DIRECCIÓN-ADMINISTRACIÓN:
Calle del Carmen, núm. 29, principal.
Teléfono núm. 2.549.

VENTA DE EJEMPLARES:
Ministerio de la Gobernación, planta baja.
Número suelto, 0,50.

GACETA DE MADRID

SUMARIO

Parte Oficial.

Ministerio de Marina:

Real decreto convocando á oposiciones para la provisión de 25 plazas de aspirantes de Marina.—Páginas 894 á 905.

Ministerio de Hacienda:

Real orden habilitando el punto de la frontera hispano francesa nombrado Coll del Póu, en el término de Massanet de Cabrenys, de la provincia de Gerona, para importar con carácter provisional leñas y troncos de árboles sin labrar.—Página 905

Otra idem el fondeadero de Tazones y los embarcaderos La Espuncia y El Calero, situados en la ría de Villaviciosa, para embarque de carbones minerales en régimen de cabotaje.—Página 905.

Ministerio de Instrucción Pública y Bellas Artes:

Real orden disponiendo se anuncie á concurso de traslado la provisión de una plaza de Profesora numeraria de la Sección de Ciencias de la Escuela Normal Elemental de Maestras de Soria.—Página 905.

Otra disponiendo se den las gracias á las alumnas de la Escuela Normal Central de Maestras, por haber establecido la Cantina escolar normalista.—Páginas 905 y 906.

Otra declarando desiertas las oposiciones celebradas para proveer la Cátedra de Derecho administrativo, vacante en la Universidad de Santiago.—Página 906.

Otra prorrogando por tres meses la Delegación conferida á D. Agustín Viñales Pardo.—Página 906.

Otra disponiendo se den las gracias á don Carlos Ferrand y López por el donativo de obras hecho á la Biblioteca Provincial del Instituto de Cuenca.—Página 906.

Otra disponiendo se adquieran 300 ejemplares de la Revista de Archivos, Bibliotecas y Museos.*—Página 906.*

Ministerio de Fomento:

Real orden autorizando al Presidente de la Junta local de Colonización del monte Pinar de la Algaida, el gasto de 100.000 pesetas para atender á los de instalación de dicha colonia durante el actual trimestre.—Página 906.

Administración Central:

ESTADO.—Subsecretaría.—Obra Pía.—*Citando á los opositores á la plaza de pensionado por la pintura de Paisaje vacante en la Academia Española de Bellas Artes, en Roma.—Página 906.*

Asuntos contenciosos.—*Anunciando el fallecimiento en Orán de los súbditos españoles que se indican.—Páginas 906.*

GRACIA Y JUSTICIA.—Subsecretaría.—*Anunciando hallarse vacantes las Secretarías judiciales de los Juzgados de primera instancia de Alfaro y Viver.—Página 906.*

GOBERNACIÓN.—Subsecretaría.—*Anunciando haber sido nombrado D. Laureano Corral Añezca, Oficial de quinta clase de Administración civil en el Gobierno de la provincia de la Coruña.—Página 907.*

INSTRUCCIÓN PÚBLICA.—Subsecretaría.—*Nombrando á D. Julián Besteiro y Fernández, Catedrático numerario de Lógica fundamental de la Facultad de Filosofía y Letras de la Universidad Central.—Página 907.*

Rectificación á la lista de los opositores á la Cátedra de Derecho penal de la Universidad de Sevilla.—Páginas 907.

Nota bibliográfica de una obra impresa en castellano en el extranjero que desea introducir en España D. Gabriel Molina. Página 907.

Ascensos y nombramientos de personal subalterno dependiente de este Ministerio. Página 907.

Dirección General de Primera enseñanza.—*Admitiendo á las oposiciones á ingreso en las Secciones provinciales de Instrucción Pública á los señores que se mencionan—Páginas 907.*

Anunciando haber sido solicitado por doña Guadalupe Fernández García duplicado del título de Maestra de primera enseñanza superior.—Página 907.

Nombrando á D.ª Dionisia Payo y Ruiz, Profesora numeraria de la Sección de Ciencias de la Escuela Normal Elemental de Maestras de León.—Página 907.

Resolviendo expedientes de Arreglo escolar de los Municipios que se mencionan.—Páginas 907 y 908.

Real Academia de Medicina.—*Anunciando hallarse vacante una plaza de Académico de número.—Página 908.*

FOMENTO.—Dirección General de Obras Públicas.—Carreteras.—*Rectificación á la relación de obras comprensivas del plan de reparaciones publicado en la* GACETA *de 12 del actual.—Página 908.*

Aguas.—*Aprobando la transferencia de desecación y saneamiento de la marisma gallega de Asnalcázar, hecha por D. León Renaut á D. Pablo Pequignot.—Página 908.*

Servicio Central Hidráulico.—*Aprobando la distribución del crédito destinado á reparación, conservación y explotación de obras hidráulicas.—Página 908.*

ANEXO 1.º—BOLSA.—OBSERVATORIO CENTRAL METEOROLÓGICO.—OPOSICIONES. SUBASTAS.—ADMINISTRACIÓN PROVINCIAL.—ADMINISTRACIÓN MUNICIPAL.—ANUNCIOS OFICIALES *del Banco de España (Coruña) y (Lérida), Crédito Navarro, La Unión Alcoyana, Hulleras de Vergaño y Compañía Ibérica de Redes Telefónicas.*—SANTORAL.

ANEXO 2.º—EDICTOS.—CUADROS ESTADÍSTICOS DE

HACIENDA.—Subsecretaría.—*Continuación del escalafón de los funcionarios administrativos dependientes de este Ministerio.*

Inspección General.—*Estado demostrativo del movimiento que han tenido las reclamaciones económico-administrativas durante los dos primeros meses del año actual.*

Intervención General de la Administración del Estado.—*Recaudación líquida obtenida en el mes de Febrero próximo pasado.*

FOMENTO.—Dirección General de Agricultura, Minas y Montes.—*Escalafón del Cuerpo de Ingenieros Agrónomos.*

PARTE OFICIAL

PRESIDENCIA DEL CONSEJO DE MINISTROS

S. M. el REY Don Alfonso XIII (q. D. g.), S. M. la REINA Doña Victoria Eugenia y SS. AA. RR. el Príncipe de Asturias é Infantes Don Jaime, Doña Beatriz y Doña María Cristina, continúan sin novedad en su importante salud.

De igual beneficio disfrutan las demás personas de la Augusta Real Familia.

MINISTERIO DE MARINA

EXPOSICION

SEÑOR: Las razones expuestas en el Real decreto de 21 de Octubre último, autorizando la apertura de la Escuela Naval, aconsejarían hacer la primera convocatoria de 65 alumnos, toda vez que en 1.º de Enero de 1918, fecha en que éstos terminarán sus estudios, serán, probablemente, tan sólo 80 los Alféreces de Navío entonces existentes; las necesidades de la flota requieren el número de 125 Oficiales de ese empleo, y comoquiera que de ella han de nutrirse las Academias de Ingenieros y Artillería, siendo preciso también contar con el número indispensable para comisiones, traslados y licencias, la plantilla de ese empleo ha de alcanzar, al ser reformada en su día, el número de 145; pero, considerando, Señor, los graves trastornos que las promociones numerosas producen en la marcha regular de las Corporaciones, razones de prudencia obligan á reducir esta primera convocatoria á 25 plazas.

En su consecuencia, y de acuerdo con el Consejo de Ministros, el Ministro que suscribe tiene la honra de someter á la firma de V. M. el adjunto proyecto de decreto.

Madrid, 27 de Marzo de 1912.

SEÑOR:
A L. R. P. de V. M.,
José Pidal.

REAL DECRETO

A propuesta del Ministro de Marina y de acuerdo con Mi Consejo de Ministros,

Vengo en decretar lo siguiente:

Artículo 1.º Se sacan á oposición 25 plazas de Aspirantes de Marina.

Art. 2.º Las plazas se adjudicarán mediante pública oposición, y para poder tomar parte en ella será requisito indispensable ser ciudadano español y soltero, haber cumplido los trece años y no exceder de diecinueve en todo el transcurso del año correspondiente á la convocatoria, tener la aptitud física necesaria, cuya apreciación se hará por un Tribunal facultativo nombrado al efecto, no haber sido expulsado de ningún establecimiento oficial de enseñanza, y carecer de impedimento para ejercer cargos públicos.

Art. 3.º Los exámenes se verificarán en el Apostadero de Cádiz (San Fernando), en la Escuela Naval Militar, dando principio el día 1.º de Octubre próximo, ante el Tribunal que se designe, y con sujeción á los programas que á continuación se expresan.

Art. 4.º Los conocimientos de Gramática Castellana, Geografía é Historia Universal y de España que deberán poseer los candidatos, se acreditará por certificados de aprobación, expedidos por un Instituto de segunda enseñanza, por una Academia militar, Colegio de Trujillo, María Cristina, Santiago, Santa Bárbara y San Fernando, Huérfanos de la Guerra y de Marina y Alfonso XII, Negociado de Escuelas del Ministerio de Marina y Escuelas oficiales de Industrias y Comercio; dichos certificados estarán expedidos con arreglo al plan de segunda enseñanza, aprobado por Real orden de 27 de Agosto de 1891, y deberán comprender en Geografía la aprobación del primero y segundo año.

Art. 5.º Las calificaciones obtenidas en los exámenes serán públicas, excepto las alcanzadas en el último ejercicio que serán reservadas y conocidas sólo del Tribunal de exámenes, cuyo Presidente, al terminar éstos, pasará relación exclusivamente de los opositores que hayan alcanzado plaza y de los que disfrutando del beneficio de plazas de gracia hayan sido aprobados, no quedando constancia de la nota que puedan haber merecido los demás en ese último examen.

Art. 6.º Queda prohibida la ampliación del número de plazas después de promulgada la convocatoria, según dispone el punto 4.º del artículo 3.º de la ley de 7 de Enero de 1908.

Art. 7.º Las solicitudes para tomar parte en las oposiciones escritas y firmadas por los interesados, se dirigirán al Director del expresado establecimiento docente, formulada en papel del sello de oncena clase, acompañando acta civil de nacimiento debidamente legalizada, sin enmiendas ni raspaduras, cédula personal que se devolverá al interesado en el plazo más breve posible y certificado de soltería; las instancias documentadas, deberán encontrarse en la precitada Escuela, antes del día 1.º de Septiembre próximo, teniendo por no presentadas, las que se reciban después de esta fecha en el mencionado Establecimiento. Los hijos de militares, además de los documentos anteriores, acompañarán copia legalizada del último Real despacho expedido á favor de su padre ó de la Real orden de su empleo. Recibidas las instancias y examinadas en la Escuela Naval Militar, el Director comunicará á los interesados haber sido admitidos á examen ó las razones que se opongan á ello, á medida que se vayan recibiendo aquéllas.

Art. 8.º Los huérfanos ó hermanos de militar, con derecho á beneficios determinados por el Reglamento para el ingreso y permanencia en la Escuela, deberán acreditarlo con copia de la Real orden en que se reconozca oficialmente esta circunstancia.

Art. 9.º No se concederá ninguna gracia de dispensa de edad.

Dado en Palacio á veintisiete de Marzo de mil novecientos doce.

ALFONSO.

El Ministro de Marina,
José Pidal.

Programa de Aritmética.—Texto, Salinas.

PAPELETA 1.ª

Nociones preliminares.—Definiciones.—Unidad y número.—Formación de los números y operaciones numéricas.—Algoritmia y Algoritmo.—Aritmética.—Numeración.

Numeración hablada.—Nomenclatura. Su fundamento.—Unidad de diversos órdenes.—Base del sistema.—Nomenclatura decimal.—Denominación de un número cualquiera.—Particularidades y modificaciones de la nomenclatura decimal.—Resumen.

Numeración escrita.—Notación numérica.—Representación de las colecciones de unidades de diversos órdenes.—Valor absoluto y relativo.—Representación simbólica.—Cifra cero.—Representación de las unidades de un orden cualquiera.—Lectura de un número escrito en cifras. Escritura en cifras de un número enunciado.—Representación del número indeterminado.

Adición.—Definiciones.—Algoritmo de la suma.—Artificio aditivo.—Casos de la suma.—Observación.—Consecuencias.—Prueba.

PAPELETA 2.ª

Sustracción.—Definición.—Algoritmo de la resta.—Artificio sustractivo.—Casos de la sustracción.—Observaciones.—Prueba de la sustracción y nueva prueba de la suma.—Sustracciones complejas.—Suma y resta combinadas.—Aplicaciones.—Escolio.—Complemento aritmético.—Aplicaciones del complemento.

Multiplicación.—Definición.—Algoritmo.—Consecuencias de la definición.—Artificio de la multiplicación.—Casos de la multiplicación.—Casos particulares.—Caso general.—Caso en que los factores terminan en cero.—Observación.—Prueba de la multiplicación.—Múltiplo de un número.—Multiplicación en el caso de factores implícitos.—Producto de varios factores.

PAPELETA 3.ª

División.—Definición.—Algoritmo.—Artificio elemental de la división.—Número divisible por otro.—Procedimiento general.—Determinación de las unidades de orden más elevado del cociente.—Casos de la división.—Caso particular.—Prueba de la división y nueva prueba de la multiplicación.—División por exceso. División de números en forma implícita. Dependencia mutua de los términos de la división, del cociente y del resto.

PAPELETA 4.ª

Divisibilidad de los números.—Principios fundamentales.—Múltiplos y divisores de un número.—Resto de un número con relación á otro.—Números congruentes.—Principios fundamentales de las congruencias.—Teoremas relativos á los restos.

Caracteres generales de divisibilidad.—Procedimiento de investigación.—Determinación y reproducción de los restos de las unidades sucesivas.—Forma de la unidad de un orden cualquiera con respecto á un cierto módulo.—Forma de una colección de unidades.—Forma de un número cualquiera.—Condición general de divisibilidad.—Aplicaciones á los números 2, 3, 4, 5, 6, 9 y 11.

Pruebas de la multiplicación y división por medio de los restos relativos á un módulo cualquiera y observaciones.

PAPELETA 5.ª

Máximo común divisor.—Máximo común divisor de dos números.—Definiciones y consecuencias.—Principio fundamental.—Investigación del M. C. D. de dos números.—Propiedades relativas á este caso.

Máximo común divisor de varios números.—Principio fundamental.—Procedimiento.—Teoremas relativos al M. C. D. de varios números.

Mínimo común múltiplo.—Mínimo común múltiplo de dos números.—Definición y consecuencias.—Principios relativos al caso de dos números.

Mínimo común múltiplo de varios números.—Principios fundamentales.—Procedimiento.—Teoremas relativos á este caso.

PAPELETA 6.ª

Números primos.—Principios fundamentales y determinación de estos números.—Definiciones.—Primeras proposiciones.—Formación de una tabla de números primos.

Teoremas referentes á los números primos.—Nuevas proposiciones.

Aplicaciones de los números primos.—Descomposición de factores primos.—Posibilidad de efectuarla.—Forma de un número con relación á sus factores primos.—Investigación de los factores primos de un número.—Observación.

Investigación de todos los divisores de un número.—Divisibilidad por descomposición.—Formación de todos los divisores.

Determinación en factores primos del M. C. D. y de M. C. M.—Nuevas reglas de formación.

PAPELETA 7.ª

Fracciones.—Propiedades de las fracciones ordinarias.—Magnitud.—Unidad ó módulo.—Fracción.—Medida de las magnitudes.—Cantidad.

Numeración y algoritmo de las fracciones ordinarias.—Términos de la fracción. Nomenclatura y escritura de la fracción. Fracciones inversas.—Expresiones fraccionarias.

Transformación de fracciones.—Principios fundamentales.—Reducción de las fracciones á un común denominador.—Simplificación de fracciones.—Reducción de fracciones al mínimo denominador común.

Alteración de las fracciones.—Principios relativos á la alteración de fracciones.

PAPELETA 8.ª

Operaciones con los números fraccionarios.—*Adición.*—Definición.—Casos elementales.—Adición de fracciones implícitas.

Sustracción.—Definición.—Casos elementales.—Sustracción de fracciones implícitas.

Multiplicación.—Definición.—Casos elementales.—Producto de varios factores. Multiplicación de fracciones implícitas. Fracción de fracción.

División.—Definición.—Cociente completo de dos números enteros.—Casos elementales de la división.—División en forma implícita.

PAPELETA 9.ª

Fracciones complejas é igualdades fraccionarias.—Fracciones complejas.—Extensión de la notación fraccionaria.—Generalidad de ciertas proposiciones.—Principios fundamentales.—Operaciones.—Adición y sustracción.—Multiplicación y división.

Igualdades fraccionarias.—Definición. Proposiciones relativas á las igualdades fraccionarias.

PAPELETA 10

Fracciones decimales.—*Numeración y propiedades de las fracciones decimales.*—Definición.—Unidades decimales de distintos órdenes.—Representación entera del número decimal.—Lectura de un número decimal escrito en forma entera.—Escritura en forma entera de un número decimal enunciado.—Propiedades de los números decimales.

Adición, sustracción, multiplicación y división de números decimales en sus diversos casos.

PAPELETA 11

Reducción de fracciones.—*Reducir un número fraccionario á otro de denominador dado.*—Definición.—Procedimiento y teoremas subsiguientes.

Reducción de fracción ordinaria á decimal.—Definición y procedimiento con teoremas subsiguientes.—Fracciones decimales periódicas y teoremas anexos.

Reducción de fracción decimal á ordinaria.—Definición y procedimiento.—Casos de imposibilidad y solución aproximada. Noción de cantidad inconmensurable.

PAPELETA 12

Potencias.—*Potencias en general.*—Definición.—Potencia de un número cualquiera.—Potencias de base implícita.—Condiciones generales de potenciabilidad.—Potencias de expresiones de relación.

Cuadrado de un número.—Definición.—Teoremas referentes al cuadrado.—Caracteres de exclusión.

Cubo de un número.—Definición. Teoremas referentes al cubo.

PAPELETA 13.

Raíz cuadrada.—*Preliminares.*—Definición y algoritmo.—Condiciones á que debe satisfacer la extracción.

Extracción de la raíz cuadrada de un número entero ó fraccionario, en menos de una unidad.—Definiciones.—Raíz cuadrada de un número entero.—Proposiciones relativas al resto.—Prueba de la extracción.—Raíz cuadrada de un número fraccionario.

PAPELETA 14.

Raíz cuadrada de las fracciones sin aproximación fijada.—Reglas operativas en cada caso.

Extracción de la raíz cuadrada de un número entero ó fraccionario con una aproximación dada.—Definición.—Procedimiento en los diversos casos.

Raíz cuadrada de los números implícitos.—Procedimiento general y casos particulares.

PAPELETA 15.

Números inconmensurables.—*Teoría de los límites.*—Definición y sus consecuencias.—Ejemplo notable de límite.—Proposiciones relativas á los límites.

Operaciones con los números inconmensurables.—Medida de la magnitud inconmensurable.—Concepto de las operaciones con números inconmensurables.—Generalización de las reglas del cálculo

PAPELETA 16.

Sistema métrico decimal.—*Nociones preliminares.*—Definiciones.—Magnitudes que se someten al cáculo.—Múltiplos y submúltiplos del módulo ó unidad.—Denominación genérica de los módulos.—Sistema de pesas y medidas y monetario. Condiciones á que han de satisfacer estos sistemas.

Sistema métrico decimal.—Legalidad de la adopción.—Unidad fundamental y unidades principales.—Múltiplos y submúltiplos de las unidades principales.—Observación.—Sistema monetario.—División del tiempo y de la circunferencia.

Sistema de pesas y medidas inglesas y equivalencia entre ellas y las del sistema métrico decimal, así como con algunas de nuestro antiguo sistema. Todo en la parte de uso en la Marina.

Ligero conocimiento de los sistemas monetarios vigentes en las Potencias marítimas.

PAPELETA 17.

Operaciones con los números concretos.—*Transformación de los números concretos.*—Definiciones.—Reglas de transformación.

Reglas para operar con los números concretos.—Adición, sustracción, multiplicación y división de concretos en general y en el caso particular de los números sexadecimales.

Transformación y operaciones en el sistema métrico.—Reducción de números métricos.—Procedimiento operativo con los números métricos.—Problemas que se resuelven por la correlación de las unidades métricas.

PAPELETA 18.

Razones y proporciones.—*Preliminares.* Definiciones.—Símbolo y expresión de la relación.—Proporcionalidad.—Algoritmo.—Modo de reconocer la proporcionalidad de las magnitudes.—Forma numérica de la proporcionalidad de dos magnitudes.

Regla de tres simple y compuesta.—Dependencia de una magnitud, de otras varias.—Cuestiones referentes á las magnitudes proporcionales.—Regla de tres simple directa.—Regla de tres simple inversa.—Regla de tres compuesta.—Forma numérica y propiedades de la proporcionalidad de varias magnitudes.—Método de reducción á la unidad.

PAPELETA 19.

Cuestiones de aritmética mercantil.—*Interés simple.*—Definiciones.—Proporcionalidad de las magnitudes referentes al interés simple.—Problemas diversos de interés simple.—Caso particular de la regla de interés simple.

Regla de compañía.—Definición.—Particiones proporcionales.—Fórmulas de la regla de compañía.

Regla de aligación.—Definiciones.—Problema directo de las mezclas.—Problema inverso.—Problemas relativos á las aleaciones.

Regla conjunta.—Definición y algoritmo.—Procedimiento práctico.

Programa de Algebra.—Texto, Salinas y Benítez.

PAPELETA 1.ª—DEFINICIONES.

Función.—Ley matemática.—Problema. Definición del Algebra.—Forma implícita y explícita.—Concepto de la cualidad de la magnitud.—Notación algebraica.—Ejemplo de sus ventajas.—Fórmula.—Cantidades positivas y negativas.—Ejemplo.—Valores absoluto y relativo.—Reunión de una cantidad positiva y otra negativa.—Demostrar: 1.º Que toda cantidad negativa es menor que cero y que toda otra positiva. 2.º Que de dos negativas la menor es la de mayor valor absoluto.

PAPELETA 2.ª—CONCEPTO DE LAS OPERACIONES ALGEBRAICAS.

Necesidades de nuevas definiciones.—Adición.—Procedimiento.—Consecuencias.—Sustracción.—Procedimiento.—Consecuencias.—Multiplicación.—Regla de signos.—Producto de varios factores. Su signo.—El orden de los factores no altera ni el valor ni el signo del producto.—Variación del signo del producto.—División.—Regla de signos.—Variación del signo del cociente.—Elevación á potencias.—Signo de la potencia.—Extracción de raíces.—Signo de la raíz.—Forma imaginaria.

PAPELETA 3.ª—EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

Definición.—Monomio y polinomio.—Términos semejantes.—Cantidad racional, entera, fraccionaria ó irracional.—Valor numérico de una expresión algebraica.—Expresiones equivalentes.—Grado de una expresión, de un monomio entero, de un polinomio entero, de una expresión fraccionaria ó irracional.—Polinomio homogéneo.—Ordenación de polinomios.—Letra ordenatriz.—Polinomio completo ó incompleto.—Qué sucede al ordenar cuando el polinomio es homogéneo y contiene dos letras.—Caso en que se tenga varios términos con el mismo exponente de la letra ordenatriz.—Simplificación de polinomios.—Regla práctica.

PAPELETA 4.ª—OPERACIONES CON LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Objeto del cálculo algebraico.—Carácter de las operaciones algebraicas.—Adición.—Algoritmo y procedimiento operativo. 1.º Adición de monomios. 2.º De monomio y polinomio. 3.º De dos polinomios.—Regla general.—Consecuencias.—Sustracción.—Algoritmo.—Procedimiento operativo.—Multiplicación de monomios, de monomio y polinomio y de dos polinomios.—Observaciones.—Consecuencias.—Cambio de signo de una letra.

PAPELETA 5.ª—OPERACIONES CON LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS

División.—Algoritmo.—Procedimiento operativo: 1.º División de potencias de la misma cantidad.—División de monomios enteros de un polinomio por un monomio y de dos polinomios.—Regla.—Observaciones.—Condiciones para que un polinomio sea divisible por otro.—División inexacta.—Dividir $\frac{X^m \pm a^m}{X \pm a}$, determinado de la ley del cociente y las condiciones de la divisibilidad.

PAPELETA 6.ª—FRACCIONES ALGEBRAICAS

Definición.—Algoritmo.—Transformaciones y procedimiento operativo, simplificación y reducción á un común denominador.—Suma, resta, multiplicación y división.—Formas simbólicas que proceden de una fracción.—Formas: $\frac{a}{0}:\frac{0}{b}:\frac{a}{\infty}:\frac{\infty}{b}:\frac{0}{0}:\frac{\infty}{\infty}:\frac{0}{\infty}:$ y $\frac{\infty}{0}$

PAPELETA 7.ª—PROPIEDADES DE LOS POLINOMIOS ENTEROS

Definición.—*Teoremas relativos á los polinomios enteros.*—Si un polinomio entero, respecto á x, se anula para x-a...—Si un polinomio entero y del grado m se anula para m valores...—Si se anula para más de m valores...—Polinomio idénticamente nulo.—Si un polinomio es idénticamente nulo...—Si dos polinomios se hacen iguales para más de m valores, siendo m el mayor de los grados...—Todo polinomio puede descomponerse de un solo modo en dos partes.

PAPELETA 8.ª—PROPIEDADES DE LOS POLINOMIOS ENTEROS

Dividir un polinomio entero con relación á x por el binomio $x-a$. Método de los coeficientes indeterminados.—Ley de formación, de los términos del cociente y del resto.—Fórmula de un término cualquiera y del resto.

PAPELETA 9.ª

CÁLCULO DE LAS CANTIDADES RADICALES.

Definición.—Algoritmo.—Necesidad de operar directamente con los radicales. Determinación aritmética de un radical. Transformacion de radicales: 1.º Cuando la cantidad subradical, pueda descomponerse en factores potencias perfectas del índice. 2.º Multiplicando ó dividiendo el exponente y el índice por la misma cantidad.—Suma, resta, multiplicación y división de radicales.—Racionalización de los denominadores de las expresiones,

$$\frac{a}{\sqrt{b}} \quad \frac{N}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \quad \frac{N}{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}}$$

PAPELETA 10.—ELEVACIÓN Á POTENCIAS.

Definición.—Algoritmo.—Potencia de un monomio.—Regla.—Binomio de Newton.—Propiedades de esta fórmula.—Potencias de las cantidades mayores y menores de la unidad.

EXTRACIÓN DE RAICES.

Definición.—Algoritmo.—Raíces de los monomios.—Regla.—Variación de las raíces de una cantidad.

PAPELETA 11.—PROGRESIONES POR DIFERENCIA.

Definiciones.—Algoritmo.—Propiedades: 1.º En toda progresión un término es igual...—Recíproco.—Cuando se compare con el 1.º 2.º Los términos de una progresión creciente indefinida... 3.º La suma de los términos equidistantes de los extremos...—Suma de todos los términos.—Aplicación á la suma de la serie natural de los números y á la de los impares.—Interpolación diferencial.

PAPELETA 12.—PROGRESIONES POR COCIENTE.

Definiciones.—Algoritmo.—Propiedades: 1.º Un término es igual...—Recíproco.—Cuándo se compara con el 1.º 2.º Los términos de una progresión creciente indefinida y los de una decreciente... 3.º El producto de los términos equidistantes de los extremos... 4.º El producto de todos los términos es igual... 5.º La suma es igual...—Interpolación proporcional.

PAPELETA 13.—LOGARITMOS.

Definición.—Sistema.—Base.—Algoritmo.—Consecuencias cuando la base es mayor ó menor que la unidad.—Logaritmo de un producto, cociente, potencia y raíz.—Aplicaciones á una expresión cualquiera.—Cuanto mayores son dos números y menor es su diferencia, tanto menor es... —La diferencia de los números no es proporcional á la de sus logaritmos.

PAPELETA 14.—LOGARITMOS DECIMALES.

Definición.—El logaritmo de una potencia de 10... —Característica Mautisa. Característica de los logaritmos de los números mayores que la unidad.—Característica aumentada de los menores que la unidad.—La Mautisa del logaritmo de un número no se altera... —Corolario.—Transformaciones de logaritmos considerando toda clase de características.

PAPELETA 15.—TABLAS DE LOGARITMOS.

Disposición general de las tablas de logaritmos.—Problemas directo é inverso (1).—Descripción y manejo de las tablas de Graiño, Cornejo, Herrero y Rivera, reglamentarias en la Armada.

Utilidad del empleo de los logaritmos. Cálculo de una expresión cualquiera.

PAPELETA 16.—APLICACIÓN DE LOS LOGARITMOS.

Regla de interés compuesta.—Definición y obtención de la fórmula.—Su cálculo.—*Anualidades.*—Definición.—Problema de amortización.—Su fórmula y su cálculo.—Problema de capitalización.—Su fórmula y cálculo.—*Rentas vitalicias.*—Definición.—Cálculo de la renta.

PAPELETA 17.—ECUACIONES.

Identidad.—Ecuación.—Raíz.—Sistema de ecuaciones.—Solución del sistema. Ecuaciones y sistemas equivalentes.—Procedimiento para plantear los problemas.—Ejemplo.—Transformación de una ecuación según se la sume, reste, multiplique ó divida por una cantidad, se eleven sus dos miembros á una potencia ó se le extraiga la misma raíz.

PAPELETA 18.—ECUACIONES.

Transformaciones de un sistema.—Sustitución de una de las ecuaciones por lo que resulta de sumarla, restarla, multiplicarla ó dividirla por cualquier otra del sistema, de sumarle miembro á miembro las potencias ó la raíz de otra.—Forma general de la ecuación de primer grado con una incógnita.—Resolución y descripción de su fórmula.

PAPELETA 19.—ELIMINACIÓN.

Definiciones.—Necesidad de la eliminación.—Método de sustitución, igualación, reducción y factores indeterminados.—Resolución de las ecuaciones de primer grado con dos incógnitas por cualquiera de los anteriores métodos.—Fórmulas.—Simetría de simplificación.—Discusión.—Ecuaciones homogéneas.

PAPELETA 20.—SISTEMA DE ECUACIONES.

Diferentes clases de sistemas.—Reglas para la resolución de los sistemas determinados, indeterminados ó incompatibles.—Interpretación de los valores de las incógnitas en la resolución de los

(1) No se exigirán las apreciaciones de los errores en ninguno de estos dos problemas.

problemas.—Aplicación al problema de los móviles.

PAPELETA 21.—TEORÍA DE LAS DESIGUALDADES.

Definición.—Resultados de sumar, restar, multiplicar ó dividir, elevar á una potencia y extraer una raíz de los dos miembros de una desigualdad.—Resultados de sumar, restar, multiplicar y dividir miembro á miembro dos desigualdades.—Resolver una desigualdad con una incógnita y varias desigualdades con una incógnita.

PAPELETA 22. — ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO.

Resolución de la ecuación completa.—Forma general. — Obtención de su fórmula. — Regla. — Casos particulares de $a = 1$ y $b = 2b'$.—Discusión de la fórmula que da las raíces según que $b^2 - 4ac = o$.—Suma y producto de las raíces. Signo de las raíces.—Deducirlo del número de variaciones y permanencias.

PAPELETA 23.—PROPIEDADES DEL TRINOMIO DE SEGUNDO GRADO.

Descomposición en factores. — Variaciones del signo según que las raíces sean reales ó desiguales, reales é iguales ó imaginarias.—Cuándo un número dado estará comprendido ó no entre las raíces y cuándo será superior ó inferior á ellas. Ecuaciones incompletas.—Interpretación de las raíces en la resolución de los problemas.—Aplicación al problema de las luces.

Programa de Geometría.

Texto, Ortega.

PAPELETA 1.ª

Definición de cuerpo, superficie, línea y punto. — Definición de Geometría. — Clasificación de las líneas y de las superficies.—Definición de la línea recta y axiomas que de su definición se deducen. Líneas quebradas, poligonales, cóncavas y convexas y sus principales propiedades.—Definición de ángulo, ángulos adyacentes, complementarios, suplementarios y de ángulos iguales.—Magnitud angular. — Definición de perpendicular y oblicua.—*Teorema*. Por un punto de una recta se le puede levantar una perpendicular y solo una.—*Corolario*. Todos los ángulos rectos son iguales aunque no sean adyacentes.—Unidad elegida para medir ángulos.

Teorema.—La suma de los ángulos adyacentes que forma una recta al caer sobre otra equivale á dos ángulos rectos.

Consecuencias.—Todos los ángulos que se forman por rectas que parten de un punto de otra y hacia un mismo lado de ella valen dos rectos y los que se forman por rectas que parten de un mismo punto, en todos sentidos valen cuatro rectos. *Recíproco*. Si dos ángulos son suplementarios y se les coloca en la posición de adyacentes los lados no confundidos están en línea recta.

PAPELETA 2.ª

Definición de ángulos opuestos por el vértice.—*Teorema*. Los ángulos opuestos por el vértice son iguales, y demostrar que si una recta es perpendicular á otra la segunda es perdicular á la primera.

Definición de bisectriz de un ángulo.—*Teorema*. Las bisectrices de dos ángulos adyacentes suplementarios son perpendiculares entre sí y las de los ángulos opuestos por el vértice están en prolongación.

Teorema.—Demostrar que desde un punto fuera de una recta se le puede bajar una perpendicular y sólo una.—*Teorema*. Demostrar que si desde un punto fuera de una recta se baja una perpendicular y varias oblicuas, se verifica: 1.° Que las oblicuas cuyos pies equidisten del pie de la perpendicular son iguales. 2.° Que la perpendicular es menor que cualquiera oblicua y que la oblicua cuyo pie se aparte más del pie de la perpendicular es la mayor y recíprocos.—Demostrar que la perpendicular bajada desde un punto de un lado de un ángulo agudo al otro lado cae dentro del ángulo; distancia de un punto á una recta.—Regla que es necesario seguir para evitar en adelante la demostración de los recíprocos.—Definición de lugar geométrico.—Teoremas que es necesario demostrar para establecer un lugar geométrico.

Teorema.—Todo punto de la perpendicular levantada á una recta en su punto medio equidista de los extremos de la recta, y todo punto que no pertenezca á la perpendicular á una recta en su punto medio, no equidista de los extremos de la recta.—Deducir de esto el lugar geométrico de los puntos equidistantes de los extremos de la recta.—*Teorema*. Todo punto situado en la bisectriz de un ángulo equidista de los lados del ángulo y que todo punto que no esté situado en la bisectriz no quidista de los lados del ángulo.—Deducir de esto el lugar geométrico de los puntos equidistantes de los lados del ángulo.

PAPELETA 3.ª

Paralelas.—Su definición.—Demostrar la existencia de estas rectas.

Teorema.—Por un punto fuera de una recta se puede siempre trazar una paralela, admisión del Postulado de Euclides.

Corolario 1.° Si una recta encuentra á otra, encuentra también á su paralela. 2.° Si una recta es perpendicular á otra, lo es á su paralela. 3.° Dos rectas paralelas á otra son paralelas entre sí.—Denominación de los ángulos que forma una recta cuando encuentra á otras dos.—*Teorema*. Si una secante corta á dos paralelas, los ángulos alternos internos son iguales, así como los correspondientes, y los ángulos internos de un mismo lado de la secante y los externos del mismo lado son suplementarios.

Recíproco.—Si dos rectas son cortadas por una tercera y forman ángulos alternos internos iguales, ó correspondientes iguales, ó internos ó externos del mismo lado de la secante que sean suplementarios, las rectas son paralelas.

Enunciar los teoremas contrarios del teorema directo y recíproco.

Consecuencias. — 1.ª Si se tienen una perpendicular y una oblicua á una recta, ambas deben cortarse por el lado del ángulo agudo interno que forma la oblicua con dicha recta. 2.ª Si se trazan dos perpendiculares ó dos rectas que se corten, aquéllas se han de cortar también.—*Teorema*. Los segmentos de paralelas comprendidos entre paralelas son iguales.

Corolario.—Dos rectas paralelas equidistan en toda su extensión.

Teorema.—Dos ángulos cuyos lados son paralelos y dirigidos en el mismo sentido ó en sentido contrario, son iguales, y si dos lados están en un sentido y los otros dos en sentido contrario, son suplementarios.

Teorema. — Dos ángulos cuyos lados sean respectivamente perpendiculares, son iguales ó suplementarios.—Observaciones sobre el paralelismo de dos rectas y sus consecuencias.

PAPELETA 4.ª

Polígonos.—Definiciones y su clasificación.—Triángulos.—Su clasificación y denominaciones según los valores relativos de los ángulos y lados.—*Teorema*. En un triángulo un lado cualquiera vale menos que la suma de los otros dos y más que su diferencia. — *Corolarios*. 1.° Si dos triángulos tienen un lado común y dos lados de uno envuelven á los otros dos lados del otro, la suma de los lados envueltos es menor que la suma de los dos que la envuelven. 2.° Si dos triángulos tienen un lado común y otros dos lados se cortan, la suma de los lados que se cortan es mayor que los que no se cortan. *Teorema*. Si un triángulo disminuye ó aumenta un ángulo permaneciendo constantes los lados que lo forman, el lado opuesto disminuye ó aumenta.

Corolarios. 1.° Si dos triángulos tienen dos lados del uno iguales á dos del otro, el tercer lado del primero será mayor ó menor que el tercer lado del segundo, según que el ángulo opuesto á aquél sea mayor ó menor que el opuesto á éste. 2.° Si dichos ángulos fuesen iguales los lados opuestos serían iguales.—Enunciado de los recíprocos del teorema directo y de los corolarios.

Teorema.—En todo triángulo se verifica que si un lado es igual, mayor ó menor que otro, el ángulo opuesto al primero será igual, mayor ó menor que el ángulo opuesto al segundo.

Corolario.—En el triángulo equilátero los tres ángulos son iguales. Las recíprocas son ciertas.—*Escolio*. La altura de un triángulo isósceles divide á la base y al ángulo del vértice en partes iguales.—Número de condiciones que cumple la altura en el triángulo isósceles.

Teorema.—La suma de los tres ángulos de un triángulo es igual á dos ángulos rectos.—*Corolario*: 1.° Un ángulo cualquiera de un triángulo es suplemento de la suma de los otros dos. 2.° Si dos triángulos tienen dos ángulos respectivamente iguales, los terceros ángulos también lo son. 3.° El ángulo externo formado por un lado de un triángulo y la prolongación de otro es igual á la suma de los ángulos que no le son adyacentes. 4.° Un triángulo no puede tener más de un ángulo obtuso. 5.° En un triángulo rectángulo, los ángulos oblicuos son complementarios. 6.° Dos triángulos cuyos lados son paralelos ó perpendiculares tienen sus ángulos iguales.

Teorema.—En todo triángulo se verifica que las perpendiculares levantadas en los puntos medios de los lados, se cortan en un mismo punto que equidistan de los tres vértices.—*Corolario*. En el triángulo rectángulo el punto de intersección de las tres perpendiculares, es el punto medio de la hipotenusa.

Teorema.—En todo triángulo las tres alturas se cortan en un mismo punto.—*Corolario*.—En el triángulo rectángulo el punto de intersección de las tres alturas es el vértice del ángulo recto.

Teorema.—En todo triángulo las bisectrices de sus tres ángulos se cortan en un mismo punto que equidista de los tres lados.—*Corolario*. En el triángulo equilátero, el punto de intersección de las alturas, de las bisectrices y de las perpendiculares, en los puntos medios de los lados, es el mismo.—*Escolio*. Demostrar que hay cuatro circunferencias tangentes á los tres lados de un triángulo.

PAPELETA 5.ª—IGUALDAD DE TRIÁNGULOS

Teorema. 1.° Dos triángulos son iguales cuando tienen dos lados iguales é igual el ángulo comprendido. 2.° Cuando tienen un lado igual adyacente á dos ángulos respectivamente iguales.—3.° Cuando tienen sus tres lados iguales.—*Corolarios*. Fundándose en el último teorema ver las condiciones suficientes para que sean iguales los triángulos isósceles ó rectángulos.—*Escolios*. 1.° Sobre el caso de tener los triángulos tres ángulos iguales. 2.° En triángulos ya iguales, á lados iguales se oponen ángulos iguales y al contrario.

Teorema.—En todo triángulo la recta que parte del punto medio de un lado y es paralela á otro, divide al tercer lado en dos partes iguales y es igual á la mitad del lado á quien le es paralela.

Teorema.—En todo triángulo las tres medianas se cortan en un mismo punto. Aplicación al triángulo equilátero, en que ese punto es el equidistante de los tres vértices y de los tres lados.

Cuadriláteros.—Definición de paralelógramo, rectángulo, rombo, cuadrado y trapecio.

Teorema.—Demostrar, 1.° Que en un paralelógramo, los lados opuestos son iguales, los ángulos opuestos son también iguales y que las diagonales se cortan en partes iguales. — *Recíprocamente*. 1.° Si un cuadrilátero tiene sus lados opuestos iguales, es paralelógramo. 2.° Si tiene sus ángulos opuestos iguales, es paralelógramo. 3.° Si tiene dos lados iguales y paralelos, es paralelógramo; y 4.° Si sus diagonales se cortan en partes iguales también el cuadrilátero es paralelógramo.

Teorema.—En el rombo además de las propiedades que como paralelógramo, tiene otras dos: 1.ª Que las diagonales son perpendiculares entre sí. 2.ª Que son bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen.—Recíprocos: 1.ª Si en un paralelógramo las diagonales son perpendiculares entre sí, la figura es un rombo. 2.° Si en un paralelógramo las diagonales son bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen, es un rombo.

Teorema.—En el rectángulo, además de las propiedades que tiene como paralelógramo tiene la propiedad de que sus diagonales son iguales.—*Recíproco*. Si en un paralelógramo las diagonales son iguales la figura es un rectángulo.—Demostrar que el cuadrado tiene todas las propiedades de todos los cuadriláteros.

Teorema. — En todo trapecio la recta que va del punto medio de unos de los lados no paralelos y es paralela á la base, divide al cuarto lado en dos partes iguales y es igual á la semi suma de las bases; y la parte de esta recta media comprendida entre las diagonales es igual á la semi-diferencia de las bases.—Igualdades de paralelógramos, rombos, rectángulos y cuadrados.

PAPELETA 6.ª—POLÍGONOS EN GENERAL.

Teorema.—Determinar el número de diagonales de un polígono.

Teorema.—En todo polígono la suma de sus ángulos es igual á tantas veces, dos rectos como lados tiene el polígono menos dos.—Diferentes modos de descomponer un polígono en triángulos.

Teorema.—Si se prolongan todos los lados de un polígono convexo en un mismo sentido, la suma de los ángulos que se forman exteriormente vale cuatro ángulos rectos.—Observación sobre el mayor número de ángulos agudos que puede tener un polígono convexo.

Igualdad de polígonos.—Dos polígonos son iguales: 1.° Cuando tienen todos sus lados iguales menos uno y todos los ángulos iguales menos los dos ángulos adyacentes al lado no considerado. — 2.° Cuando tienen iguales todos los ángulos menos uno y todos los lados iguales menos los que forman el ángulo considerado.—3.° Cuando tienen iguales todos los ángulos menos uno y todos los ángulos iguales menos tres consecutivos.—4.° Cuando tienen un lado igual y las distancias desde los extremos de este lado á los demás vértices respectivamente iguales.—Número de condiciones necesarias y suficientes para que dos polígonos sean iguales.—Definición de simetría con respecto á un centro ó con respecto á un eje, ó igualdad de las figuras simétricas en ambos casos.

PAPELETA 7.ª—CIRCUNFERENCIA.

Definición de la circunferencia, círculo, centro, radio, arco, cuerda, diámetro, sector, segmento y corona, secante, tangente y normal.

Teorema.—Demostrar que la circunferencia es el lugar geométrico de los puntos de un plano que equidistan de un punto fijo; dos circunferencias de igual radio son iguales.

Demostrar que el diámetro es la mayor de todas las cuerdas y divide á la circunferencia y al círculo en dos partes iguales.

Teorema.—Por tres puntos que no estén en línea recta puede pasar una circunferencia y solo una.—Caso en que los tres puntos estén en línea recta y consecuencias.

Teorema.—En una misma circunferencia ó en circunferencias iguales, arcos iguales subtienden cuerdas iguales y el mayor subtiende mayor cuerda; en este último caso el arco se supone menor que media circunferencia y recíprocos.

Teorema.—El diámetro perpendicular á una cuerda divide á ésta y á los arcos que subtiende en partes iguales.—Condiciones que cumple el diámetro perpendicular á una cuerda.

Teorema.—En un mismo círculo ó en círculos iguales, cuerdas iguales equidistan del centro y de dos cuerdas desiguales la mayor dista menos del centro que la menor, suponiendo los arcos menores que media circunferencia.—Recíprocos de los dos casos.

Tangentes.—*Teorema*.—La tangente á una circunferencia es perpendicular al radio que va al punto de contacto y recíprocamente la perpendicular al radio en su extremo es tangente á la circunferencia.—Observaciones sobre las tangentes consideradas como límites de las posiciones de la secante, ya girando alrededor de uno de los puntos de intersección, ya moviéndose paralelamente á sí misma.—Definiciones de curvas convexas y ángulo de dos curvas que se cortan.—Normales y oblicuas, normal mínima.

Teorema.—Toda oblicua tiene su longitud comprendida entre las dos normales que parten de un punto de la oblicua.

Posiciones relativas de dos circunferencias.—*Teorema*. — Cuando dos circunferencias se cortan, la recta que une los centros es perpendicular á la cuerda común y la divide en dos partes iguales.—Averiguar en las cinco posiciones que pueden tener en un mismo plano dos circunferencias, las relaciones de magnitud entre la distancia de los centros y la suma ó diferencia de los radios y recíprocos.

PAPELETA 8.ª—MEDIDAS EN GENERAL.

Definición de medida de una cantidad y de módulo.—Ideas generales sobre las medidas y diferentes casos que pueden presentarse. — Magnitudes proporcionales, definición.

Teorema.—Si dos magnitudes varían simultáneamente de tal modo que á dos valores iguales de la primera correspondan dos valores iguales de la segunda, y á un valor de la primera que sea la suma de las correspondientes de aquéllas, dichas magnitudes son proporcionales, y recíprocamente si dos magnitudes son proporcionales hay correspondencia en sus valores en igualdad y en suma.—Definir cuándo una magnitud es proporcional á otras varias de que depende.

Teorema.—Cuando una magnitud es proporcional á otras varias de que depende, la relación de dos valores de la primera es igual al producto de las relaciones de los valores correspondientes de todas las demás variables.

Medida de la línea recta.—Averiguar la mayor medida común de dos rectas y probar que hay rectas inconmensurables.

Medidas del arco.—Distintos conceptos con relación á la medida de un arco.

Divisiones de la circunferencia.—División centesimal y división sexagesimal. Ejemplos de expresar un mismo arco en las dos divisiones.

Transportador.—*Medida del ángulo*.—Teorema.—En un mismo ó en círculos iguales, ángulos iguales subtienden arcos iguales si están descritos con el mismo radio, y si un ángulo es la suma de otros dos su arco correspondiente es igual á la suma de los arcos correspondientes á los otros dos.—Medida del ángulo en el centro, medida del ángulo inscrito, del ángulo que tenga su vértice fuera del círculo ó dentro de él.—Recíprocos y lugares geométricos que de ello se deduce. Arco capaz de un ángulo dado.

PAPELETA 9.ª—PROBLEMAS.

Descripción sucinta de los instrumentos necesarios en el dibujo lineal.—Problema 1.° Por un punto de una recta formar un ángulo igual á un ángulo dado. 2.° Por un punto tirar una recta paralela á otra dada. 3.° Por un punto fuera de una recta trazar otra que forme con la dada un ángulo igual á un ángulo dado. 4.° Trazar una perpendicular á una recta limitada, por su punto medio, por un punto cualquiera, por su extremo, sin que la recta se pueda prolongar ó por un punto fuera de ella.—Trazar la paralela y la perpendicular á una recta por medio de la escuadra. 5.° Hallar la bisectriz de un ángulo, caso en que no se conozca el vértice. 6.° Construir un triángulo, dados dos lados y el ángulo comprendido ó dos ángulos y un lado, ó los tres lados ó dos lados y el ángulo opuesto.—Discusión.—Caso particular del triángulo rectángulo. Construir un polígono igual á otro dado.

Problemas sobre la circunferencia.—1.° Hacer pasar una circunferencia por tres puntos, caso en que estos puntos estén muy separados. 2.° Inscribir una circunferencia en un triángulo. 3.° Trazar una tangente á una circunferencia por un punto de ella, por un punto fuera ó paralela á una recta dada.—Trazar tangentes comunes á dos circunferencias y escolios. — Discusión.— Idea general de los diferentes métodos que existen para resolver problemas.

PAPELETA 10.—LÍNEAS PROPORCIONALES Y SEMEJANZA DE FIGURAS.

Ventajas de la admisión de las cantidades negativas en los problemas geométricos.—Demostrar que siempre existen dos puntos en la recta que une otros dos puntos fijos que la divide en una relación dada.

Teorema. — Cuando una serie de paralelas cortan á dos secantes, las dividen en partes proporcionales.

Teorema.—Toda paralela á un lado de un triángulo divide á los otros dos en partes proporcionales.—Recíprocamente. Si sobre dos lados de un triángulo existen dos puntos que dividan á estos lados en partes proporcionales, la recta que los une es paralela al tercer lado.

Teorema.— En todo triángulo la bisectriz de un ángulo divide al lado opuesto en dos segmentos aditivos que son proporcionales con los lados adyacentes y la bisectriz del ángulo externo divide á la base en dos segmentos substractivos que son proporcionales con los lados adyacentes.

Recíprocos.—Si una recta que parta del vértice de un triángulo divide á la base en dos segmentos aditivos que sean proporcionales con los lados adyacentes, esta recta es bisectriz del ángulo interior, y si divide á la base en dos segmentos sustrativos proporcionales con los lados adyacentes, esta recta es bisectriz del ángulo exterior.—Deducción de este recíproco

Teorema.— En todo triángulo inscrito en un círculo el diámetro perpendicular á uno de los lados queda dividido armónicamente por los otros dos lados.

Recíproco.— Si en un triángulo inscrito en un círculo se verifica que dos de sus lados dividen armónicamente á su diámetro, este diámetro es perpendicular al tercer lado.— Deducir de esto el lugar geométrico de los puntos cuyas distancias á dos puntos fijos es constante.

PAPELETA 11.—DEFINICIÓN DE RECTAS ANTIPARALELAS.

Teorema.—Cuando dos lados de un ángulo son cortados por dos rectas antiparalelas, el producto de los dos segmentos que resultan á partir del vértice sobre un mismo lado es constante y recíprocamente.—Si dos rectas no cortan á los lados de un ángulo de modo que el producto de los dos segmentos, contados sobre cada lado del vértice, sea constante, dichas rectas son antiparalelas con respecto á los lados del ángulo.—Caso particular en que las dos rectas partan de un punto de uno de los lados.

Teorema.—Si por un punto del plano de un círculo se trazan dos secantes, el producto de los dos segmentos determinados por la circunferencia sobre cada una de ellas, á partir de aquel punto, es constante.—El punto puede estar en el interior ó exterior á la circunferencia.—*Recíprocamente.*—Cuando dos rectas limitadas, prolongadas si es necesario, se cortan en un punto tal que den lugar á la conclusión del teorema directo, los cuatro extremos de dichas rectas están en una circunferencia.—Aplicación al caso de la tangente y la secante y recíproco. Deducir también del teorema directo, que la ordenada al diámetro es media proporcional entre los segmentos del diámetro y recíproco.

PAPELETA 12.—FIGURAS SEMEJANTES.

Definiciones.—*Lema.*—Toda paralela á un lado de un ángulo determina con los otros dos un triángulo semejante al propuesto.

Teorema.—Dos triángulos son semejantes: 1.° Cuando son equiángulos. 2.° Cuando tiene dos lados proporcionales ó igual el ángulo comprendido. 3.° Cuando tienen sus lados homólogos proporcionales. 4.° Cuando tienen sus lados respectivamente paralelos ó perpendiculares.—Observaciones sobre la igualdad y semejanza de las figuras.

Teorema.—Dos polígonos compuestos del mismo número de triángulos respectivamente semejantes y semejantemente dispuestos son semejantes. — *Recíprocamente.* Dos polígonos semejantes pueden descomponerse en el mismo número de triángulos semejantes y semejantemente dispuestos.

Teorema.—Dos polígonos de igual número de lados son semejantes cuando se sabe que todos los lados menos uno en cada polígono son de dos en dos proporcionales, é iguales del mismo modo los ángulos en que no intervengan los exceptuados.

Teorema.—Dos polígonos de igual número de lados son semejantes, si se sabe que todos los ángulos menos uno del primero son iguales respectivamente á otros tantos del segundo, y que los lados que forman estos ángulos, menos los del exceptuado, son proporcionales.—Observación sobre el menor número de condiciones que deben tener dos polígonos para ser semejantes.—Definición de puntos y rectas homólogas.

Teorema.—En dos polígonos semejantes las rectas homólogas están en la misma relación que los lados homólogos.

Teorema.—La relación de los perímetros de dos polígonos semejantes es la misma que la de sus lados homólogos.

Teorema.—Todas las rectas que parten de un mismo punto dividen á dos paralelas en partes proporcionales.—*Recíproco.* Si varias secantes cortan en partes proporcionales á dos paralelas, las secantes concurren en un mismo punto.

PAPELETA 13.—RELACIONES MÉTRICAS ENTRE LOS ELEMENTOS DE UN TRIÁNGULO.

Proyección de un punto ó de una recta sobre otra que esté en su plano.—Proyección octogonal.

Teorema.—Si desde el vértice del ángulo recto de un triángulo rectángulo se baja una perpendicular á la hipotenusa se verifica: 1.° Que el triángulo total queda dividido en dos semejantes á él, y por lo tanto semejantes entre sí. 2.° Dicha perpendicular es media proporcional entre los dos segmentos que determina sobre la hipotenusa. 3.° Cada cateto es medio proporcional entre la hipotenusa y su proyección sobre ella. 4.° Los cuadrados de los tres lados son proporcionales á las proyecciones de ellos sobre la hipotenusa. 5.° El cuadrado del número que mide á la hipotenusa es equivalente á la suma de los cuadrados de los números que miden á los catetos.—Aplicación de este teorema á los diámetros, sus ordenadas y cuerdas que vayan á parar á sus extremos.—La diagonal y el lado del cuadrado son rectas inconmensurables.—*Teorema.* En todo triángulo el cuadrado del lado opuesto á un ángulo agudo, es igual á la suma de los cuadrados de los otros dos disminuída en el duplo de uno de ellos por la proyección del otro sobre él. *Teorema.* En todo triángulo obtusángulo el cuadrado del lado opuesto al ángulo obtuso es igual á la suma de los cuadrados de los otros dos, aumentada en el duplo de uno de ellos por la proyección del otro sobre él.—Deducir de estas propiedades de qué especie son los ángulos de triángulo cuando se conocen los valores de sus lados.

PAPELETA 14.—PROBLEMAS.

Dividir una recta en partes proporcionales á varias rectas ó números dados.—Hallar la cuarta proporcional á tres rectas dadas.—Hallar la tercera proporcional á dos rectas dadas.—Hallar la media proporcional á dos rectas dadas.—Hallar dos rectas de las que se conocen su suma y su producto.—Encontrar dos rectas de las que se conocen su diferencia y su producto.—Dividir una recta en media y extrema razón.—Construir un polígono semejante á otro dado, ya se conozca un lado ó la relación de semejanza.—Construcción y uso de la escala.—Compás de reducción: su objeto y uso.

PAPELETA 15. — POLÍGONOS REGULARES.

Definición de polígono regular y de línea poligonal regular.

Teorema.—Todo polígono regular es á la vez inscriptible y circunscriptible.—Definición de centro, radio, apotema, ángulo en el centro y su valor.—*Teorema.* En toda circunferencia se puede siempre inscribir un polígono regular.—Los polígonos regulares de igual número de lados son semejantes y sus lados proporcionales á sus radios y apotemas.—Polígonos regulares estrellados, orden ó género y especie.—Dado un polígono regular inscrito en una circunferencia inscribir otro de doble número de lados y hallar el valor del lado de éste en función del de aquél y del radio.

Problemas.—Inscribir geométricamente los lados del triángulo equilátero, cuadrado, exágono y determinar sus valores en función del radio.

Medida de la circunferencia.—Ideas generales para medir un arco de curva.—Una circunferencia es el límite común de los perímetros de dos polígonos, uno inscrito y otro circunscrito, cuyo número de lados crece indefinidamente.—Longitud de la circunferencia.—Valor de π.—Las circunferencias son proporcionales á sus radios y á sus diámetros.—Longitud de un arco.—Definición de radián; amplitud del radián.

PAPELETA 16.—AREAS.

Definiciones.— Distinción entre igualdad y equivalencia.

Teorema.—Dos rectángulos de la misma base y de la misma altura son iguales; si tienen iguales bases, son entre sí como sus alturas; si tienen igual altura, son entre sí como sus bases, y si tienen diferentes bases y alturas, son entre sí como el producto de sus bases por sus alturas.—Determinar el área del rectángulo, paralelógramo, tiángulo y de un polígono cualquiera, caso de que el polígono sea regular.—Hallar el área del trapecio.—Fórmula de Simpson.—Area del círculo, sector, segmento y corona. — Comparación de las áreas de las figuras planas y de las figuras planas semejantes.

Problemas sobre áreas.— Transformar un triángulo en otro equivalente, conservando la base.—Transformar un polígono en otro equivalente que tenga un lado menos.—Transformar un polígono un triángulo equivalente.

Geometría en el espacio.

PAPELETA 17.—DEFINICIÓN DE PLANO.

Posiciones que puede tener una recta con respecto á un plano.—Condiciones para que un plano esté determinado.—Posiciones relativas de dos rectas.—Posiciones relativas de rectas y planos.—Posiciones relativas de dos planos.

Teorema.—Por un punto dado del espacio siempre se puede trazar una paralela á una recta y sólo una.

Teorema.—Si dos rectas son paralelas todo plano que corte á una de ellas cortará también á la otra.

Teorema.—Si dos rectas son paralelas toda recta paralela á una de ellas es paralela á la otra ó se confunde con ella. Corolarios: 1.° Todas las paralelas que se pueden trazar á una dirección dada por los diferentes puntos de una recta están en un plano. 2.° Si por dos rectas paralelas se hacen pasar dos planos que se corten, la intersección es paralela á las rectas.

Paralelismo de rectas y planos.—Teorema.—Si una recta es paralela á otra situada en un plano, es paralela al plano. Corolarios: 1.° Si dos rectas son paralelas, todo plano que pase por una de ellas es paralela á la otra ó se confunde con ella. 2.° Por un punto pueden pasar infinitos planos paralelos á una recta.—Condiciones que debe cumplir una recta para ser paralela á un plano.

Teorema.—Si una recta es paralela á un plano y por un punto de éste se traza una paralela á aquélla, la paralela estará contenida en el plano.—Corolario. Si una recta es paralela á dos planos que se cortan, es paralela á su intersección.—*Teorema.* Si una recta es paralela á un plano y se hace pasar por ella un plano que corte al primero, la intersección es paralela á la situada fuera del plano.

Teorema.—Si una recta es paralela á un plano y por varios puntos de ellas se tiran paralelas que lo encuentren, los segmentos de estas rectas comprendidos entre la recta y el plano paralelo son iguales.

PAPELETA 18.—PLANOS PARALELOS.

Definición.—*Teorema.*—Si dos planos son paralelos toda recta que corte uno de ellos corta al otro, y todo plano que corte al primero corta al segundo, siendo entonces sus intersecciones rectas paralelas.—Corolarios: 1.° Si dos planos son paralelos toda recta paralela á uno de ellos ó contenida en él es paralela al otro ó está situada en él. 2.° Si dos planos son paralelos, todo plano paralelo á uno de ellos es paralelo al otro ó se confunde con él. 3.° Si se tienen dos planos paralelos y por un punto de uno de ellos se trazan rectas paralelas al otro, todas estas rectas están contenidas en el primero. 4.° Por un punto del espacio se puede siempre trazar un plano paralelo á otro dado y sólo uno.

Teorema.—Por dos rectas que se cruzan puede siempre pasar un sistema de planos paralelos y nada más que uno. Corolario. Dos ángulos cuyos lados son paralelos tienen sus planos paralelos.

Teorema.—Dos ángulos cuyos lados sean respectivamente paralelos serán iguales ó suplementarios.

Teorema.—Dos segmentos de dos paralelas comprendidas entre planos paralelos son iguales.

Teorema.—Tres planos paralelos cortan á dos rectas cualesquiera en partes proporcionales; el teorema es cierto para cualquier número de secantes.—Observaciones sobre el teorema recíproco.

PAPELETA 19.—RECTAS Y PLANOS PERPENDICULARES.

Definición de perpendicular y oblicua á un plano.

Teorema.—Si una recta es perpendicular á otras dos no paralelas entre sí, pero paralelas al plano ó situadas en él, la recta primera es perpendicular al plano.—Condiciones necesarias y suficientes para que la recta sea perpendicular al plano.

Teorema.—Si dos rectas son paralelas, todo plano perpendicular á una de ellas es perpendicular á la otra.—Si dos planos son paralelos, toda recta perpendicular á uno de ellos, lo es al otro.—*Recíprocamente.*—Dos rectas perpendiculares á un mismo plano son paralelas.—Dos planos perpendiculares á una misma recta son paralelos.

Teorema.—Por un punto dado siempre se puede trazar un plano perpendicular á una recta y sólo uno.

Teorema.—Por un punto dado se puede siempre trazar una recta perpendicular á un plano y sólo una.

Teorema.—Si una recta es perpendicular á un plano, toda perpendicular á la recta ó es paralela al plano ó está situada en él.—Corolario. El lugar geométrico de los puntos del espacio que equidistan de los extremos de una recta, son los del plano perpendicular á la recta trazado por su punto medio.

Teorema.—Si desde un punto exterior á un plano se baja una perpendicular y varias oblicuas se verifica: 1.° La perpendicular es menor que cualquiera oblicua. 2.° Las oblicuas cuyos pies equidistan del pie de la perpendicular son iguales, y de dos oblicuas cuyos pies no equidisten del pie de la perpendicular la que dista más es la mayor.—Recíprocos.—Lugar geométrico de los pies de las oblicuas iguales á un plano.

PAPELETA 20.—PLANOS PERPENDICULARES

Definición.—*Teorema.*—Si una recta es perpendicular á un plano, todo plano que pase por ella ó que le sea paralelo será perpendicular al primero.—Corolarios: 1.° Por una recta perpendicular á un plano pasan infinitos planos perpendiculares al primero. 2.° Si una recta es oblicua ó paralela al plano, sólo existe uno, que es el determinado por ella y por una perpendicular al plano trazada por un punto de ella.—Escolios: 1.° El lugar geométrico de las perpendiculares á un plano por los distintos puntos de una recta es el plano perpendicular al dado y que pasa por la recta. 2.° Los planos paralelos tienen sus planos perpendiculares comunes.

Teorema.—Si dos planos son perpendiculares entre sí, toda perpendicular á uno de ellos estará situada en el otro ó le será paralela.

Teorema.—Si dos planos son perpendiculares entre sí y en uno de ellos se traza una perpendicular á la común intersección, esta perpendicular será también perpendicular al otro plano.

Teorema.—Si dos planos son perpendiculares á un tercero, la intersección es también perpendicular al tercer plano.—Observaciones cuando tres planos sean perpendiculares entre sí dos á dos.

Horizontales y verticales.—Definición de vertical, plano vertical, plano horizontal, horizontal y recta inclinada.

PAPELETA 21.—PROYECCIONES.

Definición general de proyección de un punto sobre un plano y de proyección octogonal del mismo; nombres de las rectas que determinan las proyecciones. Condiciones con que deben cumplir las dos proyecciones de un mismo punto sobre dos planos que se cortan.—Regla para determinar la proyección de una línea cualquiera sobre un plano; nombres que se les da á las superficies que determinan las proyecciones de las líneas.

Teorema.—La proyección de una recta sobre un plano es otra recta.—Demostrar que no basta que la proyección de una línea sea recta para que ella lo sea y qué es lo que se puede asegurar en ese caso.—Demostrar que en general la recta está determinada cuando se conocen sus proyecciones sobre dos planos que se cortan; caso particular en que no se puede asegurar que la línea del espacio sea recta, á pesar de serlo sus proyecciones.—Relaciones de magnitud entre las rectas del espacio y sus proyecciones.

Teorema.—Demostrar que si dos rectas son paralelas sus proyecciones sobre un mismo plano son paralelas.—Hacer ver en qué casos se puede responder del paralelismo de las rectas del espacio cuando sean paralelas las proyecciones sobre dos planos que se cortan.

Teorema.—Si dos rectas son perpendiculares y una de ellas es paralela á un plano, las proyecciones de ambas rectas sobre dicho plano son también perpendiculares entre sí.—Caso en que una de las rectas en vez de ser paralela al plano esté situada en él.—Recíproco de los dos casos y teoremas de las tres perpendiculares.

Teorema.—Si una recta es perpendicular á un plano, la proyección de esta recta sobre un plano que corte al primero es perpendicular á la traza común de los dos planos.—Demostrar que el recíproco, en general, no es cierto, y condiciones que deben tener las proyecciones y las trazas para responder de su certeza.

PAPELETA 22.—ÁNGULOS DE RECTAS CON PLANOS.

Teorema.—Demostrar que el menor ángulo que una recta forma con las que pasan por su pie en un plano es el que forma con su proyección.

Teorema.—Si tenemos dos planos que se cortan y desde un punto de uno de ellos se traza una perpendicular á la intersección, esta recta es, de todas las que pasan por el punto elegido en el plano, la que forma mayor ángulo con él.

Problemas sobre rectas y planos.—Problema 1.° Por un punto trazar una recta paralela á un plano. 2.° Por un punto trazar un plano paralelo á una recta. 3.° Por un punto trazar un plano paralelo á otro dado. 4.° Por una recta trazar un plano paralelo á una recta dada. 5.° Por un punto trazar una perpendicular á un plano; hay que considerar dos casos, que el punto esté fuera del plano ó que sea un punto de él. 6.° Por un punto dado trazar un plano perpendicular á la recta; hay que considerar dos casos, que el punto sea de la recta ó que esté fuera de ella. 7.° Por un punto trazar un plano perpendicular á otro. 8.° Idem íd. íd. á otros dos. 9.° Por una recta trazar un plano perpendicular á otro plano dado. 10. Hallar la menor distancia de dos rectas que se cruzan.

PAPELETA 23.—ÁNGULOS DIEDROS.

Definiciones.—Ángulos diedros, caras aristas, diedros iguales, adyacentes, puestos por la arista y de ángulo plano correspondiente á un diedro y los dos modos de formarlo.

Teorema.—Si dos ángulos diedros son iguales sus rectilíneos correspondientes también lo son y recíprocamente, si los ángulos planos correspondientes á dos diedros son iguales, lo son también los diedros.—Idea sobre la magnitud y generación de un ángulo diedro; ángulo diedro recto.—Demostrar que cuando un ángulo diedro es recto, sus caras son perpendiculares entre sí.—Denominación de los ángulos diedros mayores y menores que el recto.—Como consecuencia de lo dicho se deduce: si un diedro es recto su rectilíneo también lo es; segundo, si el rectilíneo correspondiente á un diedro es recto, el diedro también lo es; tercero, todos los diedros rectos son iguales; cuarto, si dos diedros adyacentes tienen las caras no confundidas en un mismo plano, su suma es igual á dos rectos, y recíprocamente, si á dos diedros suplementarios se les coloca en la posición de adyacentes las caras no confundidas, forman un solo plano; quinto, los diedros opuestos por la arista son iguales; sexto, todos los diedros sucesivos que forman varios planos que pasan por una misma recta á un mismo lado de un plano, suman dos ángulos rectos, y los formados por varios planos alrededor de una recta, en todos sentidos, suman cuatro ángulos rectos.

Teorema.—Si un ángulo diedro equivale á la suma de otros dos, el rectilíneo correspondiente será igual á la suma de los rectilíneos correspondientes á los otros dos.—Deducir la medida de un ángulo diedro.

Teorema.—Si dos planos paralelos son cortados por un tercero, los ángulos; diedros alternos internos son iguales; lo son también los correspondientes, y la suma de los internos ó externos de un mismo lado de la secante son suplementarios.—Condiciones que deben tener las intersecciones de los planos para que el recíproco sea cierto.

Teorema.—Demostrar que el plano bisector de un ángulo diedro es el lugar geométrico de los puntos del espacio equidistantes de las caras del diedro.

PAPELETA 24.—ÁNGULOS POLIEDROS.

Definiciones.—Manera de leer un ángulo poliedro, caras, aristas, vértices, planos diagonales.

Poliedros convexos y cóncavos.—1.° Definir el ángulo poliedro convexo, y demostrar: Primero, que se puedan cortar todas las aristas por un mismo plano en puntos que están á un mismo lado y que la figura que resulta como intersección es un polígono convexo; Segundo, que una recta corta á la superficie de un ángulo poliedro convexo sólo en dos puntos; Tercero, que los planos diagonales de un ángulo poliedro convexo son interiores.—Clasificación de los ángulos poliedros, ángulos poliedros regulares y simétricos.

Teorema.—Dos ángulos triedros simétricos tienen todos sus elementos iguales pero no son superponibles y sólo lo son en el caso particular de tener uno de ellos dos ángulos diedros iguales; deducir de esto que en todo triedro á ángulos diedros iguales se oponen caras iguales.

PAPELETA 25.—DEFINICIÓN DE TRIEDROS SUPLEMENTARIOS.

Demostrar que á todo triedro le corresponde otro suplementario y manera de construir un triedro suplementario de otro dado.

Teorema.—En todo triedro una cara cualquiera es menor que la suma y mayor que la diferencia de las otras dos.—Corolarios. 1.° Si en el interior de un triedro y por su vértice se traza una recta cualquiera, y por ella y por dos aristas se hacen pasar dos planos, la suma de las caras envueltas es menor que las que envuelven. 2.° Si dos triedros tienen una cara común y dos caras que se cortan, la suma de las caras que se cortan es mayor que las que no se cortan. 3.° En todo triedro á mayor ángulo diedro se opone mayor cara.—Recíprocos.—En todo triedro á caras iguales se oponen ángulos diedros iguales y á mayor cara se opone mayor ángulo diedro.—Aplicación á un triedro que tenga sus tres caras iguales.

Teorema.—Si en un triedro un ángulo disminuye ó aumenta permaneciendo constantes las dos caras que lo forman, la cara opuesta disminuirá ó aumentará también. Corolarios: 1.° Si en dos triedros, dos caras del uno son iguales á dos caras del otro, y el diedro formado por esas dos caras en el primero, es mayor ó menor que el diedro formado por las mismas caras en el segundo, la tercera cara del primer triedro será mayor ó menor que la tercera cara del segundo. 2.° Si el diedro formado por las dos caras del primero fuese igual al diedro formado por las mismas caras en el segundo, la tercer cara también sería igual en los dos triedros.

Teorema.—Si dos triedros son tales que las caras del uno son respectivamente iguales á las caras del otro, también son iguales los ángulos diedros que en cada triedro se oponen á caras iguales.

Teorema.—En todo ángulo poliedro convexo la suma de sus caras es menor que cuatro rectos.

Teorema.—En todo ángulo triedro la suma de sus ángulos está comprendida entre dos y seis rectos y á un diedro cualquiera sumándole dos rectos vale más que la suma de los otros dos.

Igualdad de ángulos triedros.—Dos ángulos triedros son iguales cuando tienen: 1.° Dos caras iguales, igualmente dispuestas é igual el ángulo comprendido. 2.° Cuando tiene una cara igual y los ángulos diedros adyacentes iguales é igualmente dispuestos. 3.° Cuando tienen sus tres caras respectivamente iguales, é igualmente dispuestas. 4.° Cuando tienen sus tres diedros respectivamente iguales é igualmente dispuestos.

Demostrar que si teniendo las condiciones exigidas en los cuatro casos anteriores la disposición de los elementos fuese contraria, los triedros serían simétricos.—Estudio de los mismos teoremas relativos á los ángulos poliedros en en general.

PAPELETA 26.—LÍNEAS Y SUPERFICIES EN GENERAL

Generación de una línea secante, tangente y normal, á una curva cualquiera, plano tangente y plano normal.—Angulo de contingencia, plano osculador, ángulo de torsión, puntos singulares.—Generación de las superficies.—Generatriz y directriz.—Hacer ver que una misma superficie puede ser engendrada de diferentes modos.—Definición de tangente á una superficie en un punto.

Teorema.—Todas las tangentes que se le puede trazar á una superficie por un mismo punto están en general en un mismo plano.—Nombre del plano.—Normal y plano normal á una superficie por un punto.

Superficies de revolución.—Definición de meridiano y meridiana.

Teorema.—El plano tangente á una superficie de revolución en un punto es perpendicular al meridiano que pasa por ese punto.—*Teorema.* Todos los meridianos de una superficie de revolución son iguales.

Superficies regladas.—Definición de superficies alabeada ó gaucha y de superficie desarrollable.

Teorema.—En toda superficie desarrollable el plano tangente en un punto es el mismo para todos los puntos de la misma generatriz, y el plano tangente en un punto á una superficie alabeada es tangente en ese punto y secante en lo demás, resultando que es á la vez secante y tangente.—Medio de engendrar una superficie desarrollable.—Arista de retroceso.

PAPELETA 27.—SUPERFICIES CÓNICAS.

Su definición.—Definición de vértice, generatriz, directriz, eje, cono recto y cono recto circular.—Secciones paralelas á la base de un cono.—Plano tangente y sus propiedades.—Definición de sección principal.

Teorema.—Demostrar que la sección principal en un cono oblicuo de base circular corta á la superficie en dos generatrices, máxima y mínima.—Definición de sección antiparalela á la base de un cono circular oblicuo.

Teorema.—Demostrar que la sección antiparalela á la base de un cono oblicuo de base circular es un círculo.—Desarrollo de la superficie cónica en un plano. Cuando el desarrollo lo sea en un cono recto de base circular determinar la amplitud del arco del sector correspondiente.

Superficie cilíndrica.—Definición, generatriz, directriz, sección recta, cono de base circular y cono recto de base circular.—Las secciones paralelas en una superficie cilíndrica son iguales.—El plano tangente en un punto lo es á lo largo de la generatriz que pasa por ese punto y si es cilindro recto de base circular es perpendicular al plano meridiano relativo á la generatriz de contacto.—Desarrollo del cilindro en un plano.

Superficie esférica.—Definición de superficie esférica y de esfera.—Demostrar que la superficie esférica es el lugar geométrico de los puntos del espacio que equidistan de un punto fijo.—Definición de radio, diámetro, zona y su altura, casquete, huso, sector, segmento, cuña.

Teorema.—Por cuatro puntos que no están en un mismo plano pasa siempre una esfera y sólo una.—Caso en que los cuatro puntos que en el mismo plano y consecuencia.

Teorema.—Las secciones que resultan de cortar una esfera por un plano es un círculo.—Relación entre el radio de la esfera, el de un círculo trazado en ella y de su distancia al centro de la esfera y deducir de esto por qué á los círculos que pasan por el centro de la esfera se les llama máximos.—Consecuencias: 1.ª Dos círculos menores equidistantes del centro son iguales. 2.ª Dos círculos menores cualesquiera, el menor dista más del centro. 3.ª Para determinar un círculo menor se necesitan tres puntos y para un círculo máximo dos. 4.ª Dos círculos máximos se cortan mutuamente en partes iguales. 5.ª Un círculo máximo divide á la esfera y á su superficie en dos partes iguales.—Nombre que toma la mitad de la esfera. 6.ª Una recta no puede cortar á la superficie esférica en más de dos puntos. 7.ª Cualquier semi-círculo máximo sirve para engendrar la esfera.

PAPELENA 28.—DEFINICIÓN DE POLOS DE UN CÍRCULO DE LA ESFERA.

Teorema.—1.° El polo de un círculo de la esfera equidista de todos los puntos de la circunferencia de quien es polo. 2.° Si desde un punto de una superficie esférica, se traza con una abertura constante de compás una línea, esta línea es una circunferencia, y el punto elegido para centro su polo.—Definición de distancia polar y radio esférico.

Plano tangente.—*Teorema.*—La tangente en un punto á una curva cualquiera trazada en la superficie esférica es perpendicular al radio que va al punto de contacto.—Corolario: El plano tangente en un punto á una superficie esférica es perpendicular al radio que va al punto de contacto.—Recíprocamente: 1.° El plano perpendicular al radio, en el punto de contacto es tangente á la esfera. 2.° El plano tangente á una superficie esférica sólo tiene un punto común con ella y recíprocamente, todo plano que no tenga más que un punto común con la superficie esférica es un plano tangente.—Escolios: 1.° Por un punto de la superficie esférica pasa un plano tangente y sólo uno. 2.° Por un punto fuera de la superficie se pueden trazar infinitos planos tangentes á ella.—Cono circunscrito á la esfera.

Teorema.—Si dos superficies esféricas se cortan lo verifican según una circunferencia cuyo plano es perpendicular á la línea de los centros y cuyo centro está en esta recta.—Escolio. Si dos esferas tienen un solo punto común éste está situado en la línea que une los centros.—Posiciones relativas de dos esferas y relaciones de magnitud entre la distancia de sus centros y la suma y diferencia de los radios y recíprocos.

PAPELETA 29.—ÁNGULOS EN LA SUPERFICIE ESFÉRICA.

Definición. — *Teorema.* — El ángulo de dos arcos de círculo máximo está medido por el ángulo rectilíneo que forma las dos tangentes trazadas por el vértice á cada lado, por el ángulo diedro formado por los planos de los dos círculos, por el arco de círculo máximo descrito desde el vértice como polo con la cuerda del cuadrante, y por el arco de círculo máximo que une los polos de los dos círculos, tomados en un mismo sentido con respecto á los lados. 1.° El lugar geométrico de los polos de los círculos máximos variables que formen con un círculo máximo fijo un ángulo constante, son dos circunferencias de círculo máximo que tienen por polos los de círculo máximo fijo y cuyo radio esférico tiene la misma amplitud que mide el ángulo dado. 2.° Para que dos círculos máximos sean perpendiculares entre sí, es necesario y suficiente que los polos del uno estén en la circunferencia del otro. 3.° Cuando dos circunferencias de círculo máximo se corten, forman cuatro ángulos, los adyacentes son suplementarios y los opuestos por el vértice son iguales.

Polígonos esféricos.—Definiciones, ángulos, lados, vértices, polígonos esféricos convexos, demostrar que cada lado de un polígono esférico convexo es menor que media circunferencia de círculo máximo.—Clasificación de los polígonos esféricos, ángulos poliedros correspondientes á los polígonos esféricos y relaciones entre sus elementos.

Polígonos esféricos simétricos.—Relaciones entre los elementos de dos polígonos esféricos simétricos y demostrar que en general no son superponibles.—Corolarios: 1.° En todo polígono esférico convexo, un lado cualquiera es menor que la suma de los demás, y si se trata de un triángulo un lado cualquiera es menor que la suma y mayor que la diferencia de los otros dos. 2.° En todo triángulo esférico, á mayor ángulo se opone mayor lado. 3.° En un triángulo esférico isósceles, á los lados iguales se oponen ángulos iguales; y en un triángulo cualquiera á mayor lado se opone mayor ángulo. 4.° Si dos triángulos esféricos tienen dos lados respectivamente iguales y el ángulo comprendido en uno es menor que el ángulo comprendido en el otro, también el lado opuesto al primero es menor que el opuesto al segundo. 5.° Si dos triángulos esféricos tienen sus lados respectivamente iguales, también lo son los ángulos opuestos á los lados iguales. 6.° En todo polígono esférico convexo, la suma de sus lados es menor que una circunferencia de círculo máximo. 7.° Si dos triángulos esféricos tienen un lado común, y los lados del uno envuelven á los del otro, la suma de los lados envueltos es menor que la suma de los que envuelven. 8.° Si dos triángulos esféricos tienen un lado común y otros que se cortan, la suma de los lados que se cortan es mayor que la suma de los que no se cortan.

PAPELETA 30. — TRIÁNGULOS ESFÉRICOS POLARES Ó SUPLEMENTARIOS.

Definición de triángulos polares.—Modo de escoger los vértices del triángulo polar de uno dado.—*Teorema.*—Si un triángulo esférico es polar de otro éste lo es del primero.

Teorema.—En dos triángulos esféricos polares, un lado de uno de ellos es suplemento del ángulo esférico opuesto en el otro y al contrario, por cuya razón se les llama suplementarios.—Corolarios: 1.° En todo triángulo esférico la suma de los ángulos está comprendida entre dos y seis rectos. 2.° A cualquier ángulo de un triángulo esférico se le suman dos rectos y vale más que la suma de los otros dos.—Como consecuencia de esto demostrar que el triángulo esférico birectángulo, el vértice del ángulo oblicuo es polo del lado opuesto y que el ángulo en el polo tiene por medida el ángulo opuesto.—Un triángulo esférico trirectángulo, es la octava parte del área de la esfera.

Igualdad de triángulos esféricos—Dos triángulos esféricos son iguales: 1.° Cuando tienen un lado igual y los ángulos adyacentes respectivamente iguales. 2.° Cuando tienen iguales dos lados é igual el ángulo comprendido. 3.° Cuando tienen sus tres lados iguales. 4.° Cuando tienen sus tres ángulos iguales. Suponiendo que los elementos que se comparan tienen la misma posición.—Demostrar que los triángulos esféricos serían simétricos si los elementos que se comparan tuvieran disposición contraria.

PAPELETA 31. — DEFINICIÓN Y COMPARACIÓN DE DOS TRIÁNGULOS ESFÉRICOS SEMEJANTES.

Teorema.—El camino más corto que existe entre dos puntos de la superficie de una esfera es el menor de los dos arcos de círculo máximo que pasa por los dos puntos.

Teorema.—Si desde un punto de una superficie esférica se traza un arco de círculo máximo perpendicular á otro y varios oblicuos se verifica si el arco de círculo máximo perpendicular es menor que un cuadrante: 1.° Que el perpendicular es menor que todos los oblicuos. 2.° Que dos oblicuos cuyos pies equidistan del pie del perpendículo son iguales. 3.° Que el oblicuo cuyo pie se aleja más del pie perpendículo es el mayor.—Demostrar que en el caso de ser el perpendículo mayor que un cuadrante sucede lo contrario, esto es, que el perpendículo es mayor que todos los oblicuos, y que el oblicuo cuyo pie dista más del pie del perpendículo es el menor. — Recíprocos.—Corolarios: 1.° Si un arco de círculo máximo es perpendicular á otro en su punto medio, el primero es el lugar geométrico de los puntos de la superficie esférica que equidistan de los extremos de dicho arco. 2.° En un triángulo esférico isósceles, el arco de círculo máximo que une el vértice con el punto medio de la base, corta ortogonalmente á esta y divide al ángulo del vértice en dos ángulos iguales. 3.° En todo triángulo esférico rectángulo cada cateto y su ángulo opuesto son de la misma especie.

PAPELETA 32.— PROBLEMAS SOBRE LA ESFERA

1.° Hallar el radio de una esfera sólida. 2.° Dados dos puntos en la superficie de una esfera hacer pasar por ellos un arco de círculo máximo. 3.° Dado en una superficie esférica un punto y un arco de círculo máximo hacer pasar por el punto un arco de círculo máximo perpendicular al dado. 4.° Trazar á un arco de círculo otro que le sea perpendicular en su punto medio. 5.° Hallar el polo del círculo menor que pasa por tres puntos. 6.° Dados en una superficie esférica un punto y un arco de círculo máximo, trazar por el punto otro arco de círculo máximo que forme con el dado un ángulo conocido. 7.° Construir un triángulo esférico, dados: I. Un lado y los dos ángulos adyacentes.—II. Dos lados y el ángulo comprendido.—III. Dados los tres lados.—IV. Dados los tres ángulos.—V. Dado dos lados y en ángulo opuesto á uno de ellos.—VI. Dado dos ángulos y el lado opuesto á uno de ellos.

PAPELETA 33.—POLIEDROS.

Definiciones.—Caras, vértices, aristas, diagonales, poliedros, convexos. Nombres que toman según el número de caras.

Pirámides.—Definiciones de base, altura, pirámide troncada, pirámide deficiente, tronco de pirámide y segunda especie; pirámide regular y sus propiedades.—Cono inscrito y circunscrito.

Teorema.—En todo tretaedro se verifica que los planos bisectores de los tres diedros, cuyas aristas van á un mismo vértice se cortan según una recta, cuyos puntos equidistan de las tres caras del triedro formadas por las tres aristas.—Y los planos bisectores de los tres diedros, cuyas aristas pertenecen á una misma cara, se cortan en un mismo punto que equidista de las cuatro caras del tetraedro, y, por lo tanto, es el centro de la esfera inscrita en el tetraedro.

Teorema.—Si por los puntos medios de las aristas que pertenecen á una misma cara, se levantan planos perpendiculares á las aristas, se cortan en una misma recta, cuyos puntos equidistan de los tres vértices de la cara de referencia, y si los planos perpendiculares se hubieran levantado por los puntos medios de las aristas que forma un mismo vértice triedro se cortarán en un mismo punto que equidista de los cuatro vértices del triedro, y, por lo tanto, es el centro de la esfera circunscrita.

Teorema.—En todo tetraedro se verifica, que las rectas que unen cada vértice en los puntos de intersección de las medianas de la cara opuesta, se cortan en un mismo punto, que se encuentra en las citadas rectas á la cuarta parte á contar desde la cara y á las tres cuartas partes á contar del vértice.

Teorema. — Cortando á una pirámide por un plano paralelo á la base se verifica: 1.° Las aristas laterales y la altura quedan divididas en partes proporcionales. 2.° La sección que resulta es semejante á la base. 3.° Las áreas de la base y de la sección paralela son entre sí como los cuadrados de sus distancias al vértice.

Teorema.—Si á dos pirámides de igual altura se cortan por planos paralelos á las bases y á la misma distancia de ellas, las áreas de las secciones están en la misma relación que las áreas de las bases. Escolio.—Si las bases fueran equivalentes las secciones también lo serían.

PAPELETA 34.—PRISMAS.

Definiciones, alturas, bases, caras laterales, sección recta, prisma troncado, prisma recto, prisma regular.—Cilindro inscrito y circunscrito.—Paralelepípedo. Paralelepípedo recto y paralelepípedo rectángulo, cubo.

Teorema.—En todo paralelepípedo se verifica: 1.° Las caras opuestas son iguales. 2.° Los triedros opuestos son simétricos. 3.° Las diagonales se cortan en partes iguales. 4.° Toda recta que pasa por el punto de intersección de las diagonales y se limite en la superficie, queda dividida por el punto en dos partes iguales.—Corolarios: 1.° Cualquier cara de un paralelepípedo puede servir de base. 2.° Todo plano que corte á cuatro aristas paralelas de un paralelepípedo, corta á las cuatro caras correspondientes á un paralelógramo.—3.° Formar un paralelepípedo conociendo un triedro y la longitud de los tres aristas que lo forman. 4.° Las cuatro diagonales de un paralelepípedo rectángulo son iguales.

Teorema.—En un paralelepípedo rectángulo, el cuadrado de la diagonal es igual á la suma de los cuadrados de las tres aristas que concurren en un mismo vértice, que en los paralelepípedos de esta clase se llaman dimensiones.—Corolario.—En un cubo el cuadrado de la diagonal es igual al triplo del cuadrado de la arista.

Teorema.—Las secciones causadas en un prisma por planos paralelos son polígonos iguales.—Corolario. Si se corta un prisma por un plano paralelo á la base, la sección es un polígono igual á ella.

PAPELETA 35.—IGUALDAD DE POLIEDROS.

Cuando se dice que dos cuerpos son iguales, que son semejantes ó que son equivalentes.

Teorema.—Dos tetraedros son iguales cuando tiene iguales y dispuestos de la misma manera: 1.° Un diedro y las dos caras que lo forman. 2.° Una cara y los tres diedros adyacentes. 3.° Las aristas respectivamente iguales.—Todo poliedro puede descomponerse en tetraedros.

Teorema.—Dos pirámides son iguales cuando tiene iguales un ángulo triedro formado por la base y dos caras laterales, y dispuestos de la misma manera.

Teorema.—Dos pirámides regulares son iguales si tiene igual base é igual altura.

Teorema. — Dos prismas son iguales cuando las tres caras que forman un triedro en el primero son iguales respectivamente á las tres caras que forman otro triedro en el segundo estando colocados además semejantes colocados.—Escolios: 1.° Dos prismas rectos son iguales cuando tiene bases y alturas iguales. 2.° Dos paralelepípedos son iguales en los mismos casos que los prismas, pero si son rectángulos bastan que tengan iguales las tres aristas. 3.° Dos cubos son iguales cuando tienen igual arista. 4.° Dos troncos de prismas rectos son iguales cuando tienen iguales bases é iguales é igualmente dispuestas las aristas laterales.

Teorema.—Dos poliedros son iguales cuando se componen del mismo número de tetraedros iguales é igualmente dispuestos.

PAPELETA 36.—SEMEJANZA.

Definición de los poliedros semejantes, caras, vértices, homólogos y relación de semejanza.—Demostrar que en dos poliedros semejantes las aristas homólogas son proporcionales.

Teorema.—Si se corta una pirámide por un plano paralelo á la base, la pirámide deficiente que resulta es semejante á la pirámide total.

Teorema.—Dos tetraedros son semejantes en los casos siguientes: 1.° Cuando tienen un diedro igual comprendido por dos caras semejantes y semejantemente dispuestas. 2.° Cuando tienen una cara semejante é iguales, é igualmente dispuestos los tres diedros adyacentes. 3.° Cuando tienen un triedro igual y las tres caras que lo forman respectivamente semejantes y semejantemente dispuestas. 4.° Cuando tienen respectivamente iguales y semejantemente dispuestos sus diedros. 5.° Cuando tienen sus aristas colocadas en el mismo orden proporcionales.

Teorema.—Dos poliedros compuestos del mismo número de tetraedos semejantes y semejantemente dispuestos son semejantes.

Recíproco.—Dos poliedros semejantes pueden descomponerse en el mismo número de tetraedos semejantes y semejantemente dispuestos.—Definición de puntos y rectas homólogos.

Teorema.—En dos poliedros semejantes las rectas homólogas están en la misma relación que las aristas homólogas.

PAPELETA 37.—AREAS.

Definición de área de un cuerpo cualquiera y manera de determinar la de un poliedro.

Teorema.—El área de la superficie lateral de una pirámide regular es igual á la mitad del perímetro de su base por su apotema.

Teorema.—El área de la superficie lateral de un tronco de pirámide regular es igual á la semisuma de los perímetros de sus bases por su apotema, ó al perímetro de la sección media por la apotema.—*Teorema.* El área de la superficie lateral de un prisma es igual al perímetro de la sección recta por su arista lateral.—Caso del ser el prisma recto.

Areas de las superficies curvas.—Teorema.—El área de la superficie lateral de un cono de revolución es igual á la mitad de la circunferencia de su base por su apotema.

Teorema.—El área de la superficie lateral de un tronco de cono de revolución es igual á la semisuma de las circunferencias de sus bases por su apotema, ó á la circunferencia media por la apotema.

Teorema.—El área de la superficie lateral de un cilindro cualquiera es igual al perímetro de su sección recta por la generatriz.—Caso del cilindro de revolución y del tronco de cilindro de revolución.

PAPELETA 38.

Teorema.—El área de la superficie engendrada por una recta limitada que gira alrededor de otra estando situadas en un mismo plano y la móvil en una misma región con respecto á la recta fija, es igual á la proyección de la recta móvil sobre el eje, multiplicada por la circunferencia que tiene por radio la perpendicular levantada en el punto medio de la recta móvil hasta su encuentro con el eje.

Teorema.—El área de la superficie engendrada por una línea poligonal regular que gira alrededor de un eje fijo situado en su plano, y que pasa por su centro sin cortarlo, es igual á la proyección de la línea quebrada sobre el eje, multiplicada por la circunferencia inscrita en la línea poligonal.—Corolario: El área de la zona es igual al producto de su altura por una circunferencia de círculo máximo.—Caso de la zona de una base y expresar su área en función de la cuerda del arco generador.

Teorema.—El área de la esfera es igual al producto de su altura por una circunferencia de círculo máximo.

Teorema.—El área del huso es igual á la cuarta parte del área de la esfera por el número que mide su ángulo.

PAPELETA 39.—VOLÚMENES.

Definición de volumen de un cuerpo.

Poliedros.—Teorema: 1.° Dos paralelepípedos rectángulos de igual base é igual altura son iguales. 2.° Si un paralelepípedo rectángulo tiene la misma base que otros dos y su altura es igual á la suma de las alturas de los otros dos, su volumen es igual á la suma de los volúmenes de los otros dos. 3.° Dos paralelepípedos rectángulos cualesquiera son entre sí como los productos de sus tres dimensiones.—Determinar según esto la medida del volumen de un paralelepípedo rectángulo en función de sus tres dimensiones ó del área de su base y su altura. Volumen del cubo.

Teorema. — Dos paralelepípedos que tengan una cara común y las opuestas á estas en un mismo plano y comprendidas entre las mismas paralelas son equivalentes.

Teorema.— Dos paralelepípedos que tengan la misma base y la misma altura son equivalentes.—*Teorema.*—Todo paralelepípedo puede transformarse en otro rectángulo equivalente.

Teorema.—El volumen de un paralelepípedo cualquiera es igual al producto del área de su base por su altura.—*Teorema.*—Todo prisma tiene por volumen el producto del área de su base por la longitud de su altura.

Teorema. — Dos tetraedros de bases equivalentes é igual altura son equivalentes.—*Teorema.*—Un tronco de prisma triangular equivale á tres tetraedros que tengan por base la del tronco y por vértices los de la otra base del tronco.—*Teorema.*—El volumen de un tetraedro y de una pirámide cualquiera es igual al tercio de su altura por el área de su base.

PAPELETA 40.

Teorema.—1.° El volumen de un tronco de prisma triangular es igual al producto del área de su base por el tercio de la suma de las tres perpendiculares trazadas á dicha base por los vértices de la superior.—Caso particular de ser el tronco de prisma recto. 2.° Expresar también el volumen del tronco de prisma oblicuo en función de sus aristas laterales y de la sección recta.

Teorema.—El volumen de un tronco de pirámide de bases paralelas es equivalente á la suma de los volúmenes de tres pirámides que tengan por altura común la del tronco y por bases respectivas la inferior, la superior y una media proporcional entre ellas.—Fórmula del volumen del tetraedro regular en función de su arista.

PAPELETA 41.—CUERPOS REDONDOS.

Teorema.—El volumen de un cilindro cualquiera es igual al producto del área de su base por la longitud de su altura. Escolio.—El volumen de un cilindro de revolución es igual al área de su base, multiplicada por la longitud de su eje.—*Teorema.*—El volumen de un cono cualquiera es igual al producto del tercio del área de su base por la longitud de su altura.

Teorema.—El volumen de un tronco de cono de bases paralelas equivale á la suma de los volúmenes de tres conos que tienen la misma altura del tronco y por bases respectivas la mayor del tronco, la menor y una media proporcional entre ellas.—*Teorema.* El volumen engendrado por un triángulo que gira alrededor de un eje trazado en su plano por uno de sus vértices y exterior á él, tiene por medida el producto del área de la superficie que engendra el lado opuesto al vértice fijo por el tercio de la longitud de la altura correspondiente á este lado.

Teorema.—El volumen engendrado por un sector poligonal regular que gira alrededor de uno de sus lados un diámetro exterior á su superficie, tiene por expresión el área de la superficie que engendra la línea poligonal que le sirve de base por el tercio de la longitud de su apotema.—Corolario: El volumen engendrado por un sector circular que gira alrededor de un diámetro exterior á su superficie tiene por expresión el área de la zona que engendra el arco del sector multiplicada por el tercio de la longitud del radio.

Teorema. El volumen de la esfera es igual al producto del área de su superficie por el tercio del radio.

Teorema.—El volumen de una cuña esférica es igual á la cuarta parte de la esfera multiplicada por el número que expresa la medida de su ángulo diedro.

PAPELETA 42.

Volumen de un cuerpo cualquiera por un método aproximado. *Comparación de áreas y volúmenes de los cuerpos. Teorema.* En dos poliedros semejantes sus áreas son proporcionales á los cuadrados de las líneas homólogas.

Teorema.—Las áreas de las superficies laterales y totales de dos troncos de conos semejantes, de dos conos semejantes, de dos cilindros semejantes, son entre sí como los cuadrados de sus alturas, de sus generatrices y de los radios de sus bases.

Teorema.—Las áreas de dos casquetes semejantes, de dos zonas semejantes, de dos usos semejantes y de dos esferas son entre sí como los cuadrados de los radios de las esferas á que pertenecen.

Teorema.—Los volúmenes de dos *pirámides semejantes*, de dos prismas semejantes ó de dos poliedros semejantes, son entre sí como los cubos de sus aristas homólogas.

Teorema.—Los volúmenes de dos troncos de conos semejantes, de dos conos semejantes ó de los cilindros semejantes, son entre sí como los cubos de sus líneas homólogas.

Teorema.—Los volúmenes de dos sectores esféricos semejantes, de dos cuñas semejantes y de dos esferas, son entre sí como los cubos de los radios de las esferas á que pertenecen.

Comparación de las áreas y de los volúmenes engendrados por un triángulo equilátero que gira alrededor de una de sus alturas, de un cuadrado que gira alrededor de la recta que une los puntos medios de dos lados opuestos y el de la esfera engendrada por el círculo inscrito en el triángulo ó cuadrado, lo que exige que el triángulo y el cuadrado estén circunscritos al círculo que engendra la esfera.

Programa de Trigonometría rectilínea.—Texto, García y Barreda.

PAPELETA 1.ª

Nociones preliminares.—Definiciones.—Modo de determinar la posición de un punto y una recta en un plano.—Definición de Trigonometría.—Magnitud angular y su medida.—La dirección del lado movible con respecto al fijo de un ángulo, es función periódica de éste.

PAPELETA 2.ª

Nociones preliminares.—Definición de las funciones trigonométricas.—Justificación de las denominaciones empleadas.—Relaciones entre las funciones trigonométricas y deducción del valor de una de ellas el de todas las demás.

PAPELETA 3.ª

Funciones trigonométricas.—Expresar las funciones trigonométricas de un ángulo positivo cualquiera por medio de las de un ángulo del primer cuadrante. Funciones trigonométricas de los ángulos 30°, 60° y 45°.

PAPELETA 4.ª

Funciones trigonométricas.—Expresiones generales de los ángulos que tienen igual seno y cosecante, coseno y secante, tangente y cotangente.—Variaciones de los valores de las funciones trigonométricas, sus cambios de signo y valores extremos cuando el ángulo varía de cero á 2π.—Funciones trigonométricas de los ángulos negativos. Límite de las relaciones $\frac{\text{sen}\ \theta}{\theta}$ y $\frac{\tan\ \theta}{\theta}$ cuando θ tiende hacia cero.

PAPELETA 5.ª

Funciones trigonométricas.—Seno y coseno de la suma y diferencia de los ángulos y su generalización.—Suma y diferencia de dos senos y de dos cosenos y relación entre ellos.

PAPELETA 6.ª

Funciones trigonométricas.—Tangente de la suma y diferencia de dos ángulos. Suma y diferencia de dos tangentes y relaciones entre ellas.—Relaciones entre las funciones trigonométricas de un ángulo y las de su mitad.—Ejercicios.

PAPELETA 7.ª

Tablas de logaritmos.—Exposición elemental de los principios teóricos fundamentales de la construcción de ellas.—Funciones trigonométricas que comprenden las más usuales y disposición general de las mismas.—Descripción detallada, explicación y uso de las tablas de Graiño, Cornejo, Herrero y Ribera en todos los casos á que se aplican.

PAPELETA 8.ª

Logaritmos.—Preparación para el cálculo logarítmico de las expresiones de la fórmula $X = a \pm b$, $X \frac{a-b}{a+b}$, $X = a \text{ sen}\varphi \pm b \cos\varphi$; $X = a \cos\varphi \pm b \text{ sen } \varphi$, por medio de las funciones trigonométricas.

PAPELETA 9.ª

Triángulos rectilíneos.—Fórmulas que ligan sus elementos por el intermedio de las funciones trigonométricas.—Resolución de los triángulos rectángulos.

PAPELETA 10.

Triángulos rectilíneos oblicuángulos.—Resolución de triángulos en general en los casos siguientes (Obtención de las fórmulas): Primer caso: Dados los tres lados.—Segundo caso: Dados sus lados y el ángulo comprendido.

PAPELETA 11.

Triángulos rectilíneos oblicuángulos.—Resolución de triángulos en general en los casos siguientes (Obtención de las fórmulas): Tercer caso: Dados dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos.—Cuarto caso: Dados un lado y los dos ángulos adyacentes.—Quinto caso: Dados un lado y dos ángulos, uno adyacente y el otro opuesto.

Programa parcial de trigonometría esférica.

PAPELETA 1.ª

Trigonometría esférica.—Triángulo esférico.—Sistema de fórmulas que ligan los seis elementos de un triángulo esférico, por el intermedio de las funciones trigonométricas.—Fórmulas que ligan tres lados y un ángulo.—Generalización de las fundamentales que son inmediatamente aplicables á la resolución de los triángulos.

PAPELETA 2.ª

Triángulos esféricos.—Fórmulas que encierran tres ángulos y un lado.—Fórmulas que ligan dos lados y los dos ángulos opuestos.—Fórmulas que ligan dos lados, el ángulo comprendido y el opuesto á uno de ellos.

PAPELETA 3.ª

Triángulos esféricos rectángulos.—Fórmulas particulares para los triángulos esféricos rectángulos y propiedades que de ellas se derivan.—Consideraciones acerca de la resolución en general de los triángulos rectángulos.—Resolución de un triángulo rectángulo conociendo la hipotenusa y un cateto.

PAPELETA 4.ª

Triángulos esféricos rectángulos.—Resolución de un triángulo rectángulo en los siguientes casos: cuando se conocen los dos catetos; cuando se conocen la hipotenusa y uno de los ángulos oblicuos; cuando se conocen los dos ángulos oblicuos.

PAPELETA 5.ª

Triángulos esféricos rectángulos.—Resolución de un triángulo esférico rectángulo cuando se da un lado y el ángulo oblicuo adyacente.—Idem cuando se conoce su ángulo opuesto, con la discusión correspondiente.

PAPELETA 6.ª

Triángulos esféricos oblicuángulos.—Consideraciones acerca de la resolución de triángulos esféricos en general.—Resolución de un triángulo esférico cuando se dan los tres lados, con todas las consideraciones acerca de este caso.

PAPELETA 7.ª

Triángulos esféricos oblicuángulos.—Resolución de un triángulo conociendo los tres ángulos, con todas las consideraciones acerca de este caso, deducidas de las fórmulas.

PAPELETA 8.ª

Triángulos esféricos oblicuángulos.—Determinación de las analogías de Neper y de Gauss.

PAPELETA 9.ª

Triángulos esféricos oblicuángulos.—Resolución de un triángulo esférico cuando se dan dos lados y el ángulo comprendido, con todas las consideraciones acerca de este caso.

PAPELETA 10.

Triángulos esféricos oblicuángulos.—Resolución de un triángulo esférico cuando se conocen un lado y los dos ángulos adyacentes, con todas las consideraciones acerca de este caso.

PAPELETA 11.

Triángulos esféricos oblicuángulos.—Resolución de un triángulo esférico cuando se conocen dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos.—Obtención de las fórmulas y observaciones acerca de ellas en cuanto á la elección de ángulo auxiliar. Resolución cuando se dan dos ángulos y el lado opuesto á uno de ellos, con las mismas observaciones que el anterior.

PAPELETA 12.

Triángulos esféricos oblicuángulos.—Discusión de las fórmulas en el caso de ser conocidos dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos y observaciones acerca del caso de conocer dos ángulos y el lado opuesto á uno de ellos.

MINISTERIO DE HACIENDA

REALES ÓRDENES

Ilmo. Sr.: Vista la instancia suscrita por D. Ludovico Tarting, Consejero de la Cámara de Comercio de Ceret (Francia), en súplica de que se habilite el punto de la frontera denominado Coll del Pou, por donde pasa el camino de herradura que une al pueblo de Ceret con el español de Massanet de Cabrenys, para poder importar leñas y troncos de árbol sin labrar, destinados al sostenimiento de las galerías de la mina de silicato de magnesia que el recurrente posee en arrendamiento por diez años en el término de Massanet de Cabrenys:

Resultando que el interesado funda su petición en que los bosques franceses se hallan á corta distancia de la frontera, y á considerable distancia los españoles de la referida mina:

Resultando que el Coll del Pou pertenece á la demarcación de la Aduana de La Junquera, existiendo en Massanet de Cabrenys un puesto de Carabineros, al cual le está encomendada la vigilancia del referido punto de Coll del Pou:

Vistos los informes de las Autoridades de la provincia de Gerona, todos ellos favorables á la habilitación solicitada:

Considerando que la madera cuya importación se pretende es de fácil reconocimiento y devenga escasos derechos:

Considerando que la habilitación que se solicita tiene carácter provisional, y, por lo tanto, cesará al terminar el arrendamiento de la misma, con arreglo á lo preceptuado en la disposición 4.ª del apéndice 1.º de las Ordenanzas de Aduanas; y

Considerando que de accederse á lo solicitado no pueden ser perjudicados los intereses del Tesoro, los cuales se hallan suficientemente garantidos, favoreciéndose considerablemente la riqueza minera de aquella comarca,

S. M. el REY (q. D. g.), conformándose con lo propuesto por esta Dirección General, se ha servido acordar se habilite el punto de la frontera hispano francesa nombrado Coll del Pou, en el término de Massanet de Cabrenys, de la provincia de Gerona, para importar con carácter provisional leñas y troncos de árboles sin labrar, documentadas ó intervenidas estas importaciones por la Aduana de La Junquera, bajo la vigilancia de los Carabineros del puesto de Massanet de Cabrenys, y siendo de cuenta del interesado los gastos de locomoción y las dietas reglamentarias cuando las operaciones que hayan de efectuarse en Coll del Pou exijan la presencia de un empleado pericial de la Aduana de La Junquera.

De Real orden lo digo á V. I. para su conocimiento y efectos oportunos. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 22 de Marzo de 1912.

NAVARRO REVERTER.

Señor Director general de Aduanas.

Ilmo. Sr.: Vista la instancia suscrita por el Director Gerente de la Sociedad anónima Antracitas de Viñón, domiciliada en Villaviciosa (Oviedo), solicitando se conceda la habilitación del fondeadero de Tazones, y los embarcaderos de La Espuncia y El Calero, situados en la ría de Villaviciosa, para embarcar las antracitas producto de las minas de la expresada Sociedad:

Resultando que la Administración de Aduanas de Gijón informa favorablemente la solicitud, expresando que el fondeadero de Tazones tiene puesto fijo de Carabineros del Reino; que el punto La Espuncia está también vigilado por hallarse habilitado para embarque y desembarque de productos de la fábrica de sidra El Gaitero, y que el denominado El Calero puede ser vigilado por los carabineros del Puntal, debiéndose efectuar las operaciones de embarque con documentación de la Aduana de Villaviciosa, á cuyo Administrador se le habrán de satisfacer las dietas correspondientes:

Resultando que la Comandancia de Carabineros expresa que, si bien sería muy beneficioso para el desarrollo de la industria minera de aquella región, la concesión que se solicita se hará preciso aumentar el personal encargado de la vigilancia de aquellos puntos;

Resultando que por la Comandancia de Marina, la Cámara de Comercio, Industria y Navegación, la Jefatura de Caminos, Canales y Puertos y la Delegación Regia del Consejo de Industria y Comercio se informa favorablemente lo solicitado;

Visto el artículo 3.º de las Ordenanzas de Aduanas:

Considerando que con la concesión que se solicita no se perjudican los intereses del Tesoro y se favorece el desarrollo de aquella industria,

S. M. el REY (q. D. g.), de conformidad con lo propuesto por esa Dirección General, se ha servido disponer:

1.º Que se conceda la habilitación del fondeadero de Tazones, y de los embarcaderos de La Espuncia y El Calero, situados en la ría de Villaviciosa, para embarque de carbones minerales en régimen de cabotaje.

2.º Que estas operaciones se efectúen con documentación de la Aduana de Villaviciosa.

3.º Que las dietas á que tenga derecho el funcionario que intervenga en las operaciones, deben abonarse por la Sociedad ó el particular que solicite el embarque.

De Real orden lo digo á V. I. para su conocimiento y efectos consiguientes. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 25 de Marzo de 1912.

N. REVERTER.

Señor Director general de Aduanas.

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA Y BELLAS ARTES

REALES ÓRDENES

Ilmo. Sr.: En cumplimiento del artículo 2.º del Real decreto de 21 de Agosto último,

S. M. el REY (q. D. g.) ha tenido á bien disponer:

1.º Que se anuncie en concurso de traslado, por término de veinte días, á contar desde la publicación de esta Real orden en la GACETA, una plaza de Profesora numeraria de la Sección de Ciencias de la Escuela Normal elemental de Maestras de Soria, dotada con el sueldo anual de 1.500 pesetas.

2.º Que sólo podrán aspirar á esa plaza por el presente concurso las Profesoras numerarias de la misma Sección de Ciencias de las Escuelas Normales elementales de Maestras que estén en posesión del título profesional correspondiente.

3.º Las condiciones de preferencia para la resolución de este concurso serán las determinadas en los artículos 4.º, 5.º y 6.º del citado Real decreto; y

4.º Que las aspirantes eleven sus instancias á esa Dirección General, acompañadas de sus hojas de servicio por conducto de sus Jefes inmediatos.

De Real orden lo digo á V. I. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 20 de Marzo de 1912.

ALBA.

Señor Director general de Primera enseñanza.

Ilmo. Sr.: Establecida por las alumnas de la Escuela Normal Central de Maestras la Cantina Escolar Normalista, que viene á realizar una finalidad tan eminentemente práctica y filantrópica, y con la instauración de la cual, no sólo han demostrado su altruismo sus generosas iniciadoras, sino su amor profesional, procurando ponerse por todos los medios á la altura de los principales Centros pedagógicos escolares del extranjero,

S. M. el REY (q. D. g.) ha tenido á bien resolver que se las den las gracias en su Real Nombre.

De Real orden lo digo á V. I. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 22 de Marzo de 1912.

ALBA.

Señor Director general de Primera enseñanza.

Ilmo. Sr.: S. M. el Rey (q. D. g.) ha tenido á bien declarar desiertas las oposiciones celebradas para proveer la Cátedra de Derecho administrativo vacante en la Universidad de Santiago, disponiendo al propio tiempo que de nuevo se anuncie para su provisión en el tiempo y forma que determina el Real decreto de 24 de Abril de 1908.

De Real orden lo digo á V. I. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 23 de Marzo de 1912.

ALBA.

Señor Subsecretario de este Ministerio.

Ilmo. Sr.: De conformidad con lo propuesto por la Junta para ampliación de estudios é investigaciones científicas,

S. M. el Rey (q. D. g.) ha tenido á bien prorrogar por tres meses la Delegación conferida á D. Agustín Viñales Pardo, limitando la pensión mensual asignada á 350 pesetas.

De Real orden lo digo á V. I. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 23 de Marzo de 1912.

ALBA.

Señor Subsecretario de este Ministerio.

Ilmo. Sr.: En vista de un oficio del Director del Instituto general y técnico de Cuenca, acompañando una relación de obras donadas con destino á la Biblioteca provincial y de dicho Instituto, por D. Carlos Ferrand y López,

S. M. el Rey (q. D. g.) se ha servido disponer que se den las gracias á dicho señor por su importante donativo y se publique esta Real orden en la Gaceta de Madrid, como ejemplo digno de ser imitado en favor de la cultura patria.

De Real orden lo digo á V. I. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 25 de Marzo de 1912.

ALBA.

Señor Subsecretario de este Ministerio.

Ilmo. Sr.: En vista del informe favorable de la Junta facultativa de Archivos, Bibliotecas y Museos y del emitido por la Real Academia de la Historia, igualmente favorable, que se insertó con la Real orden de 8 de Noviembre de 1911, renovando la suscripción á la «Revista de Archivos, Bibliotecas y Museos», que se publica en esta Corte,

S. M. el Rey (q. D. g.) se ha servido resolver que se adquieran 300 ejemplares, correspondientes al presente año, de la Revista de que se trata, al precio de 10 pesetas cada uno, y que su importe total, ó sean 3.000 pesetas, se libren, previo el parte de ingreso en el Depósito de libros, con cargo al crédito de 500.000 pesetas consignado, entre otros extremos, para adquisición de libros, en el capítulo 18, artículo único, concepto 21 del presupuesto vigente de este Ministerio, á favor de D. José Pillado, Administrador de la citada Revista.

De Real orden lo digo á V. I. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 26 de Marzo de 1912.

ALBA.

Señor Subsecretario de este Ministerio.

MINISTERIO DE FOMENTO

REAL ORDEN

Vista la comunicación del Presidente de la Junta Central de Colonización y Repoblación interior, de 27 de Febrero último, solicitando se autorice á favor de D. Leopoldo del Prado, Presidente de la Junta local de Sanlúcar de Barrameda (Cádiz), el gasto de 100.000 pesetas para continuar durante el actual trimestre los trabajos de instalación de la Colonia mandada establecer en el monte Pinar de la Algaida, de dicho término municipal:

Vistos los artículos 4.° de la Ley de 27 de Diciembre de 1910, 14 en su número 3.° y 25 del Reglamento para el régimen de dicha Junta local, aprobado por la Junta Central y publicado en la Gaceta de 15 de Enero del pasado año de 1911, y teniendo en cuenta la conveniencia de estos trabajos y la necesidad de que no se interrumpan por carecer la Junta de los fondos necesarios,

S. M. el Rey (q. D. g.) se ha servido disponer que con cargo al capítulo 6.°, artículo único, concepto 3.° del presupuesto vigente de este Ministerio, se autorice á favor del expresado D. Leopoldo del Prado, Presidente de la Junta local de colonización del monte Pinar de la Algaida, el gasto de 100.000 pesetas para atender á los de instalación de dicha Colonia durante el presente trimestre; debiendo expedirse el correspondiente libramiento á su nombre y hacerse la justificación en la forma que establecen las disposiciones vigentes sobre contabilidad y el artículo 35 del Reglamento orgánico de la citada Junta, y no incluirse entre los gastos que se satisfagan ninguno de los que deben ser objeto de contrata, con arreglo á lo que dispone el capítulo 5.° de la ley de Hacienda pública de 1.° de Julio de 1911 y Real orden del mismo Ministerio de 16 de Diciembre siguiente.

De Real orden lo digo á V. I. para su conocimiento y efectos. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 9 de Marzo de 1912.

GASSET.

Señor Ordenador de Pagos de este Ministerio.

ADMINISTRACIÓN CENTRAL

MINISTERIO DE ESTADO

Subsecretaría.

OBRA PÍA

Los opositores á la plaza de pensionado por la pintura de Paisaje, vacante en la Academia Española de Bellas Artes en Roma, se servirán presentarse en la Real Academia de Bellas Artes de San Fernando (Alcalá, 13) el martes día 2 del próximo mes de Abril, á las seis de la tarde, para dar comienzo al primer ejercicio.

Madrid, 27 de Marzo de 1912.=El Subsecretario, Manuel González Hontoria.

Asuntos contenciosos.

El Cónsul de España en Orán, participa á este Ministerio el fallecimiento de los súbditos españoles:

Pedro Pérez López, de cincuenta años de edad, natural de Fortuna (Murcia), de estado viudo.

Joaquín Fenoll Castelet, de cuarenta y seis años de edad, natural de Murcia, soltero, hijo de Marco y Antonia.

Cristóbal Navarro Martínez, de cincuenta y cinco años de edad, natural de Montellano (Sevilla), hijo de Manuel y María.

Madrid, 26 de Marzo de 1912.=El Subsecretario, Manuel González Hontoria.

MINISTERIO DE GRACIA Y JUSTICIA

Subsecretaría.

En el Juzgado de primera instancia de Alfaro, se halla vacante por traslación de D. Federico Orellana, la Secretaría judicial, de categoría de entrada, que debe proveerse por traslación, conforme á lo prevenido en el artículo 10 del Real decreto de 1.° de Junio de 1911.

Los Secretarios aspirantes presentarán sus instancias en la forma prevenida por el artículo 14 del mismo Real decreto, dentro del plazo de treinta días naturales, á contar desde la publicación de este anuncio en la Gaceta de Madrid.

Madrid, 27 de Marzo de 1912.—El Subsecretario, A. Montero.

En el Juzgado de primera instancia de Viver, se halla vacante por traslación de D. Luis Aranda, la Secretaría judicial, de categoría de entrada, que debe proveerse por traslación, conforme á lo prevenido en el artículo 10 del Real decreto de 1.° de Junio de 1911.

Los Secretarios aspirantes presentarán sus instancias en la forma prevenida por el artículo 14 del mismo Real decreto, dentro del plazo de treinta días naturales, á contar desde la publicación de este anuncio en la Gaceta de Madrid.

Madrid, 27 de Marzo de 1912.=El Subsecretario, A. Montero.

MINISTERIO DE LA GOBERNACIÓN

Subsecretaría.

Nombramiento expedido con esta fecha por este Ministerio con arreglo al turno reservado á la Ley de 10 de Julio de 1885, por el artículo 1.° de la de 14 de Abril de 1908:

D. Laureano Corral Añezcs, Oficial de quinta clase de Administración civil en el Gobierno de la provincia de la Coruña.

Madrid, 25 de Marzo de 1912.=El Subsecretario, N. Revertar.

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA Y BELLAS ARTES

Subsecretaría.

En virtud de oposición y propuesta del Tribunal calificador,

S. M. el Rey (q. D. g.) ha tenido á bien nombrar á D. Julián Besteiro y Fernández, Catedrático numerario de Lógica fundamental de la Facultad de Filosofía y Letras de la Universidad Central, con el sueldo anual de 5.000 pesetas y demás ventajas de la Ley.

Por consecuencia de este nombramiento, y con sujeción á lo dispuesto en el artículo 1.° del Real decreto de 31 de Julio de 1904, se declara vacante la Cátedra de Psicología, Lógica y Etica del Instituto de Toledo, de que es titular el señor Besteiro en la actualidad.

De Real orden comunicada, lo digo á V. S. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. S. muchos años.—Madrid, 14 de Marzo de 1912.—El Subsecretario, Rivas.

Señor Ordenador de Pagos por Obligaciones de este Ministerio.

Habiéndose padecido un error de copia al publicar en la Gaceta de Madrid la lista de los opositores á la Cátedra de Derecho Penal, de Sevilla, se reproduce debidamente rectificada:

«Dentro del plazo legal se han presentado las instancias de los aspirantes que siguen:

D. José María Campos y Pulido.
Agustín Rodríguez Aguilera.
José María González de Echevarri.
Gregorio de Peroda Ugarte.
Salvador Salom y Antequera.
Nicolás Rodríguez Aniceto.
Federico Castejón y Martínez.
Mariano Gómez González.
Emilio Benavent Hernández.
Manuel Carrasco Reyes.

Quedan excluídos de estas oposiciones los Sres. D. Eduardo Canencia y Gómez y D. José Monjo Bernal, por no estar comprendidos en el artículo 9.° del Real decreto de 24 de Abril de 1908.»

Madrid, 20 de Marzo de 1912.=El Subsecretario, Rivas.

Nota bibliográfica de una obra impresa en idioma castellano en el extranjero que D. Gabriel Molina, domiciliado en esta Corte, desea introducir en España después de haber cumplido las formalidades prevenidas en el Decreto ley de 14 de Septiembre de 1869 y Real orden de 19 de Mayo de 1893.

Nuevo método para aprender el Latín, por el Doctor Hermann Schnitzler, Profesor de lenguas para el uso privado y escolar.—Friburgo de Brisgovia (Alemania).—Tip. de B. Herder. 1912.— VIII + 223 páginas. 20 cm.: 4.°; rústica.

Madrid, 22 de Marzo de 1912.—El Subsecretario, Rivas.

Por Real orden de 23 del actual y órdenes de la misma fecha, han sido ascendidos:

D. Benito Gómez Trápaga, á Portero del interior de la Biblioteca Nacional.

D. Felipe Pasagali, á Conserje del Instituto general y técnico de Segovia.

D. Mauricio Rodríguez Prieto, á Bedel del mismo Instituto.

D. Ramón Ferrero Martínez, á Portero del ídem íd.

Lo que se publica en la Gaceta de Madrid en cumplimiento de lo dispuesto en el artículo 57 del Reglamento de 24 de Febrero de 1911.

Madrid, 27 de Marzo de 1912.=El Subsecretario, Rivas.

En virtud de examen, y por orden de 23 del actual, ha sido nombrado D. José Antón Bernardini, Mozo del Instituto general y técnico de Segovia.

Lo que se publica en la Gaceta de Madrid en cumplimiento de lo dispuesto en el artículo 57 del Reglamento de 24 de Febrero de 1911.

Madrid, 27 de Marzo de 1912.=El Subsecretario, Rivas.

Dirección General de Primera enseñanza.

Vista la instancia elevada á este Ministerio por D. Teodoro Guijarro Mena, solicitando que se le admita á las oposiciones á ingreso en las Secciones provinciales de Instrucción Pública, de las que fué excluído por haber presentado fuera de plazo la certificación de Penales, y teniendo en cuenta que presentó dentro del término legal el resto de la documentación,

Esta Dirección General ha acordado acceder á lo solicitado, declarando al solicitante y á D. Regino de Seña y Pablo, que se encuentra en igual caso; y que se conceda á D. Antonio Berrocal Martínez, D. Arturo Burgos Jiménez y D. Valentín Burgos Muñoz, á quienes sólo falta el referido certificado, en admisión condicional, á reserva de presentar aquél antes de comenzar los ejercicios de oposición.

Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 18 de Marzo de 1912.—El Director general, R. Altamira.

Señores Presidentes de las Juntas provinciales de Instrucción Pública de...

D.ª Guadalupe Fernández García acude á este Centro en solicitud de un duplicado del título de Maestra de primera enseñanza superior, que se la expidió en 9 de Julio de 1900 y que se la ha extraviado.

Lo que se hace público á los efectos del Real decreto de 27 de Mayo de 1855.

Madrid, 20 de Marzo de 1912.=El Director general, R. Altamira.

S. M. el Rey (q. D. g.) ha tenido á bien nombrar, en virtud de concurso de traslado á D.ª Dionisia Payo y Ruiz, profesora numeraria de la Sección de Ciencias de la Escuela Normal Elemental de Maestras de León, con el sueldo anual de 1.500 pesetas, declarándose vacante la plaza que sirve en la Normal de Soria.

De Real orden, comunicada por el señor Ministro, lo digo á V. S. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. S. muchos años. Madrid, 20 de Marzo de 1912.=El Director general, Altamira.

Señores Rectores de las Universidades de Oviedo y Zaragoza.

Extracto de la hoja de servicios de D.ª Dionisia Payo y Ruiz.

Maestra de Primera enseñanza Normal, con nota de Sobresaliente.

Por Real orden de 16 de Diciembre de 1910 fué nombrada, en virtud de oposición, Profesora numeraria de la Sección de Ciencias de la Escuela Normal Elemental de Soria, tomando posesión en 1.° de Enero de 1911.

Posee el título profesional de Profesora numeraria de Escuela Normal.

En el expediente de Arreglo escolar del Ayuntamiento de Meira (Lugo), el Consejo de Instrucción Pública ha emitido el siguiente dictamen:

«Visto el expediente de Arreglo escolar del Municipio de Meira (Lugo); y

»Resultando que el Ayuntamiento reclama contra el proyecto, alegando que varios grupos de población quedan á gran distancia de las capitalidades de los distritos escolares, y que la situación económica del Municipio no consiente aumentar los gastos de enseñanza, y formula un nuevo proyecto para el caso de que el Estado satisfaga dicho aumento;

»Resultando que la Junta local informa favorablemente, y la Inspección, Junta provincial y el Negociado y la Sección del Ministerio entienden, por el contrario, que debe desestimarse la reclamación:

»Considerando que el Ayuntamiento no expresa en su instancia ni en los documentos que acompaña los grupos de población que asegura quedan á gran distancia de las capitalidades de los distritos escolares, ni aduce razonamiento alguno que demuestre las ventajas de su proyecto sobre el que combate;

»El Consejo opina que procede desestimar la reclamación de que se trata y aprobar el proyecto.»

Y S. M. el Rey (q. D. g.), de acuerdo con el precedente informe, ha resuelto como en el mismo se propone.

De Real orden, comunicada por el señor Ministro, lo transmito á V. S. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. S. muchos años. Madrid, 20 de Marzo de 1912. = El Director general, R. Altamira.

Señor Rector del Distrito universitario de Santiago.

En el expediente de Arreglo escolar del Ayuntamiento de Villameá (Orense), el Consejo de Instrucción Pública ha emitido el siguiente dictamen:

«Visto el expediente de Arreglo escolar del Municipio de Villameá (Orense), y

»Resultando que el Ayuntamiento reclama contra la creación de dos Escuelas, por creerlas innecesarias y ocasionar un aumento de gastos que el Municipio no puede soportar:

»Resultando que la Junta local informa favorablemente, y la Inspección, Junta provincial y el Negociado y la Sección del Ministerio entienden, por el contrario, que debe desestimarse la reclamación:

»Considerando que la creación de las Escuelas de que se trata es en cumplimiento de lo dispuesto en la vigente ley de Instrucción Pública:

»Considerando lo mandado en la Real orden de 30 de Marzo de 1911,

»El Consejo opina que procede aprobar el proyecto.»

Y S. M. el Rey (q. D. g.), de acuerdo con el precedente informe, ha resuelto como en el mismo se propone.

De Real orden, comunicada por el señor Ministro, lo transmito á V. S. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. S. muchos años. Madrid, 20 de Marzo de 1912. = El Director general, R. Altamira.

Señor Rector del Distrito universitario de Santiago.

Real Academia de Medicina.

Por fallecimiento del Ilmo. Sr. Doctor D. Federico Olóriz y Aguilera, se halla vacante una plaza de Académico de número, con destino á la Sección de Anatomía y Fisiología normales y patológicas, que la Academia ha acordado anunciar y proveer en sesión de ayer.

Las condiciones que exigen los Estatutos en los candidatos á dicha plaza, son las siguientes:

1.ª Ser español.

2.ª Poseer el grado de Doctor ó el de Licenciado en la Facultad de Medicina, conferido en alguna Universidad del Reino.

3.ª Contar diez años, al menos, de antigüedad en el ejercicio de la profesión de Médico.

4.ª Haberse distinguido notablemente en las materias propias de la Sección por publicaciones originales importantes, por actos públicos ó por una práctica acertada y meritoria, que le haya granjeado crédito reconocido.

5.ª Hallarse domiciliado en esta Corte.

Las propuestas para la mencionada plaza, que deberán firmar tres Académicos de número, á lo menos, se admitirán en esta Secretaría de mi cargo durante los quince días siguientes á la publicación de este anuncio en la Gaceta de Madrid, y se acompañarán de la relación de los méritos de los candidatos, suscrita por éstos, y garantida con la firma de los proponentes, haciéndose constar en ella el lugar de su nacimiento, edad y títulos profesionales, con expresión de la fecha en que éstos fueron librados, y el número de su registro en los correspondientes libros.

Madrid, 26 de Marzo de 1912.=El Secretario perpetuo, Doctor Manuel Iglesias y Díaz.

MINISTERIO DE FOMENTO

Dirección General de Obras Públicas.

CARRETERAS.—CONSERVACIÓN Y REPARACIÓN

Habiéndose observado varios errores en la relación de obras comprensivas del plan de reparaciones, publicado en la Gaceta del 12 de Marzo de 1912, en la provincia de Granada, debe entenderse:

Que en la línea que dice «Alcaudete á Granada, kilómetros 426 al 452», debe decir «Bailén á Málaga, kilómetros 426 al 452», y

En donde se dice «Alcaudete á Granada, kilómetros 49 al 59», debe decir «Alcaudete á Granada, kilómetros 41 al 50».

Madrid, 22 de Marzo de 1912.=El Director general, P. O., Rendueles.

AGUAS

Vista una instancia suscrita por D. León Renaut y D. Pablo Pequignot, Consejero-Delegado de la Société Crédit Foncier et Agricole du Sud Espagne, solicitando se apruebe la transferencia que el primero hace al segundo en la representación que ostenta de la concesión de desecación y saneamiento de la marisma gallega de Aznalcázar:

Resultando debidamente legalizadas las firmas de la instancia y justificada la personalidad del Sr. Pequignot:

Visto el artículo 103 de la ley general de Obras Públicas,

S. M. el Rey (q. D. g.), conformándose con lo propuesto por esta Dirección General, ha tenido á bien acceder á lo solicitado.

De orden del señor Ministro lo comunico á V. S. para su conocimiento, el de los interesados y efectos consiguientes, con publicación en el *Boletín Oficial* de esa provincia. Dios guarde á V. S. muchos años. Madrid, 10 de Marzo de 1912. El Director general, Armiñán. Sr. Gobernador civil de Sevilla.

SERVICIO CENTRAL HIDRÁULICO

Ilmo. Sr.: Examinada la propuesta de distribución del crédito destinado á reparación, conservación y explotación de obras hidráulicas en el capítulo 22, artículo 3.°, concepto único del Presupuesto de obligaciones de este Ministerio, que ha formulado el Servicio Central Hidráulico para el año 1912,

S. M. el Rey (q. D. g.), de acuerdo con lo propuesto por esta Dirección General, ha tenido á bien aprobar la mencionada distribución, disponiendo que en la inversión de las cantidades consignadas á cada División se tenga presente que, sin autorización de esta Dirección General, no podrá realizarse transferencia alguna entre las señaladas para jornales y materiales y las señaladas para indemnizaciones.

De orden del señor Ministro lo comunico á V. I. para su conocimiento y efectos, con remisión de un ejemplar de la distribución. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 21 de Marzo de 1912.=El Director general, Zorita.

Señor Ordenador de pagos por Obligaciones de este Ministerio.

Distribución del crédito del capítulo 22, artículo 3.°, concepto único del presupuesto de Obligaciones del Ministerio de Fomento correspondiente á reparación, conservación y explotación.

	Pesetas.
División del Ebro.	
Defensa de la Revuelta del Burdelico en Utebo	1.500,00
Idem de íd. de Almozara (Zaragoza)	1.000,00
Indemnizaciones	750,00
División del Pirineo Oriental.	
Obras de defensa de San Juan Despí	1.200,00
Indemnizaciones	550,00
División del Júcar.	
Dique de Riola en el río Júcar	500,00
Idem de Albalat de la Ribera en el ídem	500,00
Idem de Benichembla en el río Jalón	500,00
Conservación del Canal de avenidas de Vinalopó	1.000,00
Indemnizaciones	1.500,00
División del Segura.	
Canal del Reguerón — Reparación	»
Canal del Reguerón — Conservación	1.000,00
Canal de Totana	2.500,00
Pantano de Valdeinfierno	1.000,00
Defensa de Orihuela	600,00
Indemnizaciones	2.500,00
División del Sur de España.	
Ramblas de Almería	1.500,00
Encauzamiento del Guadalmedina	»
Obras de defensa de Berja	500,00
Indemnizaciones	1.500,00
División del Guadalquivir.	
Defensa de Ecija contra el Genil	1.500,00
Idem de Sevilla contra el Guadalquivir	2.000,00
Indemnizaciones	1.000,00
División del Guadiana.	
Canal del Gran Prior	8.000,00
Encauzamiento del Amarguillo	1.000,00
Indemnizaciones	3.500,00
División del Tajo.	
Real Acequia del Jarama	45.000,00
Indemnizaciones	2.500,00
División del Duero.	
Encauzamiento del Bernesga en León	6.000,00
Indemnizaciones	2.000,00
División del Miño.	
Encauzamiento del río Negro en Luarca	5.000,00
Defensa de la carretera de Torrelavega contra el Besaya	400,00
Indemnizaciones	2.000,00
Servicio Central y Remanente para atenciones imprevistas	20.000,00
Total importe del crédito	120.000,00

Madrid, 14 de Marzo de 1912.=El Ingeniero Jefe, Rodolfo Gelabert.=Aprobado por Real orden de 21 de Marzo de 1912.=El Director general, Zorita.

MADRID.—Est. Tip. "Sucesores de Rivadeneyra".—Paseo de San Vicente, núm. 20.