunferencia de su base, multiplicada por el eje.—Areas totales del cono y tronco de cono de revolución y del cilindro de revolución. (Párrafos 830 al 833.)

*Problema*: Por un punto dado, trazar un plano paralelo á otro dado. (Párrafo 547.)

PAPELETA 8.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Angulos de lados paralelos ó perpendiculares.*—Teorema: Dos ángulos cuyos lados son, respectivamente paralelos, son iguales si tienen los lados paralelos dirigidos en el mismo ó en opuesto sentido, y suplementarios si dos de sus lados están en el mismo sentido y los otros dos en opuesto.—Corolario: Dos ángulos cuyos lados son, respectivamente, perpendiculares, son iguales ó suplementarios, según sean de la misma ó diferente especie.—Observaciones sobre el paralelismo de dos rectas: 1.ª Cuando la secante gira, disminuyendo el ángulo que forma con la recta. 2.ª Magnitud de las secantes sucesivas. Consecuencia: Dos rectas paralelas pueden considerarse como dos rectas que se cortan en el infinito, formando un ángulo igual á cero.—Observación sobre proposiciones recíprocas. (Párrafos 46 al 50.)

*Medida de circunferencia.*—Consideraciones que manifiestan la dificultad de medir una curva con una unidad lineal recta, conduciendo á tomar para longitud de la curva el límite de la longitud de una quebrada inscrita, cuyo número de lados aumenta, tendiendo á cero cada uno de ellos.—Teorema: La longitud del perímetro de una línea quebrada inscrita en una curva cuyos lados tienden hacia cero, aumentando el número de éstos indefinidamente, tiende á ser igual á la longitud de la curva, llegando á serlo en el citado límite, y esto independientemente de la naturaleza de la línea inscrita y de la ley ó condiciones según las cuales aumenta el número de lados y tiende á cero cada uno de ellos.—Lema: Dadas una curva plana, convexa, una línea quebrada inscripta cualquiera y la circunscripta correspondiente terminadas en los extremos de la curva, las longitudes de los perímetros de estas dos líneas tienden á ser iguales cuando los lados de la inscripta tienden hacia cero, aumentando su número cualquiera que sea el modo como lo verifiquen.—Corolario y demostración del teorema. (Párrafos 363 al 371.)

*Problemas.*—Hallar geométricamente dos segmentos de recta cuya suma y producto sean conocidos.—Transformar un triángulo en un cuadadro equivalente. (Párrafos 312 y 448.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Proyecciones, ángulos y mínimas distancias.*—Proyecciones.—Definiciones: Proyección octogonal; ídem oblicua; línea proyectante; plano de proyección.—Teorema: La proyección de una recta sobre un plano es otra recta.—Corolarios: 1.° Si la recta es perpendicular al plano.—2.° Si es paralela á la dirección de la proyectante en la proyección oblicua.—3.° Si es limitada y paralela al plano de proyección.—4.° Para una recta cualquiera limitada, la proyección octogonal es menor que la recta.—5.° Para obtener la proyección de una recta, basta obtener la de dos de sus puntos y unirlos por una recta.—Escolio: Indeterminación de una recta, conocida la proyección.—Teorema: Las proyecciones de dos rectas paralelas sobre un plano, son paralelas.—Recíproca: Condiciones que hay que agregar para que ésta pueda ser cierta. (Párrafos 528 al 534.)

*Comparación de los cuerpos por su magnitud, forma y posición.*—*Igualdad.*—Generalidades.—*Igualdad de poliedros.*—Teorema: Dos tetraedros son iguales cuando tienen iguales y dispuestos de la misma manera: 1.° Un diedro y los dos ángulos que lo forman.—2.° Una cara y los tres diedros adyacentes.—3.° Sus aristas.—Teorema: Dos pirámides son iguales cuando tienen iguales un ángulo triedro formado por la base y dos caras laterales, además de serlo estos polígonos y estar dispuestos de la misma manera. Escolio: Dos pirámides regulares son iguales, si tienen iguales bases y alturas. Teorema: Dos prismas son iguales cuando las tres caras que forman un triedro en el primero son iguales á las tres que forman otro triedro en el segundo, estando semejantemente colocadas.—Escolios: 1.° Dos prismas rectos son iguales si lo son las bases y alturas.—2.° Dos paralelepípedos rectángulos si tienen sus aristas iguales.—3.° Dos cubos...—4.° Dos troncos de prisma recto, cuando tienen iguales bases ó iguales de dos en dos y dispuestas del mismo modo las aristas laterales.—Teorema: Dos poliedros son iguales cuando se componen de igual número de tetraedos iguales é igualmente dispuestos. (Párrafos 757 al 766.)

*Problema.*—Por un punto trazar un plano perpendicular á otro. (Párrafo 552.)

PAPELETA 9.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Polígonos.*—Definiciones: Polígonos, lados, perímetro, vértices, ángulos, diagonales, polígonos convexos y cóncavos, equiláteros, equiángulos, regulares, irregulares; clasificación de los polígonos por el número de lados.—*Triángulos.*—Clasificación: Por sus lados, por sus ángulos, base, altura, catetos, hipotenusa; designación de lados y ángulos.—Propiedades.—Teorema: En todo triángulo un lado cualquiera es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia; condición para formar un triángulo con tres rectas dadas. Corolario: Si dos triángulos tienen un lado común y un lado del primero corta á un lado del segundo, la suma de los lados que no se cortan es menor que la de los que se cortan.—Teorema: Si en un triángulo disminuye ó aumenta un ángulo, permaneciendo constantes los lados que lo forman, el lado opuesto disminuye ó aumenta también.—Corolario 1.º: Si dos triángulos tienen dos lados del uno iguales á dos del otro, el tercer lado del primero será mayor ó menor que el tercer lado del segundo, según que el ángulo opuesto á aquél sea mayor ó menor que el opuesto á éste.—Corolario 2.º: Si dichos ángulos fuesen iguales, los terceros lados deberían serlo.—Recíprocos del teorema y corolarios anteriores.—Teorema: En todo triángulo se verifica, que si un lado es mayor, igual ó menor que otro, el ángulo opuesto al primero estará en las mismas circunstancias respecto al opuesto al segundo.—Corolario: Si el triángulo es isósceles, á lados iguales se oponen ángulos iguales, y si es equilátero es también equiángulo.—Recíprocos del teorema y corolario.—Escolio: Propiedades de que goza la altura de un triángulo isósceles.—Teorema: La suma de los tres ángulos de un triángulo, es igual á dos rectos.—Corolarios: 1.º Un ángulo cualquiera de un triángulo es el suplemento de la suma de los otros dos.—2.º Si un triángulo tiene dos ángulos respectivamente iguales á dos ángulos de otro triángulo, los tres ángulos son también iguales.—3.º Cualquier ángulo externo de un triángulo, es igual á la suma de los dos que no le son adyacentes.—4.º Un triángulo sólo puede tener un ángulo recto ú obtuso.—5.º En un triángulo rectángulo los dos ángulos agudos son complementarios.—6.º Dos triángulos cuyos lados sean respectivamente paralelos ó perpendiculares, tienen sus ángulos respectivamente iguales. (Párrafos 50 al 66.)

*Medida de la circunferencia.*—Escolios que se derivan de la relación que liga la longitud de las líneas quebradas inscripta y circunscripta á una curva convexa, suponiendo invariable la longitud de la curva.—Consecuencias que se deducen: 1.ª Longitud de una quebrada inscripta á una curva, y cuyo número de lados aumenta.—2.ª Idem de una circunscripta.—3.ª Tránsito de los perímetros de las inscriptas á las circunscriptas.—4.ª Cómo puede considerarse una curva y nueva definición de tangente.—5.ª Una curva convexa es menor que una quebrada que la envuelva y mayor que otra á que envuelve, teniendo todos los mismos extremos.—6.ª Relación entre tres curvas que se envuelvan, teniendo iguales extremos. 7.ª Relación entre una curva convexa cerrada y otra que la envuelva.—8.ª Relación entre un arco convexo y su cuerda. (Párrafo 371.)

*Problema.*—Dividir geométricamente una recta en media y extrema razón.—Escolio: Valores de los segmentos en función de la recta. (Párrafos 314 y 315.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Proyecciones.*—Teorema: Si dos rectas son perpendiculares y una de ellas es paralela á un plano, las proyecciones octogonales de ambas sobre este plano son también perpendiculares.—Recíproco.—Escolio: Teorema de las tres perpendiculares.—Teorema: Si una recta es perpendicular á un plano, la proyección de la primera sobre un cierto plano es perpendicular á la traza del plano dado sobre el de proyección. La recíproca no es cierta.—Condiciones para que la recta sea perpendicular al plano. (Párrafos 534 al 537.)

*Semejanzas de poliedros.*—Teorema: Dos poliedros son semejantes si están compuestos del mismo número de tetraedros semejantes y semejantemente dispuestos. Recíprocamente: Dos poliedros semejantes pueden descomponerse en igual número de tetraedros semejantes y semejantemente colocados.—Corolario: Dos poliedros regulares del mismo nombre son semejantes. (Párrafos 801 al 804.)

*Problema.*—Por un punto trazar el plano perpendicular á otros dos. (Párrafo 553.)

PAPELETA 10.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Propiedades de los triángulos.*—Teorema: En todo triángulo se verifica que las perpendiculares trazadas á los lados en sus puntos medios, se cortan en un mismo punto, que equidista, por consiguiente, de los tres vértices.—Corolario: En un triángulo rectángulo, el punto equidistante de los tres vértices es el punto medio de la hipotenusa.—Teorema: En todo triángulo se verifica que las tres alturas se cortan en un mismo punto.—Corolario: Si el triángulo es rectángulo, las alturas se cortan en el vértice del ángulo recto.—Teorema: En todo triángulo las bisectrices de sus tres ángulos se cortan en un mismo punto, que equidista, por consiguiente, de los tres lados.—Corolario: En un triángulo equilátero el punto equidistante de los vértices, el de intersección de las alturas y el de las bisectrices coinciden en uno solo.—Escolio: Considerar prolongados más allá de los vértices los tres lados del triángulo y determinar los puntos que equidistan de las tres rectas. (Párrafos 66 al 73.)

*Medida de la circunferencia.*—Rectificación de la circunferencia.—Fórmula que da la longitud de un arco.—Relación de la circunferencia al diámetro.—Método de los perímetros: Primer procedimiento: $R=1$; Segundo procedimiento: $R=\frac{1}{2}$. (Párrafos 379, primera cuestión del 380, y los 382 á 387.)

*Problemas.*—Dada una recta y un punto fuera de ella, trazar por éste otra recta que forme con la dada un ángulo conocido.—Construir un cuadrado equivalente á un círculo dado. (Párrafos 190 y 453.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Angulos de rectas y planos.*—Consideraciones y definiciones.—Teorema: Por un punto dado en un plano, la recta que se trace en él formando el mayor ángulo posible con otro plano, es perpendicular á la traza del primero sobre el segundo.—Escolio: Línea máxima pendiente.—Mínimas distancias.—Consideraciones.—Mínima distancia: 1.º De un punto á un plano.—2.º Entre una recta y un plano paralelos. 3.º Entre dos planos paralelos.—4.º Entre dos rectas que se cruzan.—Teorema: Dadas dos rectas que se cruzan, existe siempre una recta, y sólo una, que es perpendicular á ambas.—Escolio: Cuando sólo se desea la longitud de la mínima distancia. (Párrafos 537 al 545.)

*Semejanzas de poliedros.*—Puntos y rectas homólogas.—Teorema: En dos poliedros semejantes, las rectas homólogas son proporcionales á las aristas homólogas.—Teorema: Dos poliedros semejantes pueden siempre orientarse de la misma manera. (Párrafos 805 al 808).

*Problema.*—Por un punto trazar la recta perpendicular á un plano; procedimiento según que el punto esté fuera del plano ó en el plano. (Párrafo 550).

PAPELETA 11.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Igualdad de triángulos.*—Teorema: Dos triángulos son iguales en cualquiera de los tres casos siguientes: 1.º Cuando dos lados y el ángulo comprendido en uno de los triángulos son, respectivamente, iguales á dos lados y el ángulo comprendido en el otro.—2.º Cuando tienen análogamente iguales un lado y dos ángulos, estando dispuestos del mismo modo.—3.º Cuando son iguales los tres lados del uno ó los tres del otro.—Corolarios: 1.º Condiciones suficientes para que sean iguales dos triángulos isósceles.—2.º Idem para la igualdad de los equiláteros.—3.º Idem para la de los rectángulos.—Escolio: Elementos iguales que deben tener dos triángulos para poder deducir la igualdad de éstos.—*Nuevas propiedades de los triángulos.*—Teorema: La recta que une los puntos medios de dos lados de un triángulo, es paralela al tercer lado é igual á su mitad.—Teorema: En todo triángulo las tres medianas se cortan en un mismo punto, que se encuentra sobre cada una de ellas á la tercera parte desde el lado ó á las dos terceras partes desde el vértice.—Corolario: En un triángulo equilátero, este punto coincide con el que equidista de los vértices y de los lados, y es común á las tres alturas.—Teorema: En todo triángulo, el punto equidistante de los tres vértices, el común á las tres medianas y el de concurso de las tres alturas, están en línea recta y la distancia del primero de estos puntos al segundo es la mitad de la de éste al tercero. Párrafos 73 al 82).

*Areas.*—Definiciones: áreas; figuras equivalentes; iguales y semejantes; medida de las superficies.—*Determinación de las áreas.*—En las figuras rectilíneas. Teorema: Si dos rectángulos de la misma base tienen alturas iguales, son iguales; si un rectángulo tiene la misma base que otros dos y su altura es igual á la suma de las de éstos, el primer rectángulo es igual á la suma de los segundos.—Corolarios: 1.º Dos rectángulos que tengan bases iguales, son proporcionales á sus alturas; 2.º Dos rectángulos de alturas iguales son proporcionales á sus bases; 3.º Todo rectángulo es proporcional á su base y á su altura; 4.º La relación de las áreas de dos rectángulos es igual á la relación de los productos de los números que miden sus respectivas bases y alturas.—Escolio: Dimensiones de un rectángulo.—Teorema: El área de un rectángulo es igual al producto del número que mide su base por el que mide su altura.—Corolario: Area de un cuadrado.—Teorema: Area de un paralelogramo.—Teorema: Area de un triángulo; hallar esta área en función del lado, cuando el triángulo es equilátero. (Párrafos 389 al 399).

*Problemas.*—Dada una recta y un punto, trazar por éste una paralela á aquélla. Trazar una perpendicular á una recta desde un punto fuera de ella. (Párrafos 186 y 188).

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Angulos diedros.*—Definiciones.—Diedro, caras, aristas, diedros adyacentes, ídem opuesto por la arista, plano bisector.—*Angulo rectilíneo correspondiente á un diedro.*—Teorema: Si dos ángulos diedros son iguales, lo son también los rectilíneos correspondientes.—Recíproca.—Magnitud de un diedro.—Comparación con el rectilíneo correspondiente.—Clasificación.—Consecuencias: 1.ª Si un diedro es recto...—2.ª Si el rectilíneo correspondiente á un diedro es recto...—3.ª Todos los diedros rectos son...—4.ª Si dos diedros adyacentes tienen las caras no comunes en prolongación...—5.ª Los diedros opuestos por la arista...; y 6.ª Todos los diedros sucesivos que forman varios planos que pasan por una recta...—*Medida de los diedros.*—Teorema: Dos ángulos diedros son proporcionales á sus rectilíneos correspondientes.—Corolario: Todo diedro tiene por medida la del rectilíneo correspondiente.—Escolio: Expresión de la medida de un diedro.—Observación: La correspondencia entre los ángulos diedros y los rectilíneos, permite aplicarles varias propiedades de los ángulos, cuales son... (Párrafos 558 al 569).

*Semejanza.*—Definiciones.—Poliedros inversamente semejantes.—Consecuencia de la definición: En dos poliedros semejantes las aristas homólogas son proporcionales.—*Propiedades.*—Teorema: Dos tetraedros son semejantes en los cuatro casos siguientes: 1.° Cuando tienen un diedro igual comprendido por dos caras semejantes, una á una y semejantemente dispuestas; 2.° Cuando tienen una cara semejante é iguales los tres diedros adyacentes y semejantemente dispuestos; 3.° Cuando tienen igual un ángulo triedro y semejantes y semejantemente colocadas las tres caras que lo constituyen; 4.° Cuando tienen respectivamente iguales y semejantemente dispuestos sus diedros.—Teorema: Si se corta una pirámide por un plano paralelo á la base, la pirámide total y la deficiente son semejantes. (Párrafos 797 al 801.)

*Problema.*—Hallar el radio de una esfera sólida. (Párrafos 700 y 701.)

## PAPELETA 12.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Cuadriláteros.*—Clasificación.—Propiedades.—Teorema: En todo paralelogramo se verifica: 1.° Los lados opuestos son iguales; 2.° Los ángulos opuestos también; 3.° Los ángulos que tienen un lado común son suplementarios, y 4.° Las diagonales se cortan en dos partes iguales.—Teorema: Un cuadrilátero convexo es paralelogramo si se verifica una de las cuatro condiciones siguientes: 1.ª Tener los lados opuestos iguales; 2.ª Tener los ángulos opuestos iguales; 3.ª Ser iguales y paralelos los lados opuestos; 4.ª Cortarse las diagonales en su punto medio, y 5.ª Ser suplementarios los ángulos que tienen un lado común.—Teorema: En el rombo, además de las propiedades del paralelogramo, se verifica que las diagonales son perpendiculares ó bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen.—Recíprocamente: Si en un paralelogramo las diagonales son perpendiculares ó bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen la figura, es un rombo.—Teorema: El rectángulo, además de las propiedades del paralelogramo, tiene iguales las diagonales.—Recíprocamente: Si las diagonales de un paralelogramo son iguales, la figura es un rectángulo.—Escolio: Propiedades de las diagonales de un cuadrado, por ser éste, á la vez, rectángulo y rombo.—Teorema: En todo trapecio la recta que une los puntos medios de los lados no paralelos es paralela á las bases; la parte de dicha recta comprendida entre aquellos lados es igual á la semisuma de ésta, y la parte comprendida entre las diagonales es igual á la semidiferencia de las mismas bases.—Base media.—Igualdad de paralelogramos.—Teorema: Dos paralelogramos son iguales cuando dos lados y el ángulo comprendido en uno de ellos son iguales á los mismos elementos del otro; dos rectángulos, cuando son respectivamente iguales dos lados contiguos; dos rombos, si tienen iguales un lado y un ángulo; y dos cuadrados, si tienen igual lado. (Párrafos 82 al 92.)

*Areas.*—Teorema: El área de un trapecio es igual al producto de la altura por la semisuma de las bases.—Teorema: El área de un polígono regular convexo es igual á la mitad del producto de la longitud de perímetro por la apotema.—Area del sector poligonal regular.—Escolio: Area del triángulo equilátero y demás polígonos regulares en función del lado.—Area de un polígono cualquiera. (Párrafos 401, 402, 404 y 405.)

*Problemas.*—Dada una recta y en ella un punto, trazar por éste otra recta que forme con la dada un ángulo conocido. Transformar un triángulo dado en otro equivalente é isósceles, conservando uno de sus ángulos. (Párrafos 189 y 446.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Angulos poliedros.*—Definiciones: Aristas, vértice, caras, ángulo plano, plano diagonal, ángulos poliedros, cóncavos y convexos, caracteres distintivos de unos y otros.—Demostrar que puede hallarse siempre un plano que corte á todas las aristas de un ángulo poliedro convexo, siendo también convexo el polígono resultante. Clasificación de los ángulos poliedros, según el número de sus caras.—Definición de ángulos poliedros regulares. (Párrafos 569 á 574.)

*Areas.*—Poliedros.—Generalidades.—Teorema: El área de la superficie lateral de una pirámide regular, es igual á la mitad del producto del perímetro de la base por la apotema.—Teorema: El área de la superficie lateral de un tronco de pirámide regular, es igual al producto de la semisuma de los perímetros de las dos bases por la apotema.—Corolario: El área lateral de un tronco de pirámide regular en función de la sección paralela á las bases y equidistantes de ellas, es igual á la apotema multiplicada por el perímetro de dicha sección.—Teorema: El área de la superficie lateral de un prisma, es igual al producto de su arista lateral por el perímetro de la sección recta.—Corolario: Caso particular de ser recto el prisma.—Escolio: Area total de una pirámide regular, de un tronco de la misma ó de un prisma. (Párrafos 816 al 824.)

*Problemas.*—Por un punto trazar un plano perpendicular á otro. (Párrafo 552.)

## PAPELETA 13.ª

GEOMETRÍA PLANA.—Polígonos en general.—Teorema: El número de diagonales de un polígono es igual á $\frac{n(n-3)}{2}$, siendo $n$ el número de lados.—Teorema: En todo polígono convexo la suma de sus ángulos internos es igual á tantas veces dos ángulos rectos como lados tiene, menos cuatro rectos, ó á tantas veces dos rectos como lados tiene, menos dos.—Escolio: Descomposición de un polígono en triángulos partiendo de un punto interior, en un lado ó en un vértice.—Teorema: Si se prolongan en el mismo sentido todos los lados de un polígono convexo, la suma de los ángulos externos que resultan es igual á cuatro ángulos rectos.—Corolario: No existe ningún polígono convexo con más de tres ángulos internos que sean agudos. (Párrafos 92 al 97).

*Areas.*—En las figuras mixtilíneas.—Fórmula de Sipson.—En el círculo.—Teorema: El área de un círculo es igual... Corolario: En función del diámetro y en función de la circunferencia.—Teorema: El área de un sector es igual á la mitad del producto de su arco por el radio.—Comparación de las áreas de un círculo y de un sector del mismo radio.—Teorema: El área de un segmento circular es igual al producto de la mitad del radio por la diferencia entre su arco y la mitad de la cuerda del arco doble. (Párrafos 406, 407 y 409 al 415).

*Problemas.*—Construir un polígono semejante á otro dado sobre una recta dada, ó conocida la relación de semejanza $\frac{m}{n}$.—Transformar un triangulo en otro equivalente y equilátero. (Párrafos 321 y 447).

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Angulos diedros.*—Definiciones.—Diedro, caras, aristas, diedros adyacentes, ídem opuestos por la arista, plano bisector.—*Angulo rectilíneo correspondiente á un diedro.*—Teorema: Si dos ángulos diedros son iguales, lo son también los rectilíneos correspondientes.—Recíproca.—Magnitud de un diedro.—Comparación con el rectilíneo correspondiente.—Clasificación.—Consecuencias: 1.ª Si un diedro es recto...—2.ª Si el rectilíneo correspondiente á un diedro es recto...—3.ª Todos los diedros rectos son...—4.ª Si dos diedros adyacentes tienen las caras no comunes en prolongación...—5.ª Los diedros opuestos por la arista...; y 6.ª Todos los diedros sucesivos que forman varios planos que pasan por una recta...—*Medida de los diedros.*—Teorema: Dos ángulos diedros son proporcionales á sus rectilíneos correspondientes.—Corolario: Todo diedro tiene por medida la del rectilíneo correspondiente.—Escolio: Expresión de la medida de un diedro.—Observación: La correspondencia entre los ángulos diedros y los rectilíneos, permite aplicarles varias propiedades de los ángulos, cuales son... (Párrafos 558 al 569).

*Comparación de los cuerpos por su magnitud, forma y posición.*—*Igualdad.*—Generalidades.—*Igualdad de poliedros.*—Teorema: Dos tetraedros son iguales cuando tienen iguales y dispuestos de la misma manera: 1.° Un diedro y los dos triángulos que lo forman; 2.° Una cara y los tres diedros adyacentes; 3.° Sus aristas.—Teorema: Dos pirámides son iguales cuando tienen iguales un ángulo tiedro, formado por la base y dos caras laterales, además de serlo estos polígonos y estar dispuestos de la misma manera.

Escolio: Dos pirámides regulares son iguales si tienen iguales bases y alturas. Teorema: Dos prismas son iguales cuando las tres caras que forman un tiedro en el primero son iguales á las tres que forman otro tiedro en el segundo, estando semejantemente colocadas.—Escolios: 1.° Dos prismas rectos son iguales si lo son sus bases y alturas.—2.° Dos paralelepípedos rectángulos si tienen sus aristas iguales.—3.° Dos cubos...—4.° Dos troncos de prisma recto, cuando tienen iguales bases ó iguales de dos en dos y dispuestas del mismo modo las aristas laterales.—Teorema: Dos poliedros son iguales cuando se componen de igual número de tetraedros iguales é igualmente dispuestos. (Párrafos 757 al 766).

*Problemas.*—Por un punto trazar una recta paralela á un plano y un plano paralelo á una recta. (Párrafos 545 y 546).

PAPELETA 14.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Igualdad de polígonos.*—Consideraciones que inducen á determinar la igualdad de dos polígonos con el menor número de condiciones posible.—Dos polígonos de igual número de lados son iguales en cualquiera de los casos siguientes: 1.° Si tienen de dos en dos iguales todos los lados menos uno y todos los ángulos formados por lados iguales; 2.° Si todos los ángulos menos uno, y todos los lados menos los que formen el ángulo exceptuado, son iguales de dos en dos, en ambos polígonos; 3.° Si tienen iguales todos los lados y todos los ángulos, menos tres consecutivos; 4.° Si tienen un lado igual, é iguales de dos en dos las distancias de todos los vértices á los extremos de dichos lados; 5.ª Si se componen del mismo número de triángulos iguales de dos en dos é igualmente dispuestos en cada polígono.—Escolio: Número de condiciones para determinar la igualdad de dos polígonos. (Párrafos 97 al 100.)

*Comparación de áreas.*—Consecuencias que se deducen al comparar las áreas de dos paralelogramos ó de dos triángulos: 1.° Dos paralelógramos ó dos triángulos de la misma base y de la misma altura son equivalentes; 2.° Las áreas de dos paralelogramos ó de dos triángulos son entre sí como los productos de....—Teorema: Si dos triángulos tienen dos ángulos (uno de cada triángulo) iguales ó suplementarios, la relación de sus áreas es igual á la relación de los productos de los números que miden los dos lados que forman cada uno de los expresados ángulos. (Párrafos 415 al 417.)

*Problemas.*—Dados el radio y la amplitud de un arco, calcular su longitud.—Hallar la amplitud de un arco cuya longitud sea igual al radio.—Dadas la longitud y amplitud de un arco, hallar la longitud de su radio. (Párrafo 381 en los casos 3.°, 4.° y 5.°)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO. — *Angulo triedro.*—Definiciones: Triedro simétrico. Caso de coincidencia de los triedros simétricos.—Triedros suplementarios. — Teorema: Si un triedro es suplementario de otro, éste lo es de aquél.—Teorema; En dos triedros suplementarios, cada diedro de uno de ellos es el suplemento de la cara correspondiente del otro.—Escolio: Propiedad correlativa ó suplementaria. (Párrafos 574 al 583.)

*Areas.*—Superficies curvas.—Consideraciones que conducen á referir el área de una superficie curva á la de una poliedral.—Teorema: El área de la superficie lateral de un cono de revolución, es igual á la mitad del producto de la circunferencia de la base por la generatriz. Teorema: El área de la superficie lateral de un tronco de cono de revolución, de bases paralelas y de primera especie, es igual al producto de la semisuma de las circunferencias de las bases por la generatriz.—Corolario: Area del tronco, en en función de sección paralela á las bases y equidistantes de ellas. (Párrafos 825 al 830.)

*Problema.*—Hallar el radio de una esfera sólida. (Párrafos 700 y 701.)

PAPELETA 15.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Simetría en los polígonos.*—Definiciones: Puntos simétricos; centro; eje; polígonos simétricos; igualdad de éstos; manera de hacerlos coincidir; simetría entre los elementos de un mismo polígono.—*Circunferencia.*—Definiciones: Circunferencia, centro, arco, radio, secante, cuerda, diámetro, tangente, normal, círculo, sector circular, arcos iguales, suma de arcos.—Propiedades que se deducen de las definiciones: 1.ª Una circunferencia es el lugar geométrico de los puntos de un plano que equidistan...; 2.ª Todos los radios de una circunferencia...; 3.ª El diámetro es la mayor...; 4.ª El diámetro divide á la circunferencia y al círculo...—Teorema: Por tres puntos que no estén en línea recta se puede siempre hacer pasar una circunferencia, y sólo una.—Escolio: Puede considerarse una recta como el límite de una circunferencia cuyo radio haya ido creciendo hasta hacerse infinito. (Párrafos 100 al 111.)

*Comparación de áreas.*—Teorema: El cuadrado construído sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo es equivalente á la suma de los cuadrados construídos sobre los catetos.—Corolarios: 1.° Los cuadrados construídos sobre los tres lados de un triángulo rectángulo son proporcionales á las proyecciones de estos lados sobre la hipotenusa; 2.° Los cuadrados construídos sobre las cuerdas que parten de los extremos de un mismo diámetro son proporcionales á las proyecciones de estas cuerdas sobre dicho diámetro. (Párrafos 417 al 419.)

*Problema.*—Dados dos círculos, trazar una tangente común á sus circunferencias.—Discusión.—Escolio: Las tangentes se encuentran en un mismo punto de la línea de los centros y ésta es bisectriz del ángulo que forman.—Estas tangentes son iguales. (Párrafos 211 al 214.)

GEOMETRIA EN EL ESPACIO.—*Angulos triedros.*—Teorema: En todo triedro una cara cualquiera es menor que la suma y mayor que la diferencia de las otras dos. Corolarios: 1.° Si tres ángulos son tales, que teniendo el vértice común uno de ellos es igual á la suma de los otros dos las tres rectas que lo forman, están en un mismo plano; 2.° Si en el interior de un triedro se traza una recta cualquiera que pase por el vértice y se imaginan los ángulos planos que forma con dos aristas de una cara, la suma de estos ángulos es menor que la de las otras dos caras; 3.° Si dos triedros tienen una cara común y una cara del primero corta á otra cara del segundo, la suma de las caras que no se cortan es menor que la de las que se cortan; 4.° En todo triedro, á mayor ángulo diedro, se opone mayor cara.—Escolio: En todo triedro isoedro, los diedros opuestos á las caras iguales, son iguales. En todo triedro, á mayor cara se opone mayor diedro.—Si un triedro tiene las tres caras iguales, lo serán también los tres diedros, y por consiguiente, será regular. (Párrafos 583 al 586.)

*Areas.*—Poliedros.—Generalidades.—Teorema: El área de la superficie lateral de una pirámide regular, es igual á la mitad del producto del perímetro de la base por la apotema.—Teorema: El área de la superficie lateral de un tronco de pirámide regular, es igual al producto de la semisuma de los perímetros de las dos bases por la apotema.—Corolario: El área lateral de un tronco de pirámide regular en función de la sección paralela á las bases y equidistante de ellas, es igual á la apotema multiplicada por el perímetro de dicha sección.—Teorema: El área de la superficie lateral de un prisma, es igual al producto de su arista lateral por el perímetro de la sección recta.—Corolario: Caso particular de ser recto el prisma.—Escolio: Area total de una pirámide regular, de un tronco de la misma ó de un prisma.—Fórmulas para las áreas de las superficies de los poliedros regulares. (Párrafos 816 al 825.)

*Problema.*—Por un punto trazar un plano perpendicular á otros dos. (Párrafo 553.)

PAPELETA 16.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Propiedades relativas de la recta y la circunferencia.*—Cuerdas.—Teorema: En una misma circunferencia ó circunferencias iguales, los arcos iguales, son subtendidos por cuerdas iguales, y en los desiguales, al mayor corresponde cuerda mayor.—Recíprocamente.—Teorema: En un mismo círculo ó en círculos iguales, las cuerdas iguales equidistan del centro, y de las desiguales la mayor dista menos.—Recíprocamente.—Teorema.—El diámetro perpendicular á una cuerda divide á ésta y á los dos arcos subtendidos por ella en dos partes iguales.—Corolarios: 1.° Por un punto interior á una circunferencia, la mayor cuerda que puede trazarse es un diámetro, y la menor, la que sea perpendicular á este diámetro; 2.° El lugar geométrico de los puntos medios de un sistema de cuerdas paralelas, es el diámetro perpendicular á su común dirección.—Escolios: 1.° El diámetro determinado por el punto medio de un arco es perpendicular á su cuerda, la divide en dos partes iguales y también al resto de la circunferencia; 2.° Definición de sagita ó flecha.—Tangente.—Definición.—Razonamiento para probar la existencia de las tangentes.—Consecuencias: 1.ª Por un punto de una circunferencia puede siempre trazársele.....; 2.ª La tangente es paralela al sistema de cuerdas paralelas. ...—Definiciones más generales de la tangente y que tengan aplicación á cualquier curva.—Curva convexa y cóncava.—Angulo de dos curvas. (Párrafos 111 al 122.)

*Comparación de áreas*—.Areas de figuras semejantes.—Teorema: Las áreas de dos triángulos semejantes son proporcionales á los cuadrados de sus lados homólogos, y la relación de dichas áreas es igual al cuadrado de la relación de semejanza.—Teorema: Las áreas de dos polígonos semejantes son proporcionales á los cuadrados de sus lados homólogos ó bien la relación de dichas áreas es igual al cuadrado de la relación de semejanza.—Corolarios: 1.° Las áreas de dos polígonos regulares de igual número de lados son proporcionales á los cuadrados de sus radios y apotemas; 2.° El área del polígono construído sobre la hipotenusa es igual á la suma de las áreas de los polígonos semejantes, construídos sobre los catetos.—Teorema: Las áreas de dos círculos son proporcionales á los cuadrados de sus radios, ó á los cuadrados de sus diámetros.—Corolarios: 1.° Si tomando como diámetro la hipotenusa y los catetos de un triángulo rectángulo se construyen tres círculos, se tendrá que el círculo construído sobre la hipotenusa.....; 2.° Lúnulas.—Teorema: Las áreas de dos sectores semejantes son proporcionales á los cuadrados de sus radios.—Teorema: Las áreas de dos segmentos semejantes son proporcionales á los cuadrados de sus radios. (Párrafos 420 al 427.)

*Problema.*—Dados tres puntos que no estén en línea recta, trazar la circunferencia que determinan. (Párrafo 207.)

Geometría en el espacio.—*Propiedades de los triedros.*—Teorema: Si en un triedro un ángulo died o disminuye ó aumenta permaneciendo constantes las caras que lo forman, la tercera cara disminuye ó aumenta también.—Corolarios: 1.° Si en dos triedros dos caras del uno son respectivamente iguales ó dos del otro, la tercera cara del primero será mayor ó menor que la tercera del segundo, según que el diedro opuesto á aquélla sea mayor ó menor que el opuesto á ésta; 2.° Si los diedros comprendidos por las caras iguales, fuesen iguales, las terceras caras lo serán también.—Teorema: Si dos diedros son tales que las caras del uno son iguales, respectivamente, á las del otro, también son iguales los ángulos diedros que se corresponden; es decir, los que en cada triedro se oponen á las caras que son iguales. (Párrafos 586 al 589.)

*Areas.*—Teorema: El área de la superficie engendrada por una recta limitada que gira alrededor de otra, situadas ambas en un mismo plano, y la primera en una sola región respecto á la segunda, es igual al producto de la proyección de la recta generatriz sobre el eje, por la circunferencia cuyo radio es la parte de perpendicular trazada á dicha generatriz en su punto medio, comprendida entre ésta y el eje.—Teorema: El área de la superficie engendrada por una línea quebrada regular, que gira alrededor de un eje situado en su plano y que pasa por su centro sin cortarla, es igual al producto de la circunferencia inscripta en la misma por la proyección de la generatriz sobre el eje.—Corolario: El área de la superficie engendrada por un arco de circunferencia que gira alrededor de un diámetro que no lo corta, es igual á la circunferencia á que pertenece dicho arco, multiplicada por la proyección de éste sobre el eje. (Párrafos 833 al 836.)

*Problema.*—Por un punto trazar un plano perpendicular á otro. (Párrafo 552.)

## PAPELETA 17.ª

Geometría plana.—*Propiedades relativas de la recta y la circunferencia.*—Normales.—Definición.—Teorema: Toda oblicua que parte de un punto no situado en la circunferencia, tiene su longitud comprendida entre las dos normales... —Escolio: Distancia de un punto á una circunferencia.—Secantes y tangentes.—Teorema: Dos paralelas interceptan en una circunferencia... —(Párrafos 122 al 126.)

*Comparación de áreas.*—Areas de figuras isoperímetras.—Máximos y mínimos. Teorema: Entre todos los triángulos que tengan la misma base y el mismo perímetro, el isósceles es el que tiene mayor superficie.—Corolario: Relativo al equilátero.—Teorema: Entre todos los triángulos de la misma base y superficie equivalente, el isósceles es el de perímetro mínimo.—Corolario: Relativo al equilátero.—Teorema: Si se dan dos lados para formar un triángulo, será de área máxima aquel en que el ángulo comprendido por dichos lados, sea recto.—Teorema: Si se da la suma de los lados para formar un triángulo, será de área máxima aquel en que dicha suma se divida en dos partes iguales y estos lados estén en ángulo recto. (Párrafos 427 al 433.)

*Problemas.*—Trazar la perpendicular á una recta por un punto dado en ella.—1.° Cuando el punto dado sea el punto medio de la recta.—2.° Cuando el punto dado sea uno cualquiera; y 3.° Cuando el punto dado sea el extremo de la recta. (Párrafo 187.)

Geometría en el espacio.—*Angulo triedro.*—Teorema: En todo triedro la suma de las tres caras es menor que cuatro ángulos rectos.—Escolio: Haciendo aplicación de las propiedades correlativas, demostrar: 1.° Que la suma de los diedros de un triedro está comprendida entre dos y seis rectos; 2.° Que en todo triedro el menor de los diedros, aumentando en dos rectos, es mayor que la suma de los otros dos.—Observación referente á la clasificación de los triedros por el número de ángulos diedros rectos que tengan. (Párrafos 589 al 592.)

*Poliedros.*—Definición y clasificación de los poliedros.—Caras, aristas, vértices, diagonal, plano diagonal.—Poliedro convexo y cóncavo.—Caracteres para reconocer si un poliedro es convexo.—1.° Un poliedro convexo queda todo á un mismo lado de una de sus caras prolongada indefinidamente.—2.° Una recta sólo puede cortar en dos puntos á la superficie de un poliedro convexo.—3.° Los planos diagonales en los poliedros convexos son siempre interiores.—Poliedros regulares é irregulares.—Nombres que reciben los poliedros por los números de caras que los limitan. (Párrafos 708 al 710.)

*Problema.*—Trazar por una recta el plano perpendicular á otro. (Párrafo 554.)

## PAPELETA 18.ª

Geometría plana.—*Medida de líneas y ángulos.*—Preliminares.—De la medida en general: Comparación de la magnitud con la unidad; origen de los números enteros, fraccionarios é inconmensurables, según enseña la Aritmética, y qué se entiende por medida de estos últimos; razón de los frecuentes casos de inconmensurabilidad en Geometría.—Consideraciones que conducen á demostrar que se obtiene la relación ó razón de dos magnitudes de la misma especie, diviendo el número que expresa la medida de la primera, por el que expresa la medida de la segunda.—Medida directa; comparación directa con la unidad.—Medida indirecta; comparación directa con la unidad.—Medida indirecta; casos en que la naturaleza de la magnitud no permite la comparación directa: Ejemplos.—Magnitudes proporcionales: cuándo son proporcionales dos magnitudes cualesquiera.—Cuarta, media y tercera proporcional; magnitudes directa é inversamente proporcionales. (Párrafos 133 al 144.)

*Comparación de áreas.*—Areas de figuras isoperímetras.—Máximos y mínimos. Teorema: Entre todas las figuras planas isoperímetras, la de área máxima es el círculo.—Teorema: Entre todas las figuras equivalentes, el círculo es la del perímetro mínimo. (Párrafos 433 al 436.)

*Problemas.*—Sobre una recta dada construir un triángulo semejante á otro dado. Construir un polígono semejante á otro y cuyo perímetro sea igual á una recta dada. (Párrafos 320 y 322.)

Geometría en el espacio.—*Igualdad de ángulos triedos.*—Teorema: Dos ángulos triedros son iguales, cuando tienen: 1.° Una cara y los dos diedros adyacentes respectivamente iguales y dispuestos igualmente; 2.° Un diedro igual, formado por caras respectivamente iguales y dispuestas de la misma manera; 3.° Las caras respectivamente iguales y dispuestas del mismo modo; 4.° Sus diedros respectivamente iguales é igualmente dispuestos.—Corolario: Determinación de un triedro.—Escolios: 1.° Triedros simétricos; 2.° Analogía con los triángulos rectilíneos. (Párrafos 592 al 595.)

*Semejanza.*—Definiciones.—Poliedros inversamente semejantes.—Consecuencias de la definición: En dos poliedros semejantes las aristas homólogas son proporcionales.—*Propiedades.*—Teorema: Dos tetraedros son semejantes en los cuatro casos siguientes: 1.° Cuando tienen un diedro igual comprendido por dos caras semejantes una á una y semejantemente dispuestos; 2.° Cuando tienen una cara semejante é iguales los tres diedros adyacentes y semejantemente dispuestos; 3.° Cuando tienen igual un ángulo triedro y semejantes y semejantemente colocadas las tres caras que lo constituyen; 4.° Cuando tienen respectivamente iguales y semejantemente dispuestos sus diedros.—Teorema: Si se corta una pirámide por un plano parelelo á la base, la pirámide total y la deficiente son semejantes. (Párrafos 797 al 801.)

*Problema.*—Por un punto trazar un plano perpendicular á otro. (Párrafo 552.)

## PAPELETA 19.ª

Geometría plana.—*Magnitudes proporcionales.*—Origen de la proporcionalidad y procedimiento expedito para conocerla. Teorema: Si dos magnitudes varían simultáneamente, de tal modo que á dos valores iguales de la segunda, y á un valor de la primera que sea la suma de otros dos de la misma corresponda otro valor de la segunda que sea la suma de los correspondientes á aquéllos, dichas magnitudes serán directamente proporcionales.—Recíprocamente.—Regla general para la proporcionalidad directa.—Si falta alguna de las dos condiciones expresadas, las magnitudes no son proporcionales.—Ejemplo.—Magnitud Proporcional á otras varias.—Definición.—Demostrar que cuando una magnitud es proporcional á otras varias, la relación de dos valores cualesquiera de la primera es igual al producto de las relaciones de los valores correspondientes de todas las demás. (Parrafos 144 al 152.)

*Semejanza de figuras.*—Definiciones: elementos homólogos; relación de semejanza; polígonos semejantes.—Semejanza de polígonos. Lema: Toda paralela á uno de los lados de un triángulo, forma con los otros dos un nuevo triángulo semejante al primero.—Teorema: Dos triángulos son semejantes: 1.° Cuando son equiángulos; 2.° Cuando tienen un ángulo igual comprendido por lados proporcionales; 3.° Cuando sus lados homólogos son proporcionales.—Cororlario: 1.° Dos triángulos son semejantes cuando tienen sus lados respectivamente paralelos ó perpendiculares; 2.° Dos triángulos rectángulos son semejantes cuando tienen un ángulo agudo igual—Escolios: 1.° En los triángulos de la igualdad de ángulos se deduce la proporcionalidad de lados y recíprocamente; 2.° y 3.° Comparación de la semejanza con la igualdad.—Teorema: Dos polígonos son semejantes cuando se componen del mismo número de triángulos semejantes de dos en dos, é igualmente dispuestos.—Recíprocamente. Dos polígonos semejantes pueden descomponerse...—Escolio.—Teorema: Dos polígonos de igual número de lados son semejantes, cuando se sabe que todos los lados menos uno en cada polígono, son de dos en dos proporcionales, é iguales del mismo modo, los ángulos en que no intervengan los lados exceptuados.—Teorema: Dos polígonos de igual número de lados son semejantes, si consta que todos los ángulos menos uno del primero son iguales respectivamente á otros tantos del segundo, y que los lados que forman estos ángulos, menos los del exceptuado, son proporcionales.—Corolario: Casos de semejanza de algunas figuras.—Escolio: Condiciones de semejanza. (Párrafos 256 al 270.)

*Problema.*—Dado un polígono regular inscrito en una circunferencia, inscribir en ella otro doble número de lados y calcular su lado, en función del de aquél. Escolios: 1.° Dada la cuerda de un arco, calcular la del arco mitad; 2.° El perímetro del polígono buscado es mayor que el del propuesto; 3.° Si se tratara del problema inverso. (Párrafos 344 y 345.)

Geometría en el espacio.—*Angulos poliedros.*—Angulos poliedros simétricos. Angulos poliedros suplementarios.—Teorema: Si un ángulo poliedro es suplementario de otro, éste lo es aquél.—Teorema: En dos ángulos poliedros suplementarios, un diedro cualquiera de uno de ellos es suplemento de la cara correspondiente del otro.—Teorema: En un ángulo poliedro una cara cualquiera es menor que la suma de todas las demás.—Teorema: En todo ángulo poliedro convexo, la suma de sus caras es menor que cuatro ángulos rectos.—Teorema: En todo ángulo poliedro se verifica que la suma de sus diedros está comprendida entre tantas veces dos rectos como aristas tenga, y este mismo número disminuído en cuatro rectos.—Igualdad de ángulos poliedros. (Párrafos 595 al 604.)

*Semejanza de poliedros.*—Teorema: Dos poliedros son semejantes si están compuestos del mismo número de tetraedros semejantes y semejantemente dispuestos. Recíprocamente: Dos poliedros semejantes pueden descomponerse en igual número de tetraedros semejantes y semejantemente colocados.—Corolario: Dos poliedros regulares del mismo nombre son semejantes. (Párrafos 801 al 804.)

*Problema.*—Por un punto trazar el plano perpendicular á otro dos. (Párrafo 553.)

PAPELETA 20.ª

Geometría plana.—*Medida de la línea recta.*—Consideraciones.—Casos que pueden ocurrir: 1.° $m\ n$ está contenido en $A\ B$ un número exacto de veces; 2.° Que una parte alícuota de $m\ n$ está contenida en $A\ B$ un número exacto de veces; 3.° $A\ B$ y $m\ n$ son inconmensurables.—Demostración, á priori, de la existencia de rectas inconmensurables, comparando la diagonal de un cuadrado con su lado.—Mét do práctico para medir una recta. (Párrafos 152 al 155.)

*Homotecia.*—Definiciones; figuras ó sistemas de puntos homotéticos; centro y relación de homotecia; homotecia directa é inversa.—Dado un sistema de puntos, determinar su homotético, para un centro y una relación dados.—Demostrar que la figura homotética de una circunferencia es otra circunferencia.—Teorema: En dos sistemas homotéticos la recta que une dos puntos cualesquiera en uno de ellos y la que une los puntos homólogos en el otro, son paralelas y están en la relación de homotecia.—Corolarios: 1.° La figura homotética de una recta es otra recta paralela á ella; 2.° Si una recta pasa por el centro de homotecia, su homotética también, y ambas coinciden y recíprocamente; 3.° El ángulo de dos rectas es igual al de sus homotéticas; 4.° La figura homotética de un polígono es otro polígono semejante al mismo, siendo iguales la relación de semejanza y la de homotecia; 5.° Las tangentes en puntos homólogos de curvas homotéticas, son paralelas. (Párrafos 279 al 284.)

*Problema.*—Dada una recta y un punto fuera de ella, trazar por ésta otra recta que forme con la dada un ángulo conocido. (Párrafo 190.)

Geometría en el espacio.—*Líneas y superficies curvas.*—*Líneas curvas en general.*—Generación.—Líneas curvas planas y de doble curvatura; elemento de la curva.—Plano osculador.—Tangente y normal; planos, tangente y normal.—Angulos de flexión y de torsión.—Puntos singulares.—*Superficies en general.*—Generación y clasificación de las superficies.—Propiedades generales.—Generatrices, directrices; leyes de generación; ejemplo de generación de una superficie por generatrices diversas. (Párrafos 604 al 618.)

*Semejanza de poliedros.*—Puntos y rectas homólogas.—Teorema: En dos poliedros semejantes, las rectas homólogas son proporcionales á las aristas homólogas.—Teorema: Dos poliedros semejantes pueden siempre orientarse de la misma manera. (Párrafos 805 al 808.)

*Problema.*—Por un punto trazar un plano paralelo á otro dado. (Párrafo 547.)

PAPELETA 21.ª

Geometría plana.—*Medida de un arco.* Amplitud de un arco: conceptos en que puede considerarse.—Procedimiento que se sigue en la práctica para obtener su relación en la circunferencia.—Divisiones de la circunferencia; ventajas é inconvenientes de las dos divisiones adoptadas; forma de pasar de una á otra división.—Transportador; sus clases; uso del transportador; arcos semejantes.—Arcos correspondientes.—Teorema: Dos ángulos cualesquiera son proporcionales á los arcos comprendidos entre sus lados y descriptos desde sus respectivos vértices, como centro con igual radio.—Corolario: Los arcos semejantes tienen el mismo valor gradual. (Párrafos 155 al 166.)

*Propiedades de las figuras semejantes.*—Puntos y rectas homólogas.—Teorema: En dos polígonos semejantes las rectas homólogas son proporcionales á los lados homólogos.—Teorema: La relación entre los perímetros de dos polígonos semejantes es igual á la relación de semejanza de los mismos.—Teorema: Todas las rectas que parten de un mismo punto cortan proporcionalmente á dos secantes cualesquiera paralelas.—Corolario: Las rectas quedan divididas como las paralelas.—Recíprocamente: Si dos paralelas son cortadas en segmentos proporcionales por varias rectas...—Teorema: Dos polígonos semejantes situados en un mismo plano pueden siempre colocarse de modo que sus lados homólogos sean paralelos.—Escolio: Orientación y nuevo enuncia do del anterior teorema. (Párrafos 270 al 279.)

*Problemas.*—Hallar la cuarta proporcional á tres rectas dadas.—Hallar una tercera proporcional á dos rectas dadas y un segmento $x = \frac{abcd}{a'b'c'}$.—Dados dos polígonos semejantes, construir un tercero semejante á ellos, y cuya área sea igual á la diferencia de las áreas de los dados. (Párrafos 307 al 310 y 451.)

Geometría en el espacio.—*Superficies en general.*—*Plano tangente.*—Teorema: Todas las tangentes á las diferentes líneas que se pueden trazar en una superficie, por uno de sus puntos, se hallan en un mismo plano.—Escolios: 1.° Determinación del plano tangente. 2.° Cómo puede considerarse el plano tangente. 3.° Plano que es á la vez tangente y secante. 4.° Consideraciones sobre el plano tangente en los puntos singulares.—Normal y plano normal.—*Superficies de revolución.*—Paralelos.—Meridianos.—Teorema: Todos los meridianos de una superficie de revolución son iguales.—Teorema: El plano tangente á una superficie de revolución es perpendicular al del meridiano que pasa por el punto de contacto.—Superficies regladas desarrollables. (Párrafos 618 al 631 y 634 al 638.)

*Problema.*—Trazar por una recta un plano perpendicular á otro. (Párrafo 554.)

PAPELETA 22.ª

Geometría plana.—*Medida de ángulos.* Evaluación en grados.—Consideraciones que inducen á referir la medida del ángulo á la del arco comprendido entre sus lados y que tenga el vértice por centro.—Teorema: Todo ángulo tiene la misma medida que el arco comprendido entre sus lados y descrito con un radio arbitrario desde el vértice como centro.—Reducir un ángulo expresado en grados, minutos y segundos á su verdadera medida. Angulos en el círculo.—Definiciones.—Teorema: Todo ángulo inscrito en una circunferencia tiene la misma medida que la mitad del arco comprendido por sus lados.—Corolarios: 1.° Todos los ángulos inscritos en un mismo arco son iguales. 2.° Dos ángulos inscritos en cada uno de los arcos que determina una cuerda son suplementarios. 3.° Todo ángulo inscrito en una semicircunferencia es recto. 4.° Un ángulo inscrito en un arco es agudo, recto ú obtuso, según que el arco sea mayor, igual ó menor que la semicircunferencia. 5.° En todo cuadrilátero inscrito en una circunferencia, los ángulos opuestos son suplementarios. (Párrafos 166 al 175.)

*Homotecia.*—Teorema: Dos sistemas son homotéticos si existen en su plano dos puntos tales que, uniendo uno de ellos con los puntos del primer sistema y el otro con los homólogos del segundo, resulten rectas respectivamente paralelas y que estén en la misma relación.—Corolarios: 1.° Dos polígonos semejantes de igual ú opuesta orientación son homotéticos directos ó inversos. 2.° Dos circunferencias cualesquiera son siempre homotéticas directa ó inversamente; los dos centros de homotecia dividen armónicamente á la línea de los centros.—Teorema: Dos sistemas homotéticos á un tercero son homotéticos entre sí.—Corolario: Dos sistemas homotéticos de un tercero respecto á centros distintos y á una misma relación de homotecia son iguales.—Escolio: Demostrar que los tres centros de homotecia están en línea recta.—Definición general de semejanza. (Párrafos 284 al 290.)

*Problema.*—Dado un polígono regular inscrito, circunscribir otro semejante y calcular su lado en función del lado del propuesto.—Dados dos círculos, construir un tercero cuya área sea igual á la suma de las áreas de los dados. (Párrafos 346 y 451.)

Geometría en el espacio.—*Superficie*

*cónica.*—Generación y definiciones.—Definición de superficie cónica.—Superficie cónica, cerrada ó abierta.—Cono.—Base y altura del cono.—Cono circular, recto ú oblicuo.—Cómo puede engendrarse el cono circular recto.—Cono equilátero.—Secciones paralelas y antiparalelas.—Tronco de cono de 1.ª y 2.ª especie.—Nuevo medio de generación del cono. (Párrafos 738 al 641.)

*Areas.*—Poliedros.—Generalidades.—Teorema: El área de la superficie lateral de una pirámide regular, es igual á la mitad del producto del perímetro de la base por la apotema.—Teorema: El área de la superficie lateral de un tronco de pirámide regular, es igual al producto de la semisuma de los perímetros de las dos bases por la apotema.—Corolario: El área lateral de un tronco de pirámide regular en función de la sección paralela á las bases y equidistante de ellas, es igual á la apotema multiplicada por el perímetro de dicha sección.—Teorema: El área de la superficie lateral de un prisma, es igual al producto de su arista lateral por el perímetro de la sección recta.—Corolario: Caso particular de ser recto el prisma.—Escolio: Area total de una pirámide regular, de un tronco de la misma ó de un prisma.—Fórmulas para las áreas de las superficies de los poliedros regulares. (Párrafos 816 al 825.)

*Problemas.*—Por un punto trazar una recta paralela á un plano y un plano paralelo á una recta. (Párrafos 545 y 546.)

PAPELETA 23.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Medida de ángulos.*—Teorema: Todo ángulo formado por dos secantes que se cortan en un punto del círculo, tiene la misma medida que la semisuma de los arcos comprendidos por sus lados y por sus prolongaciones. Teorema: Todo ángulo formado por dos secantes que se cortan fuera del círculo, tiene la misma medida que la semidiferencia entre el mayor y el menor de los arcos interceptados por sus lados.—Arco capaz de un ángulo dado.—Lugar geométrico desde el cual se ve una recta bajo el mismo ángulo; ídem bajo el ángulo suplementario. (Párrafos 175 al 180.)

*Problemas.* — Construir un polígono igual á otro dado.—Métodos: 1.° Construyendo los lados y ángulos de un polígono iguales á los de otro. 2.° Descomponiendo el polígono dado en triángulos. 3.° Trazando desde los vértices del citado polígono perpendiculares á una recta cualquiera. 4.° Trazando por todos los vértices del polígono dado, paralelas á una dirección arbitraria. 5.° Construyendo un polígono simétrico del dado con respecto á un eje ó centro. 6.° Por el método de las cuadrículas.—Dados los perímetros de dos polígonos regulares semejantes, uno inscrito y otro circunscrito á una misma circunferencia, calcular los perímetros de los polígonos de iguales condiciones y de doble número de lados. (Párrafos 206 y 850.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Propiedades de la superficie cónica.*—Teorema: En una superficie cónica las secciones paralelas son curvas semejantes.—Teorema: En un cono oblicuo de base circular, toda sección antiparalela á dicha base es un círculo.—Plano tangente.—Desarrollo de la superficie lateral de un cono. (Párrafos 641 al 647.)

*Volúmenes.*—Teorema: el volumen engendrado por un triángulo que gira alrededor de un eje trazado por uno de sus vértices en el mismo plano y exterior á dicho triángulo, tiene por medida el producto del área de la superficie engendrada por el lado opuesto al vértice situado en el eje, por el tercio de la longitud de la altura correspondiente á este lado.—Teorema: El volumen engendrado por un sector poligonal regular que gira alrededor de un diámetro exterior al mismo, tiene por medida el producto del área de la superficie engendrada por la línea quebrada que le sirve de base por el tercio de la apotema correspondiente á la misma.—Corolario: El volumen engendrado por un sector circular, tiene por medida el área de la superficie engendrada por el arco que le sirve de base multiplicada por el tercio del radio. (Párrafos 878 al 881.)

*Problema.*—Por un punto trazar un plano paralelo á otro dado. (Párrafo 547.)

PAPELETA 24.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Problemas.—Consideraciones preliminares.*—Instrumentos: regla, escuadra, escuadra de muleta, falsa escuadra.—Reglas para el dibujo. (Párrafos 180 al 186.)

*Líneas proporcionales.* — Segmentos. — Origen, sentido, signos adoptados para representar los sentidos.—Consecuencias. Lema 1.°: La distancia de un punto á otro es igual á la diferencia de las distancias del origen al segundo y al primero de dichos puntos.—Lema 2.°: Si se dan dos puntos fijos sobre una recta indefinida, existen siempre sobre ella otros dos y únicamente dos, para los cuales las relaciones de las distancias de cada uno de ellos á los dados, tienen un mismo valor absoluto determinado.—Escolio: Segmentos aditivos y substractivos.—Proporción armónica.—Definición; dividir una recta en una relación dada. (Párrafos 229 al 240.)

*Problemas.*—Dada una recta y en ella un punto, trazar por éste otra recta que forme con la dada un ángulo conocido. (Párrafo 189.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Superficie cilíndrica.*—Generación y definiciones: Superficie cilíndrica; generatriz; eje; cilindro; bases; altura; cilindro recto, oblicuo y circular, cómo puede engendrarse este último; tronco de cilindro.—Propiedades Teorema: Las secciones causadas en una superficie cilíndrica por planos paralelos, son iguales.—Corolario: La proyección oblicua ú ortogonal de una curva cuyo plano es paralelo al de proyección es igual á dicha curva.—Escolio: Sección recta.—Plano tangente.—Desarrollo de la superficie lateral de un cilindro. (Párrafos 647 al 655.)

*Volúmenes.* — Teorema: Un tronco de prisma triangular equivale á tres tetraedros que tengan por bases las del tronco y por vértices los de la base superior del mismo.—Corolario: Si el tronco fuese un prisma... —Teorema: El volumen de una pirámide es igual al tercio del producto del área de la base por la longitud de la altura.—Corolario 1.°: El volumen de un tronco de prisma triangular es igual al producto del área de la base inferior por el tercio de la suma de las tres perpendiculares trazadas á la misma por los vértices de la superior, caso en que el tronco de prisma sea recto, y determinar dicho volumen en función de la sección recta cuando el prisma sea oblicuo.—Corolario 2.°: El volumen de un tronco de paralelepípedo es igual al producto de su base por la cuarta parte de la suma de las perpendiculares trazadas á la base inferior desde los vértices de la superior determinar este volumen en función de la sección recta.—Escolio: Volumen de un tetraedro regular en función de la arista *a*. (Párrafos 862 al 867.)

*Problemas.*—Por un punto trazar la recta perpendicular á un plano; procedimiento según que el punto esté fuera del plano ó en el plano. (Párrafo 550.)

PAPELETA 25.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Observaciones generales sobre los problemas.*—Procedimientos generales: Sintético y analítico. Ejemplos: del 1.° Trazar la bisectriz de un ángulo cuyo vértice no se conoce; del 2.° Dado un punto y una circunferencia, trazar por aquél una tangente á ésta.—Métodos especiales.—Sustituciones sucesivas; por simetría; superposición; reducción al absurdo; intersección de lugares geométricos.—Construcciones auxiliares. (Párrafos 219 al 239.)

*Segmentos proporcionales.*—Entre paralelas.—Teorema: Cuando una serie de paralelas corta á dos rectas, la relación de dos segmentos cualesquiera de una de éstas, es igual á la relación de los segmentos correspondientes de la otra.—Escolio: Enunciado más breve de este teorema.—En un triángulo.—Teorema: Toda paralela á uno de los lados de un triángulo divide á los otros dos en partes proporcionales.—Recíprocamente: Si sobre dos lados de un triángulo están respectivamente situados dos puntos que los dividan en partes proporcionales, la recta que los une es paralela al tercer lado. (Párrafos 240 al 245.)

*Segmentos proporcionales.*—En un triángulo.—Teorema: En todo triángulo la bisectriz de un ángulo divide al lado opuesto en dos segmentos aditivos, y la bisectriz del ángulo externo en dos segmentos sustractivos, que son proporcionales á los otros dos lados.—Recíprocamente.—La recta que partiendo de un vértice de un triángulo divide al lado opuesto en partes proporcionales á los otros dos lados, es bisectriz del ángulo del triángulo ó del externo, según que los segmentos sean aditivos ó substractivos. (Párrafos 245 y 246.)

*Problemas.*—Trazar una circunferencia por tres puntos que no estén en línea recta.—Inscribir una circunferencia en un triángulo. (Párrafos 207 y 208.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Superficie esférica.*—Generación y definiciones; centro; esfera; radio; diámetro; casquete y segmento esféricos; zona; rebanada; bases y altura de la zona; huso; cuña; sector esférico.—Propiedades.—Teorema: Por cuatro puntos que no estén en un mismo plano se puede siempre hacer pasar una superficie esférica, y sólo una.—Escolio: Un plano puede considerarse como límite de una superficie esférica cuyo radio se ha hecho infinito. (Párrafos 655 al 659.)

*Volúmenes.*—Teorema: Un tronco de pirámide de bases paralelas es equivalente á la suma de tres pirámides que tengan la misma altura que el tronco y cuyas bases sean las dos de éste y una media proporcional entre ellas.—Volumen de un poliedro cualquiera; caso en que el poliedro esté formado por dos caras paralelas y una serie de trapecios ó triángulos laterales. (Párrafos 867 y 869 al 871.)

*Problemas.*—Por una recta trazar el plano paralelo á otra recta dada.—Por dos rectas que se cruzan hacer pasar dos planos paralelos. (Párrafos 548 y 549.)

PAPELETA 26.ª

Geometría plana.—*Problemas.*—Número de condiciones que determinan un polígono, y especialmente un triángulo. Construir un triángulo: 1.° Dados los tres lados.—2.° Dados dos lados y el ángulo comprendido.—3.° Dados dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos.—Discusión.—Escolio: Dos triángulos son iguales cuando tienen respectivamente ...—Construir un triángulo, conocidos un lado y los dos ángulos adyacentes. (Párrafos 193 al 201.)

*Segmentos proporcionales.*—En un círculo.—Rectas antiparalelas.—Teorema: Cuando un ángulo es cortado por dos rectas antiparalelas, el producto de los dos segmentos que resultan á partir del vértice sobre un mismo lado es constante.—Recíproco: Si dos rectas cortan á los lados de un ángulo de modo que el producto de los dos segmentos contados sobre cada lado...—Corolario: Cuando las antiparalelas se corten en un punto de uno de los lados del ángulo. (Párrafos 248 al 252.)

*Problema.*—Dados dos círculos, trazar una tangente común á sus circunferencias.—Discusión.—Escolio: Las tangentes se encuentran en un mismo punto de la línea de los centros y ésta es bisectriz del ángulo que forman.—Estas tangentes son iguales. (Párrafos 211 al 214.)

Geometría en el espacio.—*Propiedades de la superficie cónica.*—Teorema: En una superficie cónica las secciones paralelas son curvas semejantes.—Teorema: En un cono oblicuo de base circular toda sección antiparalela á dicha base es un círculo.—Plano tangente.—Desarrollo de la superficie lateral de un cono. (Párrafos 641 al 647.)

*Volúmenes.*—Cuerpos limitados por superficies curvas.—Teorema: El volumen de un cilindro cualquiera es igual ...—Idem cuando el cilindro sea circular recto.—Escolio: El volumen de un tronco de cilindro de revolución es igual ...—Teorema: El volumen de un cono cualquiera es igual ...—Idem si es de revolución.—Escolio: Volumen que engendra un rectángulo cuando gira alrededor de uno de sus lados.—Idem un triángulo rectángulo alrededor de un cateto.—Teorema: El volumen de un tronco de cono de bases paralelas y de primera especie, equivale ...—Corolario: Idem en el caso de ser el tronco de revolución.—Escolio: Caso de un tronco de cono en que difieran muy poco $R$ y $r$. (Párrafos 871 al 878.)

*Problema.*—Trazar por una recta un plano perpendicular á otro. (Párrafo 554.)

PAPELETA 27.ª

Geometría plana.—*Problemas.*—Construir un triángulo rectángulo, conociendo: 1.° Un cateto y un ángulo agudo. 2.° La hipotenusa y un ángulo agudo. 3.° Los dos catetos, y 4.° La hipotenusa y un cateto.—Construir un triángulo isósceles, conociendo: 1.° Un lado y la base. 2.° Un lado y uno de los dos ángulos iguales. 3.° Un lado y el ángulo en el vértice. 4.° La base y uno de los dos ángulos iguales, y 5.° La base y el ángulo opuesto.—Construir un paralelogramo, conocidos dos lados contiguos y el ángulo comprendido.—Escolio: Elementos que se necesitan para construir el rombo, el rectángulo y el cuadrado. (Párrafos 201 al 208.)

*Segmentos proporcionales.*—En el círculo.—Teorema: Si se toma un punto cualquiera en el plano de un círculo y se trazan varias secantes, el producto de los dos segmentos determinados por la circunferencia sobre cada una de ellas á partir de aquel punto, es constante.—Recíprocamente: Cuando dos rectas limitadas, prolongadas si es necesario, se cortan en un punto tal que den lugar á la relación indicada, los cuatro extremos de dichas rectas están sobre una misma circunferencia.—Corolario 1.° La perpendicular trazada desde un punto de la circunferencia á un diámetro cualquiera, es media proporcional entre los dos segmentos que el pie de la primera determina en el segundo.—Recíprocamente: Si desde un punto se traza á una recta limitada, una perpendicular que resulte media proporcional entre los dos segmentos que su pie determina en aquélla, dicho punto pertenece á la circunferencia que tiene por diámetro la mencionada recta.—Corolario: 2.° Si de un punto parten una tangente y una secante á una circunferencia, la tangente es media proporcional entre la secante entera y su parte externa.—Recíprocamente: Cuando sobre los dos lados de un ángulo se tengan tres puntos tales, que el segmento contado desde el vértice en el lado que sólo haya un punto, sea medio proporcional entre los dos segmentos del otro lado, la circunferencia determinada por estos tres puntos, es tangente al primer lado.—Escolio: Potencia de un punto con relación á un círculo. (Párrafos 252 al 256.)

*Problema.*—Dado un polígono regular inscripto en una circunferencia, inscribir en ella otro de doble número de lados y calcular su lado en función del de aquél. Escolios: 1.° Dada la cuerda de un arco, calcular la que subtiende un arco mitad; 2.° El perímetro del polígono buscado, es mayor que el del propuesto; 3.° Si se tratara del problema inverso. (Párrafos 344 y 345.)

Geometría en el espacio.—*Propiedades de los diedros.*—Teorema: Si en un triedro un ángulo diedro disminuye ó aumenta permaneciendo constantes las caras que lo forman, la tercera cara disminuye ó aumenta también.—Corolarios: 1.° Si en dos triedros dos caras del uno son respectivamente iguales á dos del otro, la tercera cara del primero será mayor ó menor que la tercera del segundo, según que el diedro opuesto á aquélla sea mayor ó menor que el opuesto á ésta; 2.° Si los diedros comprendidos por las caras iguales, fuesen iguales, las terceras caras lo serán también.—Teorema: Si dos diedros son tales que las caras del uno son iguales, respectivamente, á las del otro, también son iguales los ángulos diedros que se corresponden; es decir, los que en cada triedro se oponen á las caras que son iguales. (Párrafos 586 al 589.)

*Areas.*—Teorema: El área de una zona es igual al producto de la circunferencia de un círculo máximo de su esfera por la altura.—Teorema: El área de un casquete es igual á su altura multiplicada por una circunferencia de círculo máximo de su esfera.—Corolario: Expresión de esta área en función de la cuerda del arco generador.—Teorema: El área de la superficie esférica es igual á...—Teorema: El área de un huso es igual á la cuarta parte de la superficie esférica, multiplicada por el número que expresa.

*Problema.*—En una esfera de dos metros de radio ¿cuál es el área del huso correspondiente á un diedro de [illegible]? (Párrafos del 835 al [illegible].)

PAPELETA 28.ª

Geometría plana.—*Problema.*—Dado un punto y una circunferencia, trazar por aquél una tangente á ésta.—Casos: 1.° El punto se da sobre la circunferencia; 2.° Punto exterior á la circunferencia; 1.ª y 2.ª solución.—Escolios: 1.° Hacer ver que la recta que une el punto en que se cortan dos tangentes á una misma circunferencia, con el centro de ésta, es bisectriz del ángulo formado por aquéllas; 2.° Trazar una tangente á una circunferencia paralela á una dirección dada. (Párrafos 209 al 211).

*Areas.*—Definiciones.—Area: figuras equivalentes, iguales y semejantes; medidas de las superficies.—*Determinación de las áreas.*—En las figuras rectilíneas. Teorema: Si dos rectángulos de la misma base tienen alturas iguales, son iguales; si un rectángulo tiene la misma base que otros dos y su altura es igual á la suma de las de éstos, el primer rectángulo es igual á la suma de los segundos.—Corolarios: 1.° Dos rectángulos que tengan bases iguales son proporcionales á sus alturas; 2.° Dos rectángulos de alturas iguales son proporcionales á sus bases; 3.° Todo rectángulo es proporcional á su base y á su altura; 4.° La relación de las áreas de dos rectángulos es igual á la relación de los productos de los números que miden sus respectivas bases y alturas.—Escolio: Dimensiones de un rectángulo.—Teorema: El área de un rectángulo es igual al producto del número que mide su base por el que mide su altura. Corolario: Area de un cuadrado.—Teorema: Area de un paralelogramo.—Teorema: Area de un triángulo; Hallar esta área en función del lado cuando el triángulo es equilátero. (Párrafos 389 al 399.)

*Problema.*—Inscribir un cuadrado en una circunferencia y deducir la longitud del lado en función del radio.—Corolarios: 1.° Longitud de la apotema; 2.° Lado del cuadrado circunscripto, y 3.° Cómo se pasa del cuadrado á los polígonos de 8, 16, 32... 2.° lados. (Párrafos 351 y 352.)

Geometría en el espacio.—*Superficie esférica.*—Plano tangente.—Teorema: La tangente en un punto á una curva cualquiera trazada en la superficie esférica, es perpendicular al radio que pasa por dicho punto.—Corolarios: 1.° El plano tangente en un punto á una superficie esférica es perpendicular al radio que pasa por dicho punto.—Recíprocamente.—2.° El plano tangente á una superficie esférica sólo tiene un punto común con ella.—Recíprocamente.—Escolios: 1.° Por un punto dado en la superficie esférica se puede siempre trazar un plano tangente y uno sólo.—2.° A lo largo de la circunferencia común á la esfera y al cono, son asimismo comunes los planos tangentes, y la superficie cónica es tangente á la esférica en toda la extensión de la curva.—3.° A una esfera pueden trazarse infinitos planos tangentes, paralelos á una dirección dada. (Párrafos 666 al 669).

*Volúmenes.*—Teorema: Todo prisma triangular equivale á la mitad de un paralelepípedo de doble base y de la misma altura.—Teorema: Todo prisma tiene por expresión de su volumen el producto...—Teorema: Dos pirámides triangulares de base equivalentes y alturas iguales, son equivalentes. (Párrafos 859 al 862).

*Problema.*—Por un punto trazar un punto perpendicular á otros dos. (Párrafo 553).

PAPELETA 29.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Posiciones relativas de dos circunferencias.*—Posiciones distintas que pueden tener.—Línea de los centros.—Definición.—Teorema: En dos circunferencias secantes la línea de los centros es perpendicular á la cuerda común á las dos circunferencias en su punto medio.—Corolario: Si las circunferencias son tangentes, la línea de los centros pasa por el punto de contacto y la perpendicular en este punto á dicha línea de los centros, es tangente á las dos curvas.—Teorema: La línea de los centros comparada con los radios de las circunferencias: 1.° En dos circunferencias exteriores es mayor que la suma de los radios; 2.° En dos circunferencias tangentes exteriormente es igual á la suma; 3.° En dos circunferencias secantes es menor que la suma y mayor que la diferencia; 4.° En dos tangentes interiormente es igual á la diferencia; 5.° En dos interiores es menor que la diferencia, y 6.° En dos concéntricas es nula.—Recíprocas. (Párrafos 126 al 133).

*Areas.*—Teorema: El área de un trapecio es igual al producto de la altura por la semisuma de las bases.—Teorema: El área de un polígono regular convexo, es igual á la mitad del producto de la longitud del perímetro por la apotema.—Area del sector poligonal regular.—Escolio: Area del triángulo equilátero y demás polígonos regulares, en función del lado.—Area de un polígono cualquiera. (Párrafos 401, 402, 404 y 405.)

*Problema.*—Inscribir en una circunferencia un exágono y calcular la longitud de su lado.—Corolarios: 1.° Calcular la longitud del lado del triángulo equilátero inscrito; 2.° Longitud de la apotema; 3.° Longitud del lado del triángulo equilátero circunscrito; 4.° División de un cuadrante en tres partes iguales, y 5.° Manera de dividir la circunferencia en 12, 24, 48... $3 \times 2^n$ partes iguales. (Párrafos 353 y 354).

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Angulo triedro.*—Teorema: En todo triedro la suma de las tres caras es menor que cuatro ángulos rectos.—Escolio: Haciendo aplicación de las propiedades correlativas, demostrar: 1.° Que la suma de los diedros de un triedro está comprendida entre dos y seis rectos; 2.° Que en todo triedro el menor de los diedros, aumentado en dos rectos, es mayor que la suma de los otros dos.—Observación referente á la clasificación de los triedros por el número de ángulos diedros rectos que tengan. (Párrafos 589 al 592).

*Volúmenes.*—Conceptos que puede tener la palabra volumen.—Poliedros.—Teorema: Si dos paralelepípedos rectángulos de la misma base tienen alturas iguales, son iguales.—Si tres paralelepípedos rectángulos de la misma base, tienen sus alturas de modo que la de uno de ellos sea igual á la suma de las de los otros dos, el paralelepípedo correspondiente á la primera es igual á la suma de los que correspondan á las otras alturas. Corolario 1.°: El volumen de un paralelepípedo rectángulo de base constante es proporcional á su altura.—Corolario 2.°: Dos paralelepípedos rectángulos que tengan iguales dos aristas, son proporcionales á las terceras.—Corolario 3.°: Dos paralelepípedos rectángulos son proporcionales á los productos de sus respectivas bases y altura.—Escolio: Dimensiones de un paralelepípedo rectángulo.—Teorema: El volumen de un paralelepípedo rectángulo es igual al producto de la medida de su base por la de su altura.—Corolario 1.°: El volumen de un paralelepípedo rectángulo es igual al producto de sus tres aristas ó dimensiones.—Corolario 2.°: Volumen de un cubo. (Párrafos 849 al 855.)

*Problema*: Hallar la menor distancia entre dos rectas que se cruzan. (Párrafo 555.)

PAPELETA 30.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Propiedades relativas de la recta y la circunferencia.*—Cuerdas.—Teorema: En una misma circunferencia ó en circunferencias iguales, los arcos iguales son subtendidos por cuerdas iguales, y de los desiguales, al mayor corresponde cuerda mayor.—Recíprocamente.—Teorema: En un mismo círculo ó en círculos iguales, las cuerdas iguales equidistan del centro, y de las desiguales la mayor dista menos.—Recíprocamente. Teorema: El diámetro perpendicular á una cuerda divide á ésta y á los dos arcos subtendidos por ella en dos partes iguales.—Corolarios: 1.° Por un punto interior á una circunferencia, la mayor cuerda que puede trazarse es un diámetro, y la menor la que sea perpendicular á ese diámetro. 2.° El lugar geométrico de los puntos medios de un sistema de cuerdas paralelas es el diámetro perpendicular á su común dirección.—Escolios: 1.° El diámetro determinado por el punto medio de un arco es perpendicular á su cuerda, la divide en dos partes iguales y también al resto de la circunferencia. 2.° Definición de sagita ó flecha. (Párrafos 111 al 116.)

*Problemas*: Inscribir en una circunferencia un decágono y un pentágono regulares convexos y calcular sus lados en función del radio. (Párrafos 355 al 358.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Superficie esférica.*—Propiedades.—Teorema: Por cuatro puntos que no estén en un mismo plano, se puede siempre hacer pasar una superficie esférica y sólo una.—Escolio: Un plano puede considerarse como límite de una superficie esférica, cuyo radio se ha hecho infinito.—Teorema: Las secciones planas de una esfera son círculos. Escolio: Fórmula $r = \sqrt{R^2 - d^2}$. ¿Cuándo produce la sección círculo máximo ó menor?—Consecuencias de esta expresión: 1.° Dos círculos menores equidistantes del centro son iguales, y recíprocamente. 2.° De dos círculos menores cualesquiera, el mayor dista menos del centro, y recíprocamente. 3.° Para determinar un círculo menor se necesitan tres puntos.—De la definición de círculo máximo se deduce: 1.° Todos los círculos máximos de una misma esfera... 2.° Dos círculos máximos se cortan mutuamente... 3.° Un círculo máximo divide á la esfera y á su superficie en dos... 4.° Una recta sólo puede cortar á la superficie esférica... 5.° Cualquier semicírculo máximo sirve para engendrar... 6.° Dos puntos bastan para determinar un círculo máximo. (Párrafos 657 al 663.)

*Volúmenes.*—Teorema: Dos paralelepípedos que tengan una cara común y las opuestas á ésta en un mismo plano y comprendidas entre dos mismas paralelas, son equivalentes.—Teorema: Dos paralelepípedos que tengan la misma base y la misma altura, son equivalentes.—Teorema: Todo paralelepípedo puede transformarse en otro rectángulo del mismo volumen, de base equivalente y de la misma altura.—Teorema: El volumen de un paralelepípedo cualquiera es igual al producto de la medida de su base por la de su altura. (Párrafos 855 al 859.)

*Problema*: Por una recta trazar un plano paralelo á una recta dada. (Párrafo 548.)

PAPELETA 31.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Medida de líneas y ángulos.*—Preliminares.—De la medida en general, comparación de la magnitud con la unidad; origen de los números enteros, fraccionarios ó inconmensurables, según enseña la Aritmética, y qué se entiende por medida de estos últimos; razón de los frecuentes casos de inconmensurabilidad en Geometría.—Consideraciones que conducen á demostrar que se obtiene la relación ó razón de dos magnitudes de la misma especie, dividiendo el número que expresa la medida de la primera por el que expresa la medida de la segunda.—Medida directa; comparación directa con la unidad.—Medida indirecta: casos en que la naturaleza de la magnitud no permite la comparación directa.—Ejemplos.—Magnitudes proporcionales: cuándo son proporcionales dos magnitudes cualesquiera.—Cuarta, media y tercera proporcional.—Magnitudes directa é inversamente proporcionales. (Párrafos 133 al 144.)

*Relaciones métricas entre los elementos de un cuadrilátero inscriptible.*—Teorema: La suma de los cuadrados de los cuatro lados de un cuadrilátero es igual á la suma de los cuadrados de sus diagonales, más el cuadrado del duplo de la recta que une los puntos medios de las mismas.—Corolario: Cuándo es paralelogramo.—Teorema: En todo cuadrilátero inscriptible en una circunferencia, el producto de las diagonales es igual á la suma de los productos de los lados opuestos. (Párrafos 300 al 303.)

*Problema.*—Dado un punto en el plano de dos rectas que no pueden prolongarse, trazar por él otra recta que concurra al vértice del ángulo formado por aquéllas. (Párrafo 323.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Superficie esférica.*—Polos.—De la definición de éstos se deduce: 1.° Que todos los círculos paralelos tienen los mismos polos.—2.° Todo círculo máximo que pase por los polos de otro círculo cualquiera, tiene su plano perpendicular al de éste.—3.° La recta que pasa por los dos polos de un círculo, además de estas dos condiciones, satisface á las de ser perpendicular al plano de dicho círculo, pasar por su centro y por el de la esfera.—Teorema: Todos los puntos de una circunferencia trazada sobre la esfera, equidistan de uno cualquiera de sus polos.—Escolios: 1.° Distancia polar, radio esférico.—2.° Compás esférico.—(Párrafos 663 al 666.)

*Areas y volúmenes.*—Estudios comparativo de las áreas y volúmenes correspondientes á los cuerpos engendrados por la revolución de un círculo y el cuadrado y triángulo equilátero, circunscriptos, girando alrededor de un eje común, diámetro de dicho círculo.

Hallar las fórmulas en función del radio del círculo inscripto y deducir la igualdad de relaciones entre los volúmenes y áreas totales.

Generalizar la propiedad á poliedros cualesquiera circunscriptos á la esfera. (Párrafos 898 y 899.)

*Problema.*—Por un punto trazar la perpendicular á un plano. (Párrafo 550.)

PAPELETA 32.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Magnitudes proporcionales.*—Origen de la proporcionalidad y procedimiento expeditivo para conocerla.—Teorema: Si dos magnitudes varían simultáneamente de tal modo que á dos valores iguales de la primera correspondan otros dos valores iguales de la segunda, y á un valor de la primera que sea la suma de otros dos de la misma corresponda otro valor de la segunda, que sea la suma de los correspondientes á aquéllos, dichas magnitudes serán directamente proporcionales.—Recíprocamente: Regla general para la proporcionalidad directa.—Si falta alguna de las dos condiciones expresadas, las magnitudes no son proporcionales.—Ejemplo: Magnitud proporcional á otras varias.—Definición.—Demostrar que cuando una magnitud es proporcional á otras varias, la relación de dos valores cualesquiera de la primera es igual al producto de las relaciones de los valores correspondientes de todas las demás. (Párrafos 144 al 152.)

*Segmentos proporcionales.*—Entre paralelas.—Teorema: Cuando una serie de paralelas corta á dos rectas, la relación de dos segmentos cualesquiera de una de éstas es igual á la relación de los segmentos correspondientes de la otra.—Escolio: Enunciado más breve de este teorema.—En un triángulo.—Teorema: Toda paralela á uno de los lados de un triángulo divide á los otros dos en partes proporcionales.—Recíprocamente: Si sobre dos lados de un triángulo están, respectivamente, situados dos puntos que los dividen en partes proporcionales, la recta que los une es paralela al tercer lado (Párrafos 240 al 245.)

*Problema.*—Inscribir un cuadrado en una circunferencia y deducir la longitud del lado en función del radio.—Corolarios: 1.° Longitud de la apotema; 2.° Lado del cuadrado circunscripto; y 3.° Cómo se pasa del cuadrado á los polígonos de 8, 16. 32... 2ⁿ lados. (Párrafos 351 y 352.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Superficie esférica.*—Plano tangente.—Teorema: La tangente en un punto á una curva cualquiera trazada en la superficie esférica, es perpendicular al radio que pasa por dicho punto.—Corolarios: 1.° El plano tangente en un punto á una superficie esférica es perpendicular al radio que pasa por dicho punto.—Recíprocamente. 2.° El plano tangente á una superficie esférica sólo tiene un punto común con ella.—Recíprocamente.—Escolios: 1.° Por un punto dado en la superficie esférica se puede siempre trazar un plano tangente y uno sólo.—2.° A lo largo de la circunferencia común á la esfera y al cono, son asimismo comunes los planos tangentes, y la superficie cónica es tangente á la esférica en toda la extensión de la curva.—3.° A una esfera pueden trazarse infinitos planos tangentes, paralelos á una dirección dada. (Párrafos 666 al 669.)

*Volúmenes.*—Teorema: Todo prisma triangular equivale á la mitad de un paralelepípedo de doble base y de la misma altura.—Teorema: Todo prisma tiene por expresión de su volumen el producto..... Teorema: Dos pirámides triangulares de base equivalentes y alturas iguales, son equivalentes. (Párrafos 859 al 862.)

*Problema.*—Por un punto trazar un plano perpendicular á otros dos. (Párrafo 553).

## PAPELETA 33.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Paralelas.*—Definición.—Propiedades.—Teorema: Por un punto fuera de una recta puede siempre trazársele una paralela.—Principio fundamental.—Corolario 1.°: Si una recta encuentra á otra, encuentra á sus paralelas. Corolario 2.°: Si una recta corta perpendicularmente á otra, es también perpendicular á sus paralelas.—Corolario 3.°: Si una recta es paralela á otra, lo es también á las paralelas de ésta.—Paralelas cortadas por secantes; definiciones de los diversos ángulos que se forman.—Teorema: Si una secante corta á dos paralelas, los cuatro ángulos agudos que resultan en los dos puntos de intersección son iguales, así como los cuatro ángulos obtusos.—Recíproca: Si dos rectas son cortadas por una secante y forman cuatro ángulos agudos ú obtusos iguales entre sí, las rectas son paralelas, siempre que los internos ó externos del mismo lado de la secante sean de distinta especie.—Caso en que los ángulos son rectos. Corolarios: 1.° Si las rectas son paralelas, los ángulos alternos internos son iguales.—2.° Los alternos internos son iguales.—3.° Los correspondientes son iguales.—4.° Los internos de un mismo lado de la secante son suplementarios.—5.° Los externos del mismo lado de la secante son suplementarios.—6.° Recíprocamente: Dos rectas cortadas por una secante son paralelas cuando son iguales los ángulos alternos internos, ó los alternos externos, ó los correspondientes, ó bien si son suplementarios los ángulos del mismo lado de la secante, internos ó externos.—Escolio: Si dos rectas cortadas por una secante, forman ángulos internos de un mismo lado que no sean suplementarios, dichas rectas se cortan por el lado en que la suma de los ángulos es menor que dos rectos.—Consecuencias: 1.ª Si se trazan una perpendicular y una oblicua á una recta, ambas se cortan por el lado del ángulo agudo.—2.ª Si se trazan dos perpendiculares á dos rectas que se corten, dichas perpendiculares se han de cortar también.—Teorema: Los segmentos de paralelas comprendidos entre dos paralelas, son iguales.—Corolario: Dos rectas paralelas equidistan en toda su extensión. (Párrafos 34 al 46).

*Igualdad de polígonos.*—Consideraciones que inducen á determinar la igualdad de dos polígonos, con el mayor número de condiciones posible.—Dos polígonos de igual número de lados son iguales en cualquiera de los casos siguientes: 1.° Si tienen, de dos en dos, iguales todos los lados menos uno y todos los ángulos formados por lados iguales.—2.° Si todos los ángulos menos uno, y todos los lados menos los que formen el ángulo exceptuado, son iguales de dos en dos en los dos polígonos.—3.° Si tienen iguales todos los lados y todos los ángulos menos tres consecutivos.—4.° Si tienen un lado igual ó iguales, de dos en dos, las distancias de todos los vértices á los extremos de dichos lados.—5.° Si se componen del mismo número de triángulos iguales, de dos en dos, ó igualmente dispuestos en cada polígono.—Escolio: Número de condiciones para determinar la igualdad de dos polígonos. (Párrafos 97 al 100).

*Problema.*—Construir un triángulo isósceles, conociendo un lado y el ángulo en el vértice. (Párrafo 202).

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Volúmenes.*—Teorema: El volumen de un sector esférico es igual...—Teorema: El volumen de una esfera es igual.....

*Areas y volúmenes.*—Estudio comparativo de las áreas y volúmenes correspondientes á los cuerpos engendrados por la revolución de un círculo y el cuadrado y triángulo equilátero circunscriptos, girando alrededor de un eje común, diámetro de dicho círculo.

**Hallar las fórmulas en función del radio del círculo inscripto y deducir 1.ª igualdad de relaciones entre los volúmenes y áreas totales.**

Generalizar la propiedad á poliedros cualesquiera circunscriptos á la esfera. (Párrafos 898 y 899).

*Problema.*—Por un punto trazar un plano perpendicular á una recta. (Párrafo 551).

## PAPELETA 34.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Angulos de lados paralelos ó perpendiculares.*—Teorema Dos ángulos cuyos lados son respectivamente paralelos, son iguales si tienen los lados paralelos dirigidos en el mismo ó en opuesto sentido, y suplementarios, si dos de sus lados están en el mismo sentido y los otros dos en opuesto.—Corolario: Dos ángulos cuyos lados son respectivamente perpendiculares, son iguales ó suplementarios según sean de la misma ó de diferente especie.—Observaciones sobre el paralelismo de dos rectas: 1.ª Cuando la secante gira disminuyendo el ángulo que forma con la paralela; 2.ª Magnitud de las secantes sucesivas.—Consecuencias: dos rectas paralelas pueden considerarse como dos rectas que se cortan en el infinito, formando un ángulo igual á O.—Observaciones sobre las proposiciones recíprocas. (Párrafos 46 al 50)

*Comparación de áreas.*—Teorema: El cuadrado construído sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo, es equivalente á la suma de los cuadrados construídos sobre los catetos.—Corolarios: 1.° Los cuadrados construídos sobre los tres lados de un triángulo rectángulo, son proporcionales á las proyecciones de estos lados sobre la hipotenusa; 2.° Los cuadrados construídos sobre las cuerdas que parten de los extremos de un mismo diámetro, son proporcionales á las proyecciones de estas cuerdas sobre dicho diámetro. (Párrafos 417 al 419.)

*Problema.*—Transformar un triángulo dado en otro equivalente ó isósceles, conservando uno de sus ángulos. (Párrafo 446.)

GEOMETRIA EN EL ESPACIO.—*Areas.*—Superficies curvas.—Consideraciones que conducen á referir el área de una superficie curva á la de una poliedral.—Teorema: El área de la superficie lateral de un cono de revolución, es igual á la mitad del producto de la circunferencia de la base por la generatriz.—Teorema: El área de la superficie lateral de un tronco de cono de revolución, de bases paralelas y de primera especie, es igual al producto de la semisuma de las circunferencias de las bases por la generatriz.—Corolario: Area del tronco, en función de sección paralela á las bases y equidistante de ellas. (Párrafos 825 al 830.)

*Volúmenes.*—Fórmula de Sipson. (Párrafo 889.)

*Problema.*—Hallar el radio de una esfera sólida. (Párrafo 700 y 701.)

## PAPELETA 35.ª

GEOMETRIA PLANA.—*Polígonos.*—Definiciones: Polígono; lados; perímetro; vértice; ángulos; diagonales; polígonos convexos y cóncavos; equiláteros; equiángulos; regulares; irregulares; clasificación de los polígonos por el número de lados. *Triángulos.*—Clasificación: por sus lados; por sus ángulos; base; altura; catetos; hipotenusa; designación de lados y ángulos.—Propiedades.—Teorema: En todo triángulo un lado cualquiera es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia; condición para formar un triángulo con tres rectas dadas.—Corolario: Si dos triángulos tienen un lado común y un lado del primero corta á un lado del segundo, la suma de los lados que no se cortan es menor que la de los que se cortan.—Teorema: Si un triángulo disminuye ó aumenta un ángulo, permaneciendo constantes los lados que lo forman, el lado opuesto disminuye ó aumenta también.—Corolario 1.°: Si dos triángulos tienen dos lados del uno iguales á dos del otro, el tercer lado del primero será mayor ó menor que el tercer lado del segundo, según que el ángulo opuesto á aquél sea mayor ó menor que el opuesto á éste.—Corolario 2.°: Si dichos ángulos fuesen iguales, los terceros deberían serlo.—Recíprocos del teorema y corolarios anteriores.—Teorema: En todo triángulo se verifica, que si un lado es mayor, igual ó menor que otro, el ángulo opuesto al primero estará en las mismas circunstancias respecto al opuesto al segundo.—Corolario: Si el triángulo es isósceles, á lados iguales se oponen ángulos iguales, y si es equilátero, es también equiángulo. — Recíprocos del teorema y corolario.—Escolio: Propiedades de que goza la altura de un triángulo isósceles.—Teorema: La suma de los tres ángulos de un triángulo es igual á dos rectos.—Corolarios: 1.° Un ángulo cualquiera de un triángulo es el suplemento de la suma de los otros dos; 2.° Si un triángulo tiene dos ángulos respectivamente iguales á dos ángulos de otro triángulo, los terceros ángulos son también iguales; 3.° Cualquier ángulo externo de un triángulo, es igual á la suma de los dos que no le son adyacentes; 4.° Un triángulo sólo puede tener un ángulo recto ú obtuso; 5.° En un triángulo rectángulo los dos ángulos agudos son complementarios; 6.° Dos triángulos cuyos lados sean respectivamente paralelos ó perpendiculares, tienen sus ángulos respectivamente iguales. (Párrafos 50 al 66.)

*Comparación de áreas.—Areas de figuras isoperímetras. — Máximos y mínimos.* — Teorema: Entre todos los triángulos que tengan la misma base y el mismo perímetro, el isósceles es el que tiene mayor superficie.—Corolario relativo al equilátero.—Teorema: Entre todos los triángulos de la misma base y superficie equivalente, el isósceles es el de perímetro mínimo.—Corolario: relativo al equilátero. Teorema: Si se dan dos lados para formar un triángulo, será de área máxima aquel en que el ángulo comprendido por dichos lados sea recto.—Teorema: Si se da la suma de los lados para formar un triángulo, será de área máxima aquel en que dicha suma se divida en dos partes iguales y estos lados estén en ángulo recto. (Párrafos 427 al 433.)

*Problema.*—Transformar un triángulo dado en otro equivalente y equilátero. (Párrafo 447.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Areas.* — Teorema: El área de superficie lateral de un cilindro cualquiera es igual al perímetro de la sección recta por la generatriz.—Escolio: Cuando el cilindro sea de revolución, hallarla en función de la circunferencia de la base; ídem del radio de la base.—Teorema: El área de la superficie lateral de un tronco de cilindro de revolución, es igual á la circunferencia de su base multiplicada por el eje.—Areas totales del cono y tronco de cono de revolución y del cilindro de revolución. (Párrafos 830 al 833.)

*Comparación de áreas.*—Teorema: En dos poliedros semejantes, las áreas de sus superficies son proporcionales á los cuadrados de las líneas homólogas.—Teorema: Las áreas de las superficies laterales de dos conos de revolución semejantes, de dos troncos de los mismos y de dos cilindros de revolución, también semejantes, son proporcionales á los cuadrados de sus generatrices ó de los radios de sus bases. (Párrafos 890 al 892.)

*Problema.*—Hallar la menor distancia entre dos rectas que se cruzan. (Párrafo 555.)

PAPELETA 36

GEOMETRÍA PLANA.—*Propiedades de los triángulos.*—Teorema: En todo triángulo se verifica que las perpendiculares trazadas á los lados de sus puntos medios, se cortan en un mismo punto que equidista, por consiguiente, de los tres vértices. Corolario: En un triángulo rectángulo, el punto equidistante de los tres vértices es el punto medio de la hipotenusa.—Teorema: En todo triángulo se verifica, que las tres alturas se cortan en un mismo punto.—Corolario: Si el triángulo es rectángulo, las alturas se cortan en el vértice del ángulo recto.—Teorema: En todo triángulo las bisectrices de sus tres ángulos se cortan en un mismo punto, que equidista, por consiguiente, de los tres lados.—Corolario: En un triángulo equilátero, el punto equidistante de los vértices, el de intersección de las alturas y el de las bisectrices coinciden en uno solo. Escolio: Considerar prolongados, más allá de los vértices, los tres lados del triángulo y determinar los puntos que equidistan de ellos. (Párrafos 66 al 73.)

*Comparación de áreas.*—Areas de figuras semejantes.—Teorema: Las áreas de dos triángulos semejantes, son proporcionales á los cuadrados de sus lados homólogos, ó la relación de dichas áreas es igual al cuadrado de la relación de semejanza. — Teorema: Las áreas de dos polígonos semejantes, son proporcionales á los cuadrados de sus lados homólogos, ó bien la relación de dichas áreas es igual al cuadrado de la relación de semejanza.—Corolarios: 1.° Las áreas de dos polígonos regulares de igual número de lados, son proporcionales á los cuadrados de sus radios y apotemas; 2.° El área del polígono construído sobre la hipotenusa, es igual á la suma de las áreas de los polígonos semejantes construídos sobre los catetos.—Teorema: Las áreas de dos círculos son proporcionales á los cuadrados de sus radios, ó á los cuadrados de sus diámetros.—Corolarios: 1.° Si tomando como diámetro la hipotenusa y los catetos de un triángulo rectángulo se construyen tres círculos, se tendrá que el círculo construído sobre la hipotenusa...; 2.° Lúnulas.—Teorema: Las áreas de dos sectores semejantes, son proporcionales á los cuadrados de sus radios.—Teorema: Las áreas de dos segmentos semejantes, son proporcionales á los cuadrados de sus radios. (Párrafos 420 al 427.)

*Problema.*—Transformar un triángulo en otro equivalente que tenga su base en la dirección de la del lado y por vértice un punto conocido. (Párrafo 445.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO. — *Angulo triedro.*—Definiciones: Triedro simétrico. Caso de coincidencia de los triedros simétricos. — Triedros suplementarios. — Teorema: Si un triedro es suplementario de otro, éste lo es de aquel.—Teorema: En dos triedros suplementarios, cada diedro de uno de ellos es el suplemento de la cara correspondiente del otro.—Escolio: Propiedad correlativa ó suplementaria. (Párrafos 574 al 583.)

*Areas.*—Teorema: El área de la superficie engendrada por una recta limitada que gira alrededor de otra, situadas ambas en un mismo plano, y la primera en una sola región respecto á la segunda, es igual al producto de la proyección de la recta generatriz sobre el eje, por la circunferencia cuyo radio es la parte de perpendicular trazada á dicha generatriz en su punto medio, comprendida entre ésta y el eje.—Teorema: El área de la superficie engendrada por una línea quebrada regular, que gira alrededor de un eje situado en su plano y que pasa por su centro sin cortarla, es igual al producto de la circunferencia inscripta en la misma por la proyección de la generatriz sobre el eje.—Corolario: El área de la superficie engendrada por un arco de circunferencia que gira alrededor de un diámetro que no lo corta, es igual á la circunferencia á que pertenece dicho arco, multiplicada por la proyección de éste sobre el eje. (Párrafos 835 al 836.)

*Problema.*—Por un punto trazar el plano perpendicular á una recta. (Párrafo 551.)

**Trigonometría.—Texto: Gómez Pallete.**

*Undécima edición* (1908).

PAPELETA 1.ª

*Elementos que fijan la posición de un punto.* — Conveniencia y necesidad de aplicar á la Geometría los procedimientos algebráicos. — Determinación de la posición de un punto en una línea con relación á otro fijo.—Justificación de los signos que deben utilizarse.—Problema. Determinar la distancia entre dos puntos, considerada su posición con relación á un tercero tomado como origen.—Principios de Descartes. (Párrafos 1 al 6.)

*Fórmulas trigonométricas.*—Relaciones más usuales entre las líneas trigonométricas de un mismo ángulo.—Dado el seno de un ángulo, hallar el coseno y la tangente.—Dado el coseno hallar el seno y la tangente. — Dada la tangente hallar el seno y el coseno. (Párrafos 44 al 48.)

*Problema.*—Resolver un triángulo conocido un lado y los ángulos adyacentes. (Párrafo 95, primer caso.)

Ejemplo práctico:

$A = 102° 37' 45'', 6$; $B = 33° 41' 34'', 5$; $c = 3812^{m}, 857$.

PAPELETA 2.ª

*Elementos que fijan la posición de un punto.*—Comprobación de la regla de signos de Descartes, discutiendo el problema de dividir una recta en media y extrema razón. (Párrafo 6.)

*Fórmulas trigonométricas.*—Relaciones entre las líneas trigonométricas de dos ángulos iguales y de signos contrarios. (Párrafo 48.)

*Problemas:* Resolver un triángulo rectángulo, del que se conocen la hipotenusa y un ángulo agudo. (Párrafo 94.)

Ejemplo práctico:

$a = 367^{m}, 45$; $B = 58° 7' 48'', 4$.

PAPELETA 3.ª

*Elementos que fijan la posición de un punto.*—Posición de un punto situado en un plano.—Signos de las abscisas y ordenadas.—Fijar la posición de un punto cuyas coordenadas sean conocidas. (Párrafos 7 al 12.)

*Fórmulas trigonométricas.* — Angulos complementarios. — Relación entre sus líneas trigonométricas. (Párrafos 49 y 50.)

*Problema.*—Resolver un triángulo conociendo dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos (segundo caso).—Discusión, tomando en cuenta los valores angulares.—Obtener directamente el valor del lado desconocido.—Transformar los valores obtenidos para adaptarlos al cálculo logarítmico. (Párrafos 96 y 97.)

Ejemplo práctico:

$a = 200^m,19$; $b = 234^m,85$;
$A = 49° 33' 45'',7$.

PAPELETA 4.ª

*Elementos que fijan la posición de un punto.*—Posición de un punto en el espacio; ejes; planos coordenados; abscisas y ordenadas en el plano ó en el espacio.—Determinación de los signos.—Líneas quebradas que pueden seguirse, para llegar á un punto desde el origen.—Fijar la posición de un punto cuando se conozcan las coordenadas. (Párrafos 12 al 17.)

*Fórmulas trigonométricas.*—Problema. Dados los senos y cosenos de dos ángulos, determinar el seno y coseno de su suma ó diferencia. (Párrafo 51.)

*Problema:* Resolver un triángulo, conociendo dos lados y el ángulo comprendido. (Párrafos 98 y 99).

Ejemplo práctico:

$a = 3043^m,17$; $b = 5610^m,43$;
$C = 47° 45' 30'',4$.

PAPELETA 5.ª

*Elementos que fijan la posición de una recta.*—Posición de una recta en un plano.—Angulos positivos y negativos.—Discusión del ángulo formado por dos rectas. (Párrafos 17 al 21.)

*Fórmulas trigonométricas.*—Problema. Dado el seno y coseno de un ángulo, determinar el seno y coseno del ángulo doble y triple y las tangentes de $a \pm b$ y de $2a$. (Párrafos 52 al 56).

*Problema:* Resolver un triángulo rectángulo conociendo la hipotenusa y un cateto. (Párrafo 94, caso segundo.)

Ejemplo práctico:

$a = 8926^m,975$; $b = 7701^m,87$.

PAPELETA 6.ª

*Líneas trigonométricas.*—Su necesidad. Definición de las líneas trigonométricas. (Párrafos 21 al 25).

*Fórmulas trigonométricas.*—Relaciones entre las líneas trigonométricas de dos ángulos suplementarios.—Idem ídem de los ángulos que se diferencian en $\eta$.—Alteración de los valores de las líneas trigonométricas de un ángulo, cuando se le agregan un número par ó impar de semicircunferencias.—Determinar las líneas trigonométricas de un ángulo en función de las de otro menor de 90°.—Aplicación al ángulo de 1.726°.—Caso en que el ángulo sea negativo y aplicación al ángulo $a = -1385°$. (Párrafos 56 al 59).

*Problema:* Resolver un triángulo cuando se conoce un cateto y un ángulo agudo. (Párrafo 94, caso tercero).

Ejemplo práctico:

$b = 293^m,96$; $B = 53° 7' 48'',4$.

PAPELETA 7.ª

*Líneas trigonométricas.*—Estudio de los valores y signos de las líneas trigonométricas, cuando el ángulo varía desde cero á cuatro rectos, y agregando un número cualquiera de circunferencias.—Límite de los valores de las líneas trigonométricas.—Obtención de los valores absolutos de las líneas trigonométricas de un ángulo mayor de 90°, en relación con las de otro menor que un recto. (Párrafos 25 al 29.)

*Fórmulas trigonométricas.*—Transformar en producto la suma y diferencia de los senos y cosenos de dos ángulos.—Demostrar que la suma de los senos de dos ángulos, es á su diferencia, como la tangente de la semisuma de estos ángulos es á la de la semidiferencia. (Párrafos 59 y 60.)

*Problema.*—Resolver un triángulo rectángulo, conociendo sus dos catetos. (Párrafo 94, caso cuarto.)

Ejemplo práctico:

$b = 423^m,747$; $c = 535^m,341$.

PAPELETA 8.ª

*Líneas trigonométricas.*—Dado el seno de un ángulo, determinar éste.—Dado el coseno, determinar el ángulo correspondiente. (Párrafos 29 y 30.)

*Problema:* Resolver un triángulo conociendo dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos.—Discusión.—Obtener directamente el valor del lado desconocido. Transformar los valores obtenidos para adaptarlos al cálculo logarítmico. (Párrafos 96 y 97.)

Ejemplo práctico:

$a = 358^m,25$; $b = 789^m,46$;
$A = 77° 57' 14'',73$.

PAPELETA 9.ª

*Proyecciones de las líneas rectas.*—Proyección de un punto sobre una recta.—Idem de una recta sobre un eje.—Idem sobre tres ejes coordenados.—Suma algebraica de las proyecciones de una línea quebrada sobre un eje. (Párrafos 31 al 35.)

*Fórmulas trigonométricas.*—Problema 1.º: Dado el coseno de un ángulo, determinar el seno y coseno de su mitad. (Párrafo 63.)

*Problema:* Resolver un triángulo conociendo los tres lados.—Discusión. (Párrafos 100 al 104.)

Ejemplo práctico:

$a = 3845^m,30$; $b = 4451^m,82$;
$c = 4156^m,07$.

PAPELETA 10.ª

*Proyecciones de líneas rectas.*—Proyección de una recta situada en el plano de dos ejes coordenados.—Valor de la proyección de una recta sobre otra en función de la magnitud de la primera y del ángulo formado con la segunda.—Medida del ángulo que forman dos rectas que se cruzan en el espacio y generalización de la fórmula anterior. (Párrafos 35 y 36.)

*Fórmulas trigonométricas.*—Problema 1.º: Dado el coseno de un ángulo, determinar el seno y coseno de su mitad. (Párrafo 63.)

*Problema:* Hallar el área de un triángulo, conociendo dos lados y el ángulo comprendido. (Párrafo 104, caso primero.)

Ejemplo práctico:

$a = 5811^m,126$; $b = 4654^m,80$; $C = 5° 48' 55'',8$.

PAPELETA 11.ª

*Proyecciones de las líneas rectas.*—Hallar la distancia entre dos puntos dados, por sus coordenadas rectangulares.—Idem si los dos puntos están colocados en uno de los planos de dos ejes.—Idem en el caso de que uno de los puntos coincida con el origen. (Párrafo 37.)

*Tablas trigonométricas.*—Descripción de las tablas trigonométricas de Schrön. Uso de estas tablas cuando los ángulos ó las líneas están expresados en ellas. (Párrafos 73 al 78.)

*Problema:* Hallar el área de un triángulo cuando se conocen dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos. (Párrafo 104, caso tercero.)

Ejemplo práctico:

$a = 327^m,42$; $b = 285^m,74$; $A = 79° 53' 50'',26$.

PAPELETA 12.ª

*Proyecciones de las líneas rectas.*—Valor de la suma de los cuadrados de los cosenos de los ángulos que una recta forma con tres ejes rectangulares.—Valor de la proyección ortogonal sobre un eje de la recta que una los extremos de una quebrada. (Párrafos 38 y 39.)

*Tablas trigonométricas.*—Problema directo del manejo de las tablas para ángulos mayores de 3° y menores de 87°. (Párrafos 78 y 79.)

*Problema:* Hallar el área de un triángulo cuando se conozcan dos ángulos y un lado. (Párrafo 104, caso segundo.)

Ejemplo práctico:

$A = 25° 32' 48'',36$; $B = 118° 4' 37'',86$;
$a = 396^m,54$.

PAPELETA 13.ª

*Proyecciones de líneas rectas.*—Problema 1.º: Dadas las coordenadas de un punto con relación á tres ejes cualesquiera, determinar la abscisa ortogonal del mismo punto con respecto á una recta que, pasando por el origen, forme con los ejes ángulos conocidos. (Párrafo 40.)

*Tablas trigonométricas.*—Problema inverso del manejo de las tablas para ángulos mayores de 3° y menores que 87°. (Párrafos 80 al 83.)

*Problema:* Hallar el área de un triángulo cuando se conocen los tres lados. (Párrafo 104, caso cuarto.)

Ejemplo práctico:

$a = 5387^m,483$; $b = 3062^m,765$;
$c = 3812^m,857$.

PAPELETA 14.ª

*Proyecciones de las líneas rectas.*—Problema 2.º: Determinar el ángulo de dos rectas, conocidos los que forman con tres ejes coordenados rectangulares.—Caso en que las rectas estén situadas en el plano de los ejes ó paralelo á él.—Caso en que las rectas sean perpendiculares entre sí. (Párrafos 41 al 44.)

*Relaciones entre los elementos de un triángulo rectilíneo.*—Demostrar á qué es igual el cuadrado de un lado.—Idem que los senos de dos ángulos son proporcionales á los lados opuestos. (Párrafos 83 al 87.)

*Problema:* Resolver un triángulo conociendo un lado y dos ángulos. (Párrafo 95.)

Ejemplo práctico:

$A = 123° 3' 46'',2$; $B = 51° 7' 17''$;
$c = 605^m,862$.

PAPELETA 15.ª

*Líneas trigonométricas.*—Valores de las líneas trigonométricas, cuando el ángulo $a$ crece de cero grados á cuatro rectos y cuando se le aumenta un número cualquiera de circunferencias. (Párrafos 25 al 27.)

*Relaciones entre los elementos de un triángulo rectilíneo.*—Demostrar que la suma de dos lados es á su diferencia como la tangente de la semisuma de los ángulos opuestos es á la de la semidiferencia.—Demostración analítica de que el conocimiento de los tres ángulos no determina el triángulo. (Párrafos 87 y 88.)

*Problema:* Resolver un triángulo rectángulo, del que se conocen la hipotenusa y un ángulo agudo. (Párrafo 94, caso primero.)

Ejemplo práctico:

$a = 8926^m,975$; $C = 30° 22' 18'',1$.

PAPELETA 16.ª

*Elementos que fijan la posición de un punto.*—Aplicar la regla de signos de Descartes al problema de dividir una recta en media y extrema razón, discutiendo las distintas hipótesis que pueden hacerse. (Párrafo 6.º)

*Relaciones entre los elementos de un triángulo rectilíneo.*—Demostrar que, en un triángulo rectángulo, un cateto es igual á la hipotenusa multiplicada por el coseno del ángulo adyacente ó por el seno del opuesto.—Idem que un cateto es igual al otro, multiplicado por la tangente del ángulo opuesto al primero. (Párrafo 89.)

*Problema:* Resolver un triángulo conociendo dos lados y el ángulo comprendido. (Párrafos 98 y 99.)

Ejemplo práctico:

$b = 572^m76$; $c = 3256^m46$;

$A = 107°\ 42'\ 30'',2$.

PAPELETA 17.ª

*Relaciones entre los elementos de un triángulo rectilíneo.*—Transformar en producto la suma ó diferencia de dos cantidades positivas.—Transformar en monomio un binomio de la forma $A \cos. a \pm B \text{ sen. } a$. (Párrafos 90 al 94.)

*Problema:* Resolver los cuatro casos del triángulo rectángulo. (Párrafo 94.)

Ejemplo práctico de uno de ellos:

$a = 682^m,753$; $b = 423^m,747$.

Madrid, 15 de Marzo de 1912.=Luque

# MINISTERIO DE LA GOBERNACIÓN

## REAL ORDEN

Ilmo. Sr.: En cumplimiento de las disposiciones de los artículos 169 y 172 de la Instrucción general de Sanidad vigente y la Real orden de 29 de Marzo de 1904, han de proveerse, por concurso especial entre los Médicos Directores en propiedad de baños y aguas minero-medicinales, los cargos de Inspectores de aguas, cuyas atribuciones fija el artículo 170 de la precitada Instrucción.

Deben, pues, cubrirse las vacantes de dichos cargos por medio de concurso, y á este efecto,

S. M. el Rey (q. D. g.) se ha servido disponer:

1.º Que se convoque el concurso que preceptúa el artículo 172 de la Instrucción general de Sanidad vigente, para proveer por él todas las Inspecciones de aguas minerales que quedaron vacantes en el concurso celebrado el día 17 de Marzo del año último.

2.º Que este concurso tenga lugar el día 30 del actual, inmediatamente después de que se concluya el convocado por orden de 27 de Febrero último, á los efectos del artículo 29 del Reglamento de baños.

3.º Que en este concurso especial pueden tomar parte los individuos del actual Cuerpo de Médicos Directores de baños y aguas minero-medicinales y los que pertenecieron al mismo hasta su jubilación, siempre que éstos acrediten su aptitud física para ejercer el cargo de Inspector, tomando parte en el concurso con arreglo al número que tenían en el escalafón al ser jubilados, teniendo siempre en cuenta la Real orden de 4 de Febrero de 1909.

4.º Que la preferencia entre los concursantes para la adjudicación del cargo de Inspector y la elección de zona, se determine rigurosamente por su antigüedad en el escalafón respecto á las promociones, y dentro de cada promoción, por los méritos y premios á que se refieren los artículos 52 y 54 del Reglamento de baños.

5.º Que la justificación de las circunstancias de preferencia dentro de cada promoción, será documental y se presentará, por los que hayan de invocarla, en las oficinas de la Inspección de Sanidad interior, hasta el día 25 del actual, para que pueda ser comprobada y apreciada como corresponda.

Los jubilados que hayan de tomar parte en el concurso deberán acreditar previamente su aptitud física para el cargo por medio de una certificación autorizada por dos Médicos y el Inspector municipal, y en defecto de éste, por el Subdelegado de Medicina del distrito donde habitan, presentando el expresado documento en el lugar y plazo fijado en el párrafo anterior y para los efectos que en el mismo se consignan.

El Inspector general de Sanidad interior decidirá su ulterior recurso con la comprobación que estime necesaria acerca de la aptitud física del jubilado para el ejercicio del cargo de Inspector.

6.º Levantada la oportuna acta del concurso, que firmarán el Inspector general, como Presidente, el funcionario de la plantilla á sus órdenes que haya concurrido y los que en el acto hayan tomado parte, y aprobado que sea el concurso, se otorgarán de Real orden los nombramientos correspondientes, de los que la Inspección general dará traslado á los Gobernadores de las provincias á que pertenecen los Establecimientos comprendidos en la zona respectiva, á fin de que se publiquen en los *Boletines Oficiales* para conocimiento de los propietarios de aquéllos.

Los Inspectores de aguas minerales que se nombren y no tomen posesión dentro de los plazos establecidos á ese efecto para los funcionarios públicos en general, serán declarados cesantes.

7.º Las Direcciones balnearias que resulten vacantes por la incompatibilidad entre los cargos de Médico Director ó Inspector, se proveerán en la interinidad hasta el próximo concurso, como determina el Reglamento de baños y la Real orden de 14 de Junio de 1904.

De Real orden lo digo á V. I. para su conocimiento y efectos oportunos. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 19 de Marzo de 1912.

BARROSO.

Ilmo. señor Inspector general de Sanidad interior.

# MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA Y BELLAS ARTES

## REAL ORDEN

Ilmo. Sr.: S. M. el Rey (q. D. g.) ha tenido á bien aprobar la constitución de la Junta organizadora del IV Congreso Internacional de Educación popular que ha de realizarse en Madrid los días 8 al 11 de Abril del año 1913.

De dicha Junta forman parte los individuos siguientes:

*Presidentes honorarios.*

Excmo. Sr. Presidente del Consejo de Ministros.

Excmo. Sr. Ministro de Instrucción Pública y Bellas Artes.

Ilmo. Sr. Subsecretario de Instrucción Pública.

Excmo. Sr. Presidente del Consejo de Instrucción Pública.

Excmo. Sr. Presidente de la Diputación Provincial de Madrid.

Excmo. Sr. Alcalde Presidente del Ayuntamiento de Madrid.

Ilmo. Sr. Director general de Primera enseñanza.

*Presidente efectivo.*

El Presidente de la Comisión permanente del Consejo de Instrucción Pública.

*Vocales.*

Señor Director del Museo Pedagógico Nacional.

Señor Director de la Escuela de Ingenieros Industriales de Madrid.

Señor Director de la Escuela Central de Artes é Industrias.

Señor Director de la Escuela de Artes gráficas.

Señor Director de la Escuela Normal Central de Maestros.

Señora Directora de la Escuela Normal Central de Maestras.

Señor Director de la Escuela Especial de Ingenieros Agrónomos.

Señor Director de la Escuela de Estudios superiores del Magisterio.

Señor Director de la Escuela de Sordomudos y Ciegos.

Señor Director de la Escuela Superior de Comercio de Madrid.

Excmo. Sr. D. Rafael María de Labra.

Ilmo. Sr. Delegado Regio de Primera enseñanza de esta Corte.

Ilmo. Sr. Inspector general de Primera enseñanza.

Señor Secretario de la Junta para ampliación de estudios én el extranjero é investigaciones científicas.

Señor Comisario de la Escuela del Hogar.

COMITÉ EJECUTIVO

*Presidente.*

Excmo. Sr. D. Eduardo Vincenti.

*Vocales.*

Ilmo. Sr. Subsecretario de este Ministerio.

Ilmo. Sr. Director general de Primera enseñanza.

D. Manuel Bartolomé Cossío.

D. Ramón Menéndez Pidal.

D. Ricardo Aznar, Delegado especial en Bruselas.

Un representante del Ayuntamiento de Madrid.

Otro de la Diputación Provincial de Madrid.

Un Secretario nombrado por el Comité.

De Real orden lo digo á V. I. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 7 de Marzo de 1912.

GIMENO.

Señor Subsecretario de este Ministerio.

# ADMINISTRACIÓN CENTRAL

## MINISTERIO DE HACIENDA

### Dirección General del Tesoro Público y Ordenación general de pagos del Estado.

LOTERÍA NACIONAL

*Nota de los números y poblaciones á los que han correspondido los 37 premios mayores de los 2.014 que comprende el sorteo celebrado en este día.*

| NÚMEROS | PREMIOS EN PESETAS | ADMINISTRACIONES |
|---|---|---|
| 27.960 | 150.000 | Barcelona. |
| 18.664 | 60.000 | Zaragoza. |
| 25.768 | 40.000 | Barcelona. |
| 9.597 | 3.000 | Cádiz. |
| 29.101 | 3.000 | Valencia. |
| 33.662 | 3.000 | Cáceres. |
| 13.126 | 3.000 | Madrid. |
| 32.305 | 3.000 | Madrid. |
| 22.344 | 3.000 | San Sebastián. |
| 24.210 | 3.000 | Zaragoza. |
| 28.622 | 3.000 | Línea de la Concepción. |
| 5.917 | 3.000 | Málaga. |
| 5.581 | 3.000 | Madrid. |
| 14.759 | 3.000 | Barcelona. |
| 14.799 | 3.000 | Zaragoza. |
| 13.509 | 3.000 | Jerez de la Frontera. |
| 18.116 | 3.000 | Madrid. |
| 18.777 | 3.000 | Alicante. |
| 10.755 | 3.000 | Alicante. |
| 10.081 | 3.000 | Palencia. |
| 11.224 | 3.000 | Málaga. |
| 33.298 | 3.000 | Madrid. |
| 28.960 | 3.000 | Valencia. |
| 1.767 | 3.000 | Lérida. |
| 8.925 | 3.000 | Alicante. |
| 34.788 | 3.000 | Sevilla. |
| 4.414 | 3.000 | Logroño. |
| 25.611 | 3.000 | Madrid. |
| 5.946 | 3.000 | Reus. |
| 27.780 | 3.000 | Almería. |
| 10 837 | 3.000 | Barcelona. |
| 36.585 | 3.000 | Padrón. |
| 36 280 | 3.000 | Badajoz. |
| 11 136 | 3.000 | Algeciras. |
| 30.672 | 3.000 | Palma de Mallorca. |
| 38.514 | 3.000 | Tarragona. |
| 37.327 | 3.000 | Barcelona. |

Madrid, 20 de Marzo de 1912.

En el sorteo celebrado hoy, con arreglo al artículo 57 de la Instrucción general de Loterías de 25 de Febrero de 1893, para adjudicar los cinco premios de 125 pesetas cada uno asignados á las doncellas acogidas en los establecimientos de la Beneficencia provincial de Madrid, han resultado agraciadas las siguientes:

María Costa, Luisa Campillo Saiz, Rosa Delgado Ramírez, Asunción González González y Raimunda Belinchón Biendicho, del Asilo de Nuestra Señora de la Mercedes.

Lo que se anuncia para conocimiento del público y demás efectos. Madrid, 20 de Marzo de 1912.—Saturnino Santos.

PROSPECTO DE PREMIOS

*para el sorteo que se ha de celebrar en Madrid el día 30 de Marzo de 1912.*

Ha de constar de tres series de 31.000 billetes cada una, al precio de 30 pesetas el billete divididos en décimos á tres pesetas; distribuyéndose 643.188 pesetas, en 1.468 premios para cada serie, de la manera siguiente:

| PREMIOS | | PESETAS |
|---|---|---|
| 1 | ...... de ......... | 100.000 |
| 1 | ...... de ......... | 60.000 |
| 1 | ...... de ......... | 20.000 |
| 18 | ...... de 1.500 ... | 27.000 |
| 1.243 | ...... de 300 ..... | 372.900 |
| 99 | aproximaciones de 300 pesetas cada una, para los 99 números restantes de la centena del premio primero............ | 29.700 |
| 99 | ídem de 300 pesetas, para los 99 números restantes de la centena del premio segundo......... | 29.700 |
| 2 | ídem de 800 pesetas cada una, para los números anterior y posterior al del premio primero........ | 1.600 |
| 2 | ídem de 600 ídem íd., para los del premio segundo. | 1.200 |
| 2 | ídem de 544 para los del premio tercero......... | 1.088 |
| 1.468 | | 643.188 |

Las aproximaciones son compatibles con cualquier otro premio que pueda corresponder al billete; entendiéndose con respecto á las señaladas para los números anterior y posterior al de los premios primero, segundo y tercero, que si saliese premiado el número 1, su anterior es el número 31.000, y si fuese éste el agraciado, el billete número 1 será el siguiente.

Para la aplicación de las aproximaciones de 300 pesetas, se sobrentiende que si el premio primero corresponde, por ejemplo, al número 25, se consideran agraciados los 99 números restantes de la centena; es decir, desde el 1 al 24 y desde el 26 al 100.

El sorteo se efectuará en el local destinado al efecto, con las solemnidades prescritas por la Instrucción del Ramo. Y en la propia forma se harán después sorteos especiales para adjudicar cinco premios de 125 pesetas entre las doncellas acogidas en los Establecimientos de la Beneficencia Provincial de Madrid, y uno de 625 entre las huérfanas de militares y patriotas muertos en campaña que tuvieren justificado su derecho.

Estos actos serán públicos, y los concurrentes interesados en el sorteo, tienen derecho, con la venia del Presidente, á hacer observaciones sobre dudas que tengan respecto á las operaciones de los sorteos. Al día siguiente de efectuados éstos, se expondrá el resultado al público por medio de listas impresas, únicos documentos fehacientes para acreditar los números premiados.

Los premios se pagarán en las Administraciones donde hayan sido expendidos los billetes respectivos, con presentación y entrega de los mismos.

Madrid, 8 de Noviembre de 1911.—El Director general, Eduardo Ródenas.

MADRID.—Est. Tip. "Sucesores de Rivadeneyra".—Paseo de San Vicente, núm. 20.