DIRECCIÓN-ADMINISTRACIÓN:
Calle del Carmen, núm. 29, principal.
Teléfono núm. 2.549.

VENTA DE EJEMPLARES:
Ministerio de la Gobernación, planta baja.
Número suelto, 0,50.

GACETA DE MADRID

SUMARIO

Parte oficial.

Presidencia del Consejo de Ministros:

Ministerio de la Guerra:

Ministerio de la Gobernación:

Ministerio de Estado:

Ministerio de la Guerra:

Ministerio de Hacienda:

Ministerio de Instrucción Pública y Bellas Artes:

Administración Central:

PARTE OFICIAL

PRESIDENCIA DEL CONSEJO DE MINISTROS

S. M. el REY Don Alfonso XIII (q. D. g.), S. M. la REINA Doña Victoria Eugenia y SS. AA. RR. el Príncipe de Asturias é Infantes Don Jaime, Doña Beatriz y Doña María Cristina, continúan sin novedad en su importante salud.

De igual beneficio disfrutan las demás personas de su Augusta Real Familia.

REALES DECRETOS

En el expediente y autos de competencia promovida entre el Gobernador civil de Lérida y el Juez de primera instancia de Balaguer, de los cuales resulta:

Que por el Procurador D. Jaime Valls, á nombre de los consortes D. Agustín Esteban y D.ª Pilar Bañeres, se presentó demanda de juicio declarativo de menor cuantía contra el Ayuntamiento de Algaire, sobre pago de cantidad en concepto de indemnización de daños y perjuicios causados en una finca de su propiedad, exponiendo los siguientes hechos:

Que D.ª Pilar Bañeres es propietaria, por herencia de su padre, de una huerta sita en el término de Algaire, y que en dicha finca había construído, para su uso exclusivo, una zanja de saneamiento que la cruza en toda su extensión, de Norte á Mediodía;

Que á corta distancia de la mencionada finca existe desde hace algunos años un lavadero público, que linda por Poniente con la acequia de Piñona, y se alimenta con el agua que por la misma discurre, y mediante un pequeño canal que cruza por la parte Norte de la finca de la demandante, desagua en la expresada acequia;

Que esta misma acequia es la que surte de aguas potables á las poblaciones de Algaire y Lérida, y por este motivo el Gobernador de la provincia, previo dictamen de la Junta de Sanidad, ordenó al Alcalde de Algaire, en Mayo de 1909, que evitase, por interés de la salud pública, que el lavadero tuviera un desagüe en la mencionada acequia;

Que á ruegos del Alcalde y por tratarse de atención tan preferente como la de la salud pública, que no admite demora, los demandantes consintieron que de una manera interina y sólo por algunos días, hasta tanto se diera una solución definitiva al asunto, se desviase de su cauce el desagüe del lavadero y se llevasen á verter sus aguas á la zanja existente en la finca descrita, y que se llegó á este acuerdo previa la promesa del Alcalde de dar pronta y definitiva solución al asunto y de indemnizar á los propietarios de los daños y perjuicios que se les irrogasen;

Que en virtud de este acuerdo y por orden del Alcalde, se construyó una presa de tierra en el desagüe del lavadero que desvió el curso de las aguas, dirigiéndolas á la zanja de la mencionada finca particular;

Que así pasó tiempo hasta que en el mes de Agosto de 1911 ordenó el Alcalde se construyese, en vez de la presa de tierra de que se ha hecho mérito, una pared de piedra y cemento, indicando el propósito de convertir en definitiva la forma de desagüe del lavadero público por la zanja de saneamiento de la finca de la demandante;

Que la realización de las referidas obras, además de significar un abuso del consentimiento dado en interés del vecindario, producía en derecho la imposición de una servidumbre de paso de agua por la finca particular de que se trata, ocasionando grandes perjuicios, pues las filtraciones habían convertido en pantanosa parte de la huerta que no se podía dedicar á los cultivos naturales;

Que los interesados habían dirigido una solicitud al Alcalde pidiéndole que ordenara la destrucción del muro construído para desviar las aguas sobrantes del lavadero y que les abonara la indemnización convenida, contestándoles la referida Autoridad que no podía acceder á lo solicitado, porque las obras se habían realizado por acuerdo del Ayuntamiento y en virtud de orden del Gobernador de la provincia, y que respecto á la indemnización no había en el presupuesto partida alguna para ello.

Terminaba la demanda con la súplica de que se condenara al Ayuntamiento á pagar á los demandantes la cantidad de 1.500 pesetas como indemnización de los daños y perjuicios que se les ha ocasionado, ó la mayor ó menor cantidad que resulte en virtud de las pruebas que se practiquen.

Que admitida la demanda y emplazado para su contestación el Alcalde de Algaire, el Gobernador de Lérida, de acuerdo con el informe de la Comisión provincial, requirió de inhibición al Juzgado, fundándose:

En que, según el artículo 23 de la ley Provincial, corresponde á los Gobernadores velar por el cumplimiento de las leyes sanitarias, adoptando en casos necesarios, bajo su responsabilidad y con toda premura las medidas que estimen convenientes para preservar la salud pública de epidemias, contagios, focos de infección y otros riesgos análogos, y esto es lo que ha hecho en el caso de que se trata la Autoridad gubernativa, y por su delegación y mandato además de la propia competencia, en virtud de los artículos 72 número 2.°, y 114 número 1.° de la ley Municipal el Alcalde de Algaire desaguando el lavadero del pueblo por una zanja para evitar que las aguas sucias de dicho lavadero se mezclen con las de la acequia que surte el depósito de las potables de la capital de la provincia;

Que el motivo de haber acudido los demandantes á la vía judicial consiste tan sólo, según ellos mismos afirman, en haber mejorado el Alcalde la obra de aislamiento del lavadero, sustituyendo la presa de tierra por un muro de piedra para evitar filtraciones, siendo la referida actitud de oposición indirecta á una medida gubernativa, cuyo objeto no es otro que garantir la salubridad pública encomendada á la Administración, y no á los Tribunales del fuero común, y que los interesados han podido reclamar, y, según parece, lo han hecho ya gubernativamente, la indemnización de perjuicios que corresponda.

Que substanciado el incidente, el Juez dictó auto sosteniendo su competencia, alegando:

Que el actor ejercita en la demanda la acción de daños y perjuicios originados en finca de su propiedad por obras ejecutadas al cumplimentar el Alcalde una orden emanada de su superior jerárquico;

Que aunque esta orden estuviera basada en razones de salud pública, no se ha debido hacer caso omiso de los preceptos terminantes de la ley de 10 de Enero de 1879 de Expropiación forzosa por causa de utilidad pública;

Que por las referidas obras se trata de imponer en la aludida finca cierta servidumbre de paso de agua y se ha esterilizado gran parte de ella por el estancamiento de las aguas, y por todos estos perjuicios los demandantes reclaman la indemnización que estiman procedente en Derecho;

Que es indudable que todo ello entraña una cuestión de la competencia de la jurisdicción ordinaria, porque la acción entablada se funda exclusivamente en títulos de Derecho civil, como es el de propiedad de la finca objeto de la demanda y ser precepto legal que nadie puede ser privado de su propiedad sino por Autoridad competente y por causa de utilidad pública justificada, previa siempre la correspondiente indemnización, y si no precediese este requisito, los Jueces tienen la obligación de amparar y en su caso de reintegrar en la posesión al expropiado;

Que esta doctrina la confirma el precepto del artículo 172 de la ley Municipal, que faculta á los que se crean perjudicados en sus derechos civiles por los acuerdos de los Ayuntamientos para que reclamen ante el Juez ó Tribunal competente, mediante demanda, según lo que atendida la naturaleza del asunto dispongan las leyes, y sabido es que las leyes conceden derecho de entablar demanda civil al que ha sido despojado de la propiedad ó posesión de una cosa ó derecho real ó perjudicado en esos derechos;

Que el Gobernador civil, en desacuerdo con el informe de la mayoría de la Comisión provincial, insistió en el requerimiento, resultando de lo expuesto el presente conflicto, que ha seguido sus trámites:

Visto el artículo 2.° de la ley Orgánica del Poder judicial, según el cual:

«La potestad de aplicar las leyes en los juicios civiles y criminales, juzgando y haciendo ejecutar lo juzgado, corresponde exclusivamente á los Jueces y Tribunales»:

Visto el artículo 349 del Código Civil, que dispone:

«Nadie podrá ser privado de su propiedad sino por Autoridad competente y por causa justificada de utilidad pública, previa siempre la correspondiente indemnización. Si no procediera este requisito, los Jueces ampararán y en su caso reintegrarán en la posesión al expropiado»:

Visto el artículo 172 de la ley Municipal, que dice:

«Los que se crean perjudicados en sus derechos civiles por los acuerdos de los Ayuntamientos, haya sido ó no suspendida su ejecución, en virtud de lo dispuesto en los artículos anteriores, pueden reclamar contra ellos mediante demanda ante el Juez ó Tribunal competente, según lo que, atendida la naturaleza del asunto, dispongan las leyes»:

Considerando:

1.° Que la presente cuestión de competencia se ha suscitado con motivo de la demanda de juicio declarativo de menor cuantía promovida por D. Agustín Esteban y su esposa D.ª Pilar Bañeres contra el Ayuntamiento de Algaire, sobre pago de cantidad en concepto de indemnización de daños y perjuicios causados en una finca de su propiedad por ciertas obras ejecutadas para variar el desagüe de un lavadero público, dirigiendo las aguas sobrantes del mismo á una zanja existente en la referida finca y de propiedad y uso particular también de los demandantes;

2.° Que la acción planteada es de carácter civil y su conocimiento y resolución corresponde á los Tribunales de la jurisdicción ordinaria;

3.° Que si bien es de la exclusiva competencia de los Ayuntamientos adoptar las medidas oportunas sobre policía, salubridad é higiene de los pueblos, los acuerdos que sobre tales extremos tomen dentro del círculo de las atribuciones que las leyes les confieren no pueden extenderse á privar de su propiedad á los particulares ni á imponer servidumbres sin que precedan los requisitos que el Código y la ley de Expropiación forzosa establecen;

4.° Que la vigente ley Municipal faculta al que se crea perjudicado en sus derechos civiles por los acuerdos de los Ayuntamientos para reclamar contra ellos mediante demanda ante el Juez ó Tribunal competente, según lo que, atendida la naturaleza del asunto, dispongan las leyes; y es indudable, por lo expuesto anteriormente, que la cuestión que se discute es de carácter civil, por referirse á derechos de propiedad privada.

Conformándome con lo consultado por la Comisión permanente del Consejo de Estado,

Vengo en decidir esta competencia á favor de la Autoridad judicial.

Dado en Palacio á veintiuno de Abril de mil novecientos trece.

ALFONSO.

El Presidente del Consejo de Ministros,
Álvaro Figueroa.

En el expediente y autos de competencia suscitados entre el Gobernador de Lugo y el Juez de instrucción de Becerreá, de los cuales resulta:

Que el Procurador D. Manuel López, en representación de Pedro Teijeiro Lemos, presentó en el mencionado Juzgado escrito de denuncia, fechado en 21 de Noviembre de 1911, en el que expuso:

Que el día 21 de Octubre anterior, el Ayuntamiento de dicha villa de Becerreá acordó, sin permiso para ello, derribar un castaño de la propiedad del citado Pedro, de su madre y hermanos;

Que por ser lesivo tal acuerdo á los intereses privados del exponente, no ofrecer peligro el castaño ni interrumpir el camino, recurrió contra dicho acuerdo al Gobernador de la provincia, mediante instancia que presentó en la Secretaría, acompañada de un documento justificativo de dicho extremo, y otro escrito dirigido al Alcalde, pidiéndole la suspensión del acuerdo referido, fundado en las prescripciones de los artículos 169 número 1.° y 170 de la ley Municipal;

Que á pesar de todo, dicho Alcalde, en providencia del día 3 de Noviembre siguiente, mandó ejecutar el indicado acuerdo, lo cual se efectuó el día 16;

Que el Alcalde autorizante de dicha providencia, D. Lisardo Pereira, infringió á sabiendas el citado artículo 170 de la ley Municipal, por el mero deseo de causar una vejación al representado del denunciante, y tal resolución es manifiestamente injusta, y su autor responsable del delito que prevé y castiga el artículo 369 del Código Penal; y

Que resultaban así su representado y condueños privados de la propiedad y posesión del referido castaño, y pudiera haberse cometido el delito que el mismo Código señala en el artículo 228.

Que ratificado el representado del Procurador denunciante, se acordó la instrucción de sumario.

Que el mismo Pedro Teijeiro Lemos dirigió al Juzgado un escrito firmado por él y de fecha de 19 del indicado mes de Noviembre de 1911, manifestando que, por no haber votado la candidatura de los correligionarios del Alcalde accidental D. Lisardo Pereira en anteriores elecciones, y temeroso éste de que en aquellas últimas de Concejales hiciese lo mismo, instruyó y tramitó contra el exponente un expediente gubernativo para conseguir el derribo de un castaño de su pertenencia, que estaba situado á la orilla del camino de Lamas á Becerreá:

Que dicho expediente se instruyó durante el último período electoral, ó sea, desde el día 21 de Octubre anterior, hasta el 16 de Noviembre, entonces corriente; siendo de fecha 3 de éste último, la providencia que ordenaba el derribo de aquel árbol, y que por las razones expuestas, tratándose de un delito que prevé y castiga el artículo 68 de la ley Electoral vigente, suplicaba se instruyese el oportuno sumario contra dicho Pereira Fontal.

Que previa ratificación del denunciante, el Juez estimando que el delito denunciado tenía por base el propio hecho que la denuncia presentada aquel mismo día al Juzgado, acordó que se incorporase al sumario en que aquélla se cursaba.

Que de la certificación que en el sumario obra relativa al expediente de corta del castaño, aparece que comenzó dicho expediente en 21 de Junio de 1911, por comparecencia del Alcalde de barrio de la villa de Becerreá, Florencio Arias, que en la misma fecha acordó el Alcalde del Ayuntamiento requerir á Pedro Teijeiro Lemos, para que en término de tres días, arrancase dicho árbol ó le cortase al nivel del camino;

Que en 21 de Agosto siguiente, teniendo en cuenta el tiempo transcurrido desde el requerimiento hecho á Pedro Teijeiro, dispuso la Alcaldía que se recibiese información testifical acerca de los extremos denunciados;

Que practicada esta información en 27 de Agosto, acordó en 15 de Octubre el primer Teniente de Alcalde Pereira Fontal, que para la resolución que procediese se convocase á la Junta municipal para celebrar sesión extraordinaria en 17 del mismo mes;

Que en 21 del mismo, acordó dicha Junta que se practicase nuevo requerimiento á Pedro Teijeiro, para que en el término de tercero día procediese á arrancar el castaño, y para el caso de no hacerlo en el término marcado, facultar al Alcalde, ó á quien hiciese sus veces, para que nombrase las personas necesarias á tal objeto ó al de cortar el árbol al nivel del camino;

Que pedida por Pedro Teijeiro, suspensión del acuerdo, al propio tiempo que interponía contra él recurso de alzada, acordó el primer Teniente de Alcalde Pereira Fontal, en 3 de Noviembre del indicado año, no haber lugar á la suspensión de la ejecución del acuerdo, y que en su consecuencia, se procediese á tala, el castaño, y que en 16 del mismo se efectuó la corta.

Que el mismo Procurador D. Manuel López presentó en el mencionado Juzgado querella criminal en nombre de Manuel Teijeiro Lemos, por el hecho de haberse talado sin permiso de los dueños, por Victoriano Lombardía, Lino García y Federico Bolaño un castaño secular sito á orillas del camino de Lamas á Becerreá, y propiedad del representado del Procurador querellante, de su madre y de sus hermanos Pedro y Alvaro, hecho que el querellante estima previsto y castigado en el artículo 579 del Código Penal:

Que incoado procedimiento á virtud de esta querella y recibida declaración á los denunciados, el Juez dictó auto en que acordó la remisión de este sumario y de instruído á virtud de la presentada por el mismo Procurador en nombre de Pedro Teijeiro, por aparecer que la tala del castaño fué realizada á consecuencia de la orden de la Alcaldía, en que se suponía cometido el delito de prevaricación, por que se procedía en ese sumario:

Que al objeto de ampliar la denuncia respecto de los Concejales ó individuos de la Junta municipal que tomaron el acuerdo del derribo del árbol, solicitó del Juzgado el Procurador López que reclamase certificación en que constasen los nombres de los que con aquel carácter intervinieron en el expediente adoptando el acuerdo ó acuerdos dichos ó autorizaron la expropiación en tan ilegal forma, pretensión á la que accedió el Juzgado:

Que el Gobernador de Lugo, á virtud de petición del Ayuntamiento de Becerreá, y de conformidad con lo informado por la Comisión provincial, requirió de inhibición al Juzgado respecto del conocimiento del sumario que, en virtud de denuncia presentada por Pedro Teijeiro contra el primer Teniente de Alcalde de Becerreá, D. Lisardo Pereira Fontal, prevaricación, así dice, en la ejecución del acuerdo de la Junta municipal de 1911 sobre derribo de un castaño, mientras no se resuelva la cuestión previa administrativa pendiente de resolución del mismo Gobernador, fundándose dicho requerimiento en que á los Ayuntamientos corresponde la alineación, conservación y arreglo de los caminos vecinales, conforme al número 3.° del artículo 72 de la ley Municipal, y en que el mismo Pedro Teijeiro se alzó del acuerdo de 21 de Octubre y está pendiente de resolución del Gobernador, es forzoso estimar que antes de proceder criminalmente sobre el derribo ó talaje del castaño, llevado á efecto en virtud del mencionado acuerdo de la Junta municipal de Becerreá, tiene que resolverse por el Gobernador el recurso de alzada, y, por tanto, es una cuestión previa administrativa:

Que substanciado el incidente de competencia, el Juez dictó auto en que sostuvo su jurisdicción, alegando en apoyo de ella: que en el presente caso no se da ninguna de las condiciones de excepción que están expresas y establecidas en el artículo 3.° del Real decreto de 8 de Septiembre de 1887, respecto de la prohibición de que los Gobernadores promuevan contiendas de competencia en los juicios criminales, no dándose la primera de dichas excepciones, porque no existe precepto alguno en las leyes generales ni especiales que atribuya el conocimiento del hecho delictivo á otra Autoridad que á la que de él conoce, y tampoco la segunda porque es evidente que la resolución del Gobernador á la alzada interpuesta por Pedro Teijeiro, aunque había de preceder á la ejecución del acuerdo del Ayuntamiento y Junta de asociados, para saber de manera definitiva si había de ejecutarse ó no dicho acuerdo, no constituye la resolución de la cuestión previa á que el mencionado precepto legal se refiere, siendo tanto esto cierto, cuanto que precisamente la delincuencia del acto denunciado está en haberse verificado por una persona constituída en autoridad, desentendiéndose de las leyes que debieran haber regulado su acción;

Que para mejor comprensión de que la resolución indicada no guarda relación alguna de precedencia, ni previo esclarecimiento al fallo que en esta causa hayan de dictar los Tribunales ordinarios, basta con hacer observar que cualquiera que fuere la resolución administrativa que recaiga á dicha alzada, ella no ha de ocuparse de otros extremos y puntos que los abarcados en su recurso por Pedro Teijeiro, entre los cuales notorio es, que no figura ni figurar puede el hecho delictivo objeto de la denuncia de autos, cuyo conocimiento, por otra parte fuera absurdo atribuirlo á una autoridad despojada de atribuciones y competencia para aplicar á ese hecho la sanción que existe establecida en el Código Penal vigente, que únicamente pueden aplicarla los Tribunales ordinarios, y, que así razonando, es como puede mejor conocerse el sofisma que entraña el oficio inhibitorio.

Que el Gobernador, de conformidad con lo nuevamente informado por la Comisión provincial, insistió en el requerimiento, resultando de lo expuesto el presente conflicto, que en lo esencial ha seguido sus trámites.

Visto el artículo 3.° del Real decreto de 8 de Septiembre de 1887 que prohibe á los Gobernadores suscitar contiendas de competencia en los juicios criminales, á no ser que el castigo del delito ó falta haya sido reservado por la Ley á los funcionarios de la Administración ó cuando en virtud de la misma ley debe decidirse por la Autoridad administrativa alguna cuestión previa, de la cual dependa el fallo que los Tribunales ordinarios ó especiales hayan de pronunciar;

Considerando:

1.° Que la presente cuestión de competencia se ha suscitado con motivo de la causa seguida en el Juzgado de instrucción de Becerreá, á consecuencia de la corta de un árbol secular de propiedad particular que estaba á la orilla de un camino público.

2.° Que el oficio de requerimiento según del mismo aparece se refiere únicamente al hecho de haberse mandado cortar dicho árbol por el Teniente Alcalde denunciado, estando pendiente de apelación el acuerdo de la Junta municipal relativo á la corta, acuerdo cuya suspensión había sido pedida por uno de los condueños, y á dicho particular de la orden del Teniente de Alcalde para cortar el árbol, debe entenderse limitado este conflicto.

3.° Que el hecho mencionado, que puede constituir un ataque á la propiedad particular, puesta por la Ley bajo el amparo de los Tribunales de justicia, no está reservado en cuanto á ese castigo, á los funcionarios de la Administración.

4.° Que tampoco depende en cuanto al fallo que en su día hayan de dictar los Tribunales, de cuestión previa administrativa, siendo de advertir respecto de la invocada por el Gobernador, que sea cualquiera la resolución que dicha Autoridad adopte en el recurso de alzada interpuesto contra el acuerdo de cuya ejecución se trata, no puede influir en el expresado fallo, porque independientemente de que haya estado bien ó mal adoptado el acuerdo de una Junta municipal, puede ser ó no procedente la ejecución del mismo, estando pendiente de un recurso de alzada y pedida su suspensión.

5.° Que no se está, por tanto, en ninguno de los dos casos en que por excepción pueden los Gobernadores suscitar contiendas de competencia en los juicios criminales.

Conformándome con lo consultado por la Comisión permanente del Consejo de Estado,

Vengo en decidir que no ha debido suscitarse esta competencia.

Dado en Palacio á veintiuno de Abril de mil novecientos trece.

ALFONSO.

El Presidente del Consejo de Ministros,
Álvaro Figueroa.

En el expediente y autos de competencia suscitada entre el Gobernador de Navarra y la Audiencia Territorial de Pamplona, de los cuales resulta:

Que el Procurador D. Pantaleón Berruezo, en nombre de D. Antonio Liberal é Iracheta, promovió en el Juzgado de primera instancia de Tafalla interdicto de recobrar, aduciendo en la demanda, entre otros particulares:

Que su representado se halla en posesión de una heredad situada en el término de Macocha, jurisdicción del lugar de Pueyo, que adquirió por compra y libre de toda carga de D. Eduardo Cabezudo, como albacea que fué de D.ª Josefa Otazu, ofreciendo información de testigos acerca de los siguientes hechos:

Que su representado compró y ha venido poseyendo libre de servidumbre de camino de carro la finca que antes se había descrito, que adquirió de D. Eduardo Cabezudo Ayuso; y

Que el día 30 y siguientes del mes de Noviembre de 1911, los demandados don Félix Zúñiga, D. Crispín Oses y D. José Martínez de Espronceda, éste por medio de su peón Marichalar, entraron en dicha finca y colocaron, sin consentimiento de su representado, el poseedor Liberal, unas piedras ó mojones para señalar con ellas un camino ancho de carro, igualaron el terreno y echaron sobre él piedra martillada para afirmar el suelo y poder pasar sus carros. Solicitábase en la súplica de la demanda que el Juez dictase sentencia declarando haber lugar al interdicto, por haber sido D. Antonio Liberal despojado de la libre y entera disposición de la finca, acordándose que inmediatamente se le repusiese en ella, ordenando á los demandados que en el término de segundo día repusiesen las cosas al ser y estado en que se encontraban, y de no hacerlo, verificándose á sus costas, condenándoles además al pago de las costas, daños y perjuicios:

Que practicada la información de testigos, se celebró juicio verbal, en el cual el demandante, al formular sus alegaciones, manifestó que los demandados arrancaron violentamente unas piedras de la finca objeto de la demanda.

Que en dicho juicio expuso la parte demandada entre otras alegaciones, que desde tiempo inmemorial existía un camino, que continuando el de Tafalla hasta el Pueyo, atravesaba por dentro de la finca de D.ª Josefa Otazu, hoy del demandante, con anchura suficiente para paso de carros;

Que con ocasión de haber plantado de viña su heredad, inutilizó dicha propietaria hace muchos años el paso anterior y dejó una senda ancha en el lado izquierdo de la finca, á la parte Norte, tolerándole ese cambio los terratenientes próximos;

Que así las cosas, y á virtud de queja por la inseguridad del camino motivo de las labores, el Ayuntamiento de Pueyo, citando á los interesados, y entre ellos á D.ª Josefa Otazu, señaló el camino que venía enlazado directo con la parte anterior y posterior en el límite Norte de la finca, que hoy es del demandante, y mandó poner los mojones entre ella y el camino, tomando todavía mayor anchura de la que hoy existe, y que aún continúa inculta como paso;

Que ese camino servía y ha servido para paso de los vecinos leñadores de Pueyo, cuanto querían utilizarlo en toda su anchura, y especialmente á los propietarios de fincas del término, para paso de ganado;

Que con el camino así marcado por el Ayuntamiento de Pueyo de 1906, adquirió la finca el demandado (así dice) en 1909, con el trozo inculto, que aún está señalado para camino;

Que por si alguna duda pudiera haber con el nuevo comprador de la finca Liberal, se trató personalmente con él de ese terreno, prestándose voluntariamente en Septiembre de dicho año á dejar un metro 50 centímetros más de anchura sobre la que tenía el camino, con él exclusivo objeto de que pasasen los carros, como pasaron, entre ellos el suyo, personándose en la finca el demandante con Eusebio Olcoz, D. Crispín Osés y D. José Martínez de Espronceda, en representación de los demás terratenientes de Tafalla, y de acuerdo los cuatro, señalaron el camino; Olcoz abrió los hoyos, y el mismo demandante Liberal colocó en ellos las piedras que habían de servir de mugas, sin exigir indemnización alguna, conociendo el beneficio que resultaba á todos;

Que más tarde indicó Liberal á los terratenientes que le dieran 30 pesetas, y cuando se dispusieron á entregarlas contestó que quería 70, cantidad que no por obligación, sino por conveniencia, fueron á entregarla, exigiendo justificante del pago, y contestó que ni lo facilitaba ni lo firmaba;

Que en 1911, un Guarda de Pueyo, mandado por Liberal, avisó á alguno de los interesados en el camino que no pasase por él con los carros, dando lugar á otra reunión de una comisión de propietarios y Liberal, en que convinieron que este mismo pondría en el mismo sitio un camino de anchura suficiente para poder pasar carros, sin gastos ni perjuicios de nadie, recibiendo el demandante 125 pesetas;

Que en tal situación, y sin aviso alguno, se permitió el demandante colocar unos grandes peñascos en toda la anchura del camino que ya existía al principio de su finca, echándole á la inmediata;

Que entonces los propietarios interesados de Tafalla acudieron al Ayuntamiento de Pueyo para que, interviniendo en el asunto, arreglara el camino, como así lo hizo, acordando que una comisión de su seno se constituyese sobre el terreno, citando á los reclamantes y á Liberal para que se personasen en él el día 30 de Noviembre de 1911;

Que en ese día se constituyó en el terreno la comisión de dicho Ayuntamiento, compuesta del Alcalde D. Félix Zúñiga, Secretario y Alguacil, con asistencia de los que se expresaban y en presencia de todos y de Angel Liberal, que manifestó iba en nombre de su padre el demandante, señaló la comisión la parte que quedaba para camino en el mismo sitio de 1906, pero dejando á Liberal en su abono parte de terreno junto á su finca, ó sea quedando el camino más estrecho, como podía verse por los mojones que se colocaron dentro de lo que antes era camino, y á la vez se quitaron los peñascos puestos por Liberal cerrando el paso, mejor dicho, se quitaron dos de ellos, y el resto ofreció quitarlos el compareciente, Angel Liberal, y

Que del 8 al 10 de Diciembre, los propietarios próximos, entre los que no se cuenta D. Félix Zúñiga, determinaron arreglar el camino dentro de lo demarcado, y, en efecto, lo arreglaron los que se expresan, echando piedra menuda sobre los hoyos que habían quedado al extraer los peñascos y sobre la parte encharcada por ser más baja, pero sólo dentro del camino amojonado por el Ayuntamiento de Pueyo, el día 30.

Que la parte actora negó al rectificar que hubiera existido camino vecinal en la finca del demandante, entre otras razones que expresa, por la de que no estaba incluído como tal en el itinerario municipal, ó al menos no se había comprobado por la parte demandada, y adujo, entre otras manifestaciones, que mientras la finca del demandante estuvo inculta, es verdad que se pasaba por una senda enclavada en el centro de ella, pero desde el momento en que se cultivó, se echó por un lado de ella la senda y esa es la que los demandados han querido convertir, y de hecho han convertido, en lo que gratuitamente llaman camino vecinal, y que no se explicaba cómo la parte demandada hubiese podido olvidar sin intención, el hecho de que comisionaron á D. Manuel Aramayo y al demandante, para que consiguieran el paso de sus carros por la finca contigua, lo cual consiguieron y vinieron utilizando este nuevo camino de carros desde el mes de Mayo hasta el de Noviembre, á pesar de sostener que por la finca del demandante, ha existido siempre un verdadero camino vecinal.

Que al contestar la parte demandada, manifestó respecto de este último particular, que si D. Manuel Aramayo y el actor, pudieron gestionar el paso con sus carros por la finca contigua, precisamente por la falta de arreglo del camino público, para evitar ese y otros favores, es por lo que utilizaron la intervención del Ayuntamiento de Pueyo, y el arreglo en el camino propio para no necesitar de lo ajeno.

Que entre los documentos aportados al juicio por las partes, figura certificación del acta de la sesión del Ayuntamiento de Pueyo de 26 de Noviembre de 1911.

De ella aparece que á virtud de una instancia que leyó el Secretario, suscrita por D. José Martínez de Espronceda y otros vecinos de Tafalla, exponiendo que Antonio Liberal había interceptado un camino público que atravesaba por una finca que posee en el término de Macocha, prohibiéndoles á los reclamantes poder conducir con sus caballerías á sus heredades que se hallan próximas, acordó el Ayuntamiento que se personasen en el punto referido el Alcalde, Alguacil y Secretario el día que determinasen, citando á los reclamantes y denunciado, á fin de que, aclarado el asunto, señalasen las mugas correspondientes.

Que de una certificación presentada como prueba por la parte demandante, referente á los únicos antecedentes que rigen la misma certificación, existen en la Secretaría del Ayuntamiento, relativos al amojonamiento de un camino en heredad de D.ª Josefa Otazu, efectuado por el Ayuntamiento en Mayo de 1906 á instancia de D. José Martínez de Espronceda y otros, aparecen que el Alcalde del Ayuntamiento de Pueyo manifestó á dicha propietaria que por acuerdo de la Corporación se habían puesto las señales para la conducción de carros, previa la necesaria indemnización del valor, que sería tasado por un perito nombrado por dicha parte en unión de otro propuesto por el Ayuntamiento, comunicación á la que contestó la interesada que por condescendencia les vendería lo menos que necesitasen, con las condiciones que expresaba, y habiendo de ser tasado el terreno por dos peritos (folios 49 y 50).

Que practicadas las pruebas y la diligencia de reconocimiento judicial del camino y sus inmediaciones, acordada por el Juzgado, dictó éste sentencia declarando haber lugar al interdicto, respecto de los demandados D. José Martínez Espronceda y D. Crispín Osés, y mandando que inmediatamente fuese repuesto D. Antonio Liberal en la posesión en que se hallaba de la finca, condenando á dichos dos demandados á que repusiesen al ser y estado que antes tenía la finca, y al pago de las costas del actor, daños y perjuicios que le hubiesen ocasionado, y absolviendo al demandado D. Félix Zúñiga, por estimar respecto de él la excepción de falta de personalidad.

Que apelada esta sentencia por la representación de los dos condenados en ella, fué admitida la apelación en ambos efectos, después que á D. Antonio Liberal se dió posesión de la finca por el Alguacil del Juzgado, la cual posesión le fué conferida, según en la diligencia se consigna, con arreglo á la descripción hecha en los hechos 1.º y 2.º de la demanda, de la parte de terreno objeto del despojo.

Que el Alcalde de Pueyo, en ejecución, según manifiesta, de lo acordado por el Ayuntamiento, solicitó del Gobernador de Navarra que requiriese de inhibición á la Audiencia de Pamplona, en la que, pendiente de apelación, se hallaba el interdicto, afirmando en su instancia que se trata de un camino público, para servicio de Tafalla Pueyo.

Que el Gobernador, de conformidad con lo informado por la Diputación Provincial y foral de Navarra, requirió de inhibición á la Audiencia, aduciendo substancialmente:

Que no cabe ni discutir siquiera la competencia con que obró el Ayuntamiento de Pueyo al adoptar y al ejecutar el acuerdo de 30 de Noviembre de 1911, de ratificar el deslinde y amojonamiento del camino vecinal, que desde Tafalla conduce á aquel pueblo, y que primero fué deslindado y amojonado en 1906;

Que en el artículo 72 de la ley Municipal, en sus párrafos iniciales 2.º y 3.º y el artículo 73, establecen que es de la exclusiva competencia de los Ayuntamientos el gobierno y dirección de los intereses peculiares de los pueblos, y, en particular, cuanto tenga relación con el establecimiento y creación de servicios municipales referentes al arreglo y ornato de la vía pública, apertura y dirección de calles y plazas y de toda clase vías de comunicación, cuidando de la vía pública en general, composición y conservación de los caminos vecinales y administración, custodia y conservación de todas las fincas, bienes y derechos del pueblo;

Que de estos preceptos se deduce que los Ayuntamientos están en el deber de cuidar con el mayor esmero de las fincas, servidumbres y aprovechamientos de los pueblos, como administradores responsables que son de los mismos, y que no solamente pueden adoptar todas aquellas medidas que están á disposición de los particulares para mantener ó conservar sus fincas, sino que en la facultad de conservar va envuelta también la de reparar usurpaciones, siempre que sean recientes y de fácil comprobación, cuando de los terrenos comunales se trate, y en cualquier tiempo cuando se trate de reivindicar usurpaciones verificadas en los caminos vecinales, pudiendo practicar para ello los oportunos deslindes y amojonamientos, según preceptúan las Reales órdenes de 27 de Mayo de 1846 y 12 de Diciembre de 1878 y los Reales decretos de 27 de Noviembre de 1878, 18 de Diciembre de 1890 y 25 de Julio de 1896, y

Que el artículo 89 de la ley Municipal dispone que los Juzgados y Tribunales no admitirán interdictos contra las providencias administrativas de los Ayuntamientos y Alcaldes en los asuntos de su competencia, pudiendo los interesados utilizar para su derecho los recursos establecidos en los artículos 171 y 177 de la propia ley, y desenvolviendo este precepto vienen las Reales órdenes de 8 de Mayo de 1839, 19 de Enero de 1882, 2 de Agosto de 1892 y 13 de Agosto de 1894, y los Reales decretos de 15 de Abril de 1883, 10 de Febrero de 1890, 14 de Enero y 1.º de Abril de 1891, 15 de Agosto de 1902 y 15 de Noviembre de 1909, todos los cuales confirman lo establecido por la ley Municipal en el artículo referido, diciendo que encomendada á la exclusiva competencia de los Ayuntamientos el cuidado y conservación de todas las fincas, bienes y derechos del pueblo, puede la Corporación municipal, dentro de sus atribuciones, practicar el deslinde de los caminos vecinales cuantas veces lo estime conveniente, y restablecer los hitos ó mojones, sin que contra tales providencias puedan los Jueces y Tribunales admitir ni dar curso á los interdictos sin perjuicio de que los que se consideren agraviados en sus derechos civiles pueden utilizar los recursos establecidos en los artículos 177 y 171 de la ley Municipal, recurriendo ante el Superior jerárquico de los Ayuntamientos ó ante el Juez competente en demanda ordinaria contra el acuerdo de la Administración según los casos:

Que substanciado el incidente de competencia, la Sala dictó auto en que sostuvo su jurisdicción, aduciendo en apoyo de ella:

Que la cuestión planteada en los actuales momentos en este asunto es la de averiguar si el acuerdo del Ayuntamiento de Pueyo, que motivó los actos realizados por los demandados el 30 de Noviembre y sucesivos días del año de 1911, fué tomado al amparo de disposiciones legales que lo autorizaban, ó si por el contrario se excedió la Corporación en sus atribuciones, invadiendo las de la Autoridad judicial y dejando con ella expedita la vía de interdicto á que se acogió el presunto perjudicado D. Antonio Liberal;

Que es innegable la competencia de los Ayuntamientos para ordenar todo aquello que les encomiendan el artículo 72 de la ley Municipal y otras disposiciones de la misma que con él concuerdan, entre cuyas atribuciones se cuenta la conservación, demarcación y amojonamiento de los caminos públicos, y siendo esto así, precisa determinar si las operaciones realizadas por D. Félix Zúñiga y litisconsortes en el predio del actor ó porción de terreno lindante con el mismo han de ser tenidas hoy por hoy, y al solo efecto de la decisión de la competencia, como un despojo sufrido por Liberal, según éste entiende, ó bien como el ejercicio de facultades regladas que la ley otorga á la Administración;

Que para ello no hay otro extremo á dilucidar que el relativo á si en el término de Macocha y finca del actor, antes de D.ª Josefa Otazu, el camino existente en la misma, dentro del concepto de vía pública, tenía el día de autos anchura suficiente para el paso de carros; y

Que un examen detenido de las pruebas, de suyo muy complicadas, aportadas por una y otra parte, permite afirmar la inexistencia de tal camino con el ancho que se le ha supuesto, y en este concepto, dando por sentado que para procurárselo ha habido necesidad de tomar terreno de Liberal, queda *ipso facto* reconocida la procedencia del interdicto:

Que de conformidad con lo nuevamente informado por la Diputación Provincial y foral, el Gobernador insistió en su requerimiento, resultando de lo expuesto el presente conflicto, que ha seguido sus trámites:

Visto el artículo 446 del Código Civil, que dice:

«Todo poseedor tiene derecho á ser respetado en su posesión, y si fuere inquietado en ella, deberá ser amparado ó restituído en dicha posesión por los medios que las leyes de procedimientos establecen»:

Visto el artículo 89 de la ley Municipal, que dispone:

«Los Juzgados y Tribunales no admitirán interdictos contra las providencias administrativas de los Ayuntamientos y Alcaldes en los asuntos de su competencia. Los interesados pueden utilizar para su derecho los recursos establecidos en los artículos 171 y 177 de esta Ley»:

Visto el artículo 72 de la ley Municipal en la parte en que establece que:

«Es obligación de los Ayuntamientos la composición y conservación de los caminos vecinales»:

Visto el artículo 4.° de la ley de Expropiación forzosa, que dice:

«Todo el que sea privado de su propiedad sin que se hayan llenado los requisitos del artículo anterior, podrá utilizar los interdictos de retener y recobrar para que los Jueces amparen, y en su caso reintegren en su posesión al indebidamente expropiado»:

Considerando:

1.° Que la presente cuestión de competencia se ha suscitado con motivo del interdicto de recobrar, promovido por D. Antonio Liberal en el Juzgado de primera instancia de Tafalla, aduciendo en los hechos, acerca de que ofrecía información testifical, que en una finca de su propiedad, libre de servidumbre de carro, se había señalado con mojones un camino ancho de tal naturaleza, igualándose el terreno y echándose sobre él piedra martillada para que pudieran pasar los carros de los demandados.

2.° Que de los antecedentes del asunto, tal como pueden apreciarse á los efectos de la resolución de este conflicto, aparece que no se trata del deslinde de un camino de carro existente en la finca del demandante, sino de haberse convertido en camino de tal naturaleza uno más estrecho de herradura que anteriormente había en la orilla de la misma, en sustitución del que primitivamente atravesaba por el interior.

3.° Que esto supuesto, no puede considerarse que la obligación de componer y conservar los caminos vecinales que la Ley impone á los Ayuntamientos, autorizara al de Pueyo á ensanchar, convirtiéndolo en camino de carro, el que existía en la finca del demandante; y si tal fué el alcance del acuerdo de 26 de Noviembre de 1911, lo que por otra parte no aparece claro de su texto, como el hecho de tomar terreno de la finca del demandante para el ensanche de dicho camino, constituye una verdadera expropiación, á la que no han precedido los requisitos de la Ley, ha podido el despojado de su propiedad recurrir, no obstante dicho acuerdo, á los Tribunales ordinarios por la vía de interdicto.

4.° Que la indicación que al hacerse la demarcación del camino expresado en 1906, hizo el Alcalde de Pueyo á D.ª Josefa Otezu, entonces propietaria de la finca, acerca de que se la indemnizaría y las negociaciones que han mediado antes del acuerdo del Ayuntamiento para abonar determinadas cantidades á D. Antonio Liberal, expuestas por la misma parte demandada, corroboran la apreciación de que se trataba de ensanchar un camino á costa de una propiedad particular, y no de un mero deslinde.

5.° Que el acuerdo del Ayuntamiento recayó á virtud de una instancia en que los recurrentes se quejaban de que don Antonio Liberal, había interceptado un camino público que atravesaba por su finca, prohibiéndoles á aquéllos «conducir con sus caballerías» á sus heredades, que se hallaban próximas, y se limitó á disponer que aclarando el asunto se colocasen las mugas correspondientes, por lo que si el alcance de dicho acuerdo no era el de que se ensanchase el camino para carro, sino que se colocasen los mojones en los puntos que correspondiesen para señalar el camino de herradura, el interdicto no contrariaría ninguna providencia del Ayuntamiento, sino que únicamente iría contra el exceso cometido en su ejecución, lo que constituiría una razón más para la procedencia de la vía adoptada; y

6.° Que en todo caso, no se puede negar el uso de dicho procedimiento á quien, sin las formalidades de la ley de Expropiación forzosa, se ve privado de una parte de su propiedad.

Conformándome con lo consultado por la Comisión permanente del Consejo de Estado,

Vengo en decidir esta competencia á favor de la Autoridad judicial.

Dado en Palacio á veintiuno de Abril de mil novecientos trece.

ALFONSO.

El Presidente del Consejo de Ministros,
Alvaro Figueroa.

Suprimido por Mi Decreto de 25 de Diciembre anterior el Estado Mayor Central del Ejército, á propuesta del Presidente de Mi Consejo de Ministros y de acuerdo con dicho Consejo,

Vengo en disponer que el Subsecretario del Ministerio de la Guerra forme parte, en reemplazo del Jefe de aquel organismo, de la Junta de Defensa Nacional, creada por Mi Decreto de 30 de Mayo de 1907.

Dado en Palacio á veinticuatro de Abril de mil novecientos trece.

ALFONSO.

El Presidente del Consejo de Ministros,
Alvaro Figueroa.

Vengo en admitir la dimisión que del cargo de Subsecretario de la Presidencia del Consejo de Ministros Me ha presentado D. Práxedes Zancada y Ruata.

Dado en Palacio á veinticuatro de Abril de mil novecientos trece.

ALFONSO.

El Presidente del Consejo de Ministros,
Alvaro Figueroa.

Vengo en nombrar Jefe Superior de Administración civil, Subsecretario de la Presidencia del Consejo de Ministros, á D. Baldomero Argente del Castillo, Diputado á Cortes.

Dado en Palacio á veinticuatro de Abril de mil novecientos trece.

ALFONSO.

El Presidente del Consejo de Ministros,
Alvaro Figueroa.

MINISTERIO DE LA GUERRA

REALES DECRETOS

Vengo en disponer que el Consejero Togado D. Fernando Solano y Vial pase á situación de reserva por haber cumplido la edad que determina el artículo 36 de la Ley de 29 de Noviembre de 1878.

Dado en Palacio á veinticuatro de Abril de mil novecientos trece.

ALFONSO.

El Ministro de la Guerra,
Agustín Luque.

En consideración á los servicios y circunstancias del Auditor general de Ejército D. Pedro Baesa y Pisón,

Vengo en promoverlo, á propuesta del Ministro de la Guerra y de acuerdo con el Consejo de Ministros, al empleo de Consejero Togado, con la antigüedad de esta fecha, en la vacante producida por pase á situación de reserva de D. Fernando Solano y Vial.

Dado en Palacio á veinticuatro de Abril de mil novecientos trece.

ALFONSO.

El Ministro de la Guerra,
Agustín Luque.

Servicios del Auditor general de Ejército D. Pedro Buesa y Pisón.

Nació el día 28 de Junio de 1850, é ingresó, previa oposición, en el Cuerpo Jurídico militar el 14 de Febrero de 1878, con el empleo de Auxiliar.

Prestó sus servicios en el Gobierno Militar de Melilla, hasta que en Febrero de 1879 fué destinado á la Auditoría de la Capitanía General de Castilla la Nueva, desde la que pasó á la de las islas Canarias al ascender, por antigüedad, en Abril de 1881 á Teniente auditor de Guerra de tercera clase.

En Marzo de 1882, fué promovido reglamentariamente á Teniente auditor de Guerra de segunda clase, con destino á la Comandancia General del Campo de Gibraltar, quedando de reemplazo en Enero de 1883, y pasando en concepto de Agregado á la Fiscalía Togada del Consejo Supremo de Guerra y Marina, donde posteriormente obtuvo colocación de plantilla.

Como recompensa por su obra *Historia de España* se le concedió en Mayo de 1885 la cruz blanca de segunda clase del Mérito Militar, resolviéndose en Real orden de 15 de Junio del propio año, que S. M. había visto con satisfacción otra obra de que también es autor, titulada *Comentarios al Código Penal del Ejército*, y que este trabajo le sirviera de recomendación en su carrera.

Alcanzó por antigüedad el empleo de Teniente auditor de Guerra de primera clase en Julio de 1887, destinándosele á la Auditoría de la Capitanía general de Granada.

En Agosto siguiente, fué nombrado Ayudante de la Fiscalía Togada del Consejo Supremo de Guerra y Marina, concediéndosele en Noviembre el pase al Ejército de las islas Filipinas, con el empleo personal de Auditor de Guerra de distrito.

A su llegada á dichas islas fué colocado en la Auditoría del Gobierno militar de Visayas, regresando á la Península, por exceder de plantilla, en Abril de 1889.

Permaneció en situación de reemplazo hasta que, ascendido por antigüedad á Auditor de Guerra de distrito, efectivo, fué destinado á la Capitanía general de Castilla la Vieja.

Desde Septiembre de 1893 desempeñó el cargo de Auditor del séptimo Cuerpo de Ejército, hasta que en Octubre de 1896 fué nombrado Teniente Fiscal togado del Consejo Supremo de Guerra y Marina.

Por Real orden de 28 de Diciembre de 1897, se le concedió la cruz blanca, pensionada, de tercera clase del Mérito Militar, en recompensa de su obra titulada «Apuntes para un Diccionario razonado de Justicia Militar».

En premio de los extraordinarios trabajos que efectuó con motivo de las incidencias de las últimas campañas, le fué otorgada en 16 de Abril de 1900 la cruz de tercera clase del Mérito Naval con distintivo blanco.

Desempeñó diversas comisiones, y promovido al empleo de Auditor general de Ejército en Mayo de 1904, se le nombró Auditor de la Capitanía General de Andalucía, pasando, en virtud de nueva organización, á ejercer desde Diciembre igual cargo en el segundo Cuerpo de Ejército, y desde Enero de 1907 en la Capitanía General de la segunda Región.

En Enero de 1910 fué trasladado á la Capitanía General de la primera Región, en concepto de Auditor, destino en que continúa.

Cuenta treinta y cinco años y dos meses de efectivos servicios, de ellos ocho años y once meses en el empleo de Auditor general de Ejército; hace el número 2 en la escala de su clase, y se halla en posesión de las condecoraciones siguientes:

Cruz blanca de segunda clase del Mérito Militar.

Dos cruces blancas de tercera clase de la misma Orden, una de ellas pensionada.

Cruz de tercera clase del Mérito Naval, con distintivo blanco.

Gran Cruz de la Orden del Mérito Militar designada para premiar servicios especiales.

Medalla de Alfonso XIII.

En consideración á los servicios y circunstancias del Auditor de división número 1 de la escala de su clase, D. Francisco Cervantes Salas,

Vengo en promoverle, á propuesta del Ministro de la Guerra y de acuerdo con el Consejo de Ministros, al empleo de Auditor general de Ejército, con la antigüedad de esta fecha, en la vacante producida por ascenso de D. Pedro Buesa y Pisón.

Dado en Palacio á veinticuatro de Abril de mil novecientos trece.

ALFONSO.

El Ministro de la Guerra,
Agustín Luque.

Servicios del Auditor de división D. Francisco Cervantes Salas.

Nació el día 13 de Diciembre de 1853, é ingresó, previa oposición, en el Cuerpo Jurídico Militar el 27 de Agosto de 1881, con el empleo de Auxiliar.

Prestó sus servicios en la Auditoría de la Capitanía General de Castilla la Nueva, hasta que en Febrero de 1882 fué promovido, por antigüedad, á Teniente auditor de Guerra de tercera clase, destinándosele en el propio mes á las islas Filipinas con el empleo de Teniente auditor de segunda, el cual alcanzó más tarde reglamentariamente en la escala general de su Cuerpo con la efectividad de 29 de Enero de 1887.

En Junio de 1889 regresó á la Península, donde quedó en situación de reemplazo.

Colocado en Abril de 1890 en la Fiscalía Togada del Consejo Supremo de Guerra y Marina, volvió á quedar de reemplazo al ser reorganizada la misma en Octubre siguiente, continuando, no obstante, en ella en concepto de agregado.

Ascendió por antigüedad en Abril de 1891 á Teniente auditor de Guerra de primera clase (después Auditor de brigada), con destino á la Capitanía General de Castilla la Nueva.

Estuvo algún tiempo encargado interinamente de la Auditoría de la misma y ejerció las funciones de Vocal Secretario del Tribunal de oposiciones para el ingreso en el Cuerpo Jurídico Militar, desde Noviembre del año últimamente citado hasta Junio de 1892, habiéndosele dado las gracias de Real orden por la inteligencia y laboriosidad que demostró en dicha comisión.

A consecuencia de nueva organización pasó en Agosto de 1893 á la Auditoría del primer Cuerpo de Ejército.

Promovido reglamentariamente al empleo de Auditor de división en Mayo de 1894, fué destinado al cuadro para eventualidades del servicio en la segunda Región, siendo nombrado en Diciembre de 1895 Auditor de la Capitanía General de Baleares.

Se le trasladó á la de Valencia, con igual cargo, en Abril de 1898.

En virtud de nueva organización quedó en Noviembre de 1904 desempeñando el destino de Auditor del tercer Cuerpo de Ejército.

Desde Enero de 1907 ejerce el mismo cometido en la Capitanía General de la tercera Región.

Con motivo de haber sido alterado el orden público por las huelgas y manifestaciones revolucionarias ocurridas en Septiembre de 1911, prestó extraordinarios y distinguidos servicios, que se le recompensaron con la Cruz de tercera clase del Mérito Militar, con distintivo blanco.

Cuenta treinta y un años y cerca de ocho meses de efectivos servicios, de ellos ocho años y once meses en el empleo de Auditor de división, y se halla en posesión de las Cruces blancas de segunda y tercera clase del Mérito Militar y de la Medalla de Alfonso XIII.

Vengo en nombrar Auditor de la Capitanía General de la primera Región, al Auditor General de Ejército D. Ramón Pastor y Rodríguez, que actualmente desempeña igual cargo en la Capitanía General de la cuarta Región.

Dado en Palacio á veinticuatro de Abril de mil novecientos trece.

ALFONSO.

El Ministro de la Guerra,
Agustín Luque.

Vengo en nombrar Auditor de la Capitanía General de la cuarta Región, al Auditor General de Ejército D. Melchor Sáiz-Pardo del Castillo.

Dado en Palacio á veinticuatro de Abril de mil novecientos trece.

ALFONSO.

El Ministro de la Guerra,
Agustín Luque.

MINISTERIO DE LA GOBERNACIÓN

EXPOSICION

SEÑOR: Circunstancias especiales tenidas por el Gobierno muy en cuenta, que concurren en la provincia de Lugo, aconsejan la conveniencia de establecer en la misma, aunque en reducido número, fuerzas del Cuerpo de Seguridad, creando, como se propone en el adjunto proyecto de decreto, una sección de este Cuerpo.

A la implantación de este servicio, no se opone ninguna disposición vigente, ni su creación ocasiona gastos extraordinarios al Estado en el vigente Presupuesto, toda vez que en el capítulo 10 de la Sección sexta «Obligaciones de los Departamentos Ministeriales», se autoriza para que las bajas por movimiento de personal en dicho capítulo, se destinen á organizar secciones del Cuerpo de Seguridad en las provincias que carecen de este servicio y demandan su necesidad, obteniéndose por este concepto la suma necesaria para dotar este nuevo servicio.

Fundándose en estas consideraciones, el Ministro que suscribe tiene el honor de someter á la aprobación de V. M. el adjunto proyecto de Decreto.

Madrid, 7 de Abril de 1913.

SEÑOR:

A L. R. P. de V. M.,

Santiago Alba.

REAL DECRETO

A propuesta del Ministro de la Gobernación, de acuerdo con Mi Consejo de Ministros y en armonía con lo determinado en el capítulo 10 de la sección sexta «Obligaciones de los Departamentos Ministeriales del vigente presupuesto»,

Vengo en decretar lo siguiente:

Artículo 1.° Se organiza el Cuerpo de Seguridad en la provincia de Lugo, creando una Sección compuesta de un Teniente, un Sargento, un Cabo, dos Guardias de primera clase y 15 de segunda, cuyas plazas serán dotadas con la gratificación ó sueldo que á cada clase le está asignado en las demás provincias, excepto Madrid y Barcelona.

Art. 2.° La suma á que asciende la dotación de este servicio para los nueve meses que restan del presente año, será satisfecha con cargo al sobrante que, por bajas por movimiento de personal se ha producido en la dotación consignada para estos servicios, en los artículos 1.° y 3.° del capítulo 10 de la sección 6.ª del presupuesto vigente.

Art. 3.° Las plazas de nueva creación en la Sección expresada del Cuerpo de Seguridad, serán cubiertas en la forma que determina la ley Orgánica de 27 de Febrero de 1908.

Dado en Palacio á veintidós de Abril de mil novecientos trece.

ALFONSO.

El Ministro de la Gobernación,

Santiago Alba.

MINISTERIO DE ESTADO

REAL ORDEN

Excmo. Sr.: Las instrucciones comunicadas á V. E. en 27 de Febrero último, para la aplicación del Real decreto de la misma fecha, concerniente á nuestra acción en la zona de influencia española en Marruecos, pusieron de relieve que la característica de esta última es su división en trozos, que, geográficamente unos y políticamente otros, carecen de contacto entre sí. Se hizo entonces resaltar asimismo que la intervención española habrá de ejercer tres funciones, aunque diversas, íntimamente enlazadas, á saber: la central, relativa á los actos del Jalifa; la especial, en determinados ramos administrativos, cual los de Aduanas, Obras públicas, Correos y Telégrafos, etc., etc., y la regional y local, que se implantará y desarrollará según las circunstancias lo requieran.

Creada después la Comandancia General de Larache y subsistente la de Melilla, en cuyo radio de acción entra la Región ocupada del Rif, la cual, como las expresadas instrucciones decían, «separada de la comarca Ceuta-Tetuán-Alcázar-Larache por territorios en donde la penetración no será inmediata, tendrá, por ley de necesidad, cierta autonomía», y próximo, por otra parte, á entrar en funciones Su Alteza Imperial Muley el Mehdi, Jalifa del Sultán, con plenos poderes para la administración de la zona entera, viene á ser útil la determinación, en detalle, de los límites en que los organismos interventores, bajo la Autoridad de V. E., han de moverse.

Por el Ministerio de la Guerra se transmitirán á V. E. instrucciones en lo que toca á la parte militar. Concretándose las presentes á la parte política y administrativa,

S. M. el Rey (q. D. g.), de acuerdo con el Consejo de Ministros, se ha servido disponer:

Primero. Incumbe á V. E. en su concepto de Alto Comisario:

a) La dirección de la acción española en la totalidad de la zona, á cuyo fin ya el Real decreto de 27 de Febrero último, dispuso que dependerían de V. E., *todas las Autoridades militares y consulares de España, constituídas en su zona de influencia y cuantos servicios españoles existan ó se instituyan en la misma*, perteneciéndole, pues, el indicar á los Comandantes generales la orientación que deba seguirse para que nuestra influencia vaya extendiéndose progresivamente, y darles órdenes sobre casos y puntos especiales, sin perder de vista que las particularidades de los varios territorios en que está dividida la zona exigirán en cada uno procedimientos distintos. Excusado es recomendarle que, en tanto en cuanto la rapidez indispensable al mejor servicio no lo impida, oiga en los asuntos á que se refieren los apartados *b*, *c* y *d* la opinión de dichas Autoridades.

b) Es atribución exclusiva de V. E. la intervención cerca del Jalifa: ninguna propuesta podrá ser presentada á éste, ya se refiera á nombramientos, ya á disposiciones reglamentarias, ya á otras medidas, sino por acuerdo de V. E.

c) Se hallan bajo la dependencia directa de V. E., las ciudades (Tetuán, Larache, Arcila, Alcázar), donde son los Cónsules, los que, según lo prescrito en las Instrucciones de 27 de Febrero, han de ejercer las funciones de intervención política y administrativa.

d) Bajo la dependencia directa de V. E. con el concurso de los Delegados técnicos correspondientes, funcionarán asimismo los servicios de Aduanas, Obras Públicas, Correos y Telégrafos, Sanidad, enseñanza en toda la zona.

Segundo. Los Comandantes generales desarrollarán en sus respectivas regiones la política que V. E. les trace, con objeto de extender progresivamente el radio de nuestra acción, mediante constante combinación de los medios políticos y militares; ejercerán la intervención en los actos de las Autoridades indígenas de la comarca de su mando; tenderán á reconstituirla en las regiones que vayan entrando bajo la acción efectiva de nuestra influencia, de modo que los servicios puedan funcionar bajo nuestra inmediata vigilancia, con arreglo á las leyes tradicionales entre los moros; procurarán el establecimiento de zocos en lugares adecuados; facilitarán y extenderá el comercio, tanto interior como exterior, asociando de este modo los intereses de los indígenas á los nuestros propios; llevarán la confianza á las regiones vecinas, aun no ocupadas, inculcándolas el verdadero objeto de nuestra presencia en el país; darán conocimiento á V. E. de cuanto afecte á la marcha política en su respectivo territorio, informándole minuciosamente de la actitud de las kabilas y de las relaciones que con ellas mantenga; tendrán el derecho de enterarse de la marcha de todos los servicios en la región de su mando, incluso de aquéllos que funcionan bajo la dependencia directa de V. E., y le expondrán cuantas observaciones el asunto le sugiera.

Tercero. Los Comandantes generales, en casos urgentes y de carácter político, podrán solicitar directamente las instrucciones del Ministro de Estado, dando cuenta á la par á V. E. En iguales condiciones, lo harán para cualesquiera cuestiones que se hallen en la esfera de sus facultades, y que no afecten á la política general.

Cuarto. Los Comandantes generales tienen facultad para residir en cualquier punto del territorio de su mando.

Quinto. Cuando V. E. se ausente de la zona de influencia, será sustituído en las funciones de Alto Comisario por el Comandante general de Ceuta.

Lo que de Real orden digo á V. E. para su conocimiento y el de los Comandantes generales. Dios guarde á V. E. muchos años. Madrid, 24 de Abril de 1913.

N. REVERTER.

Al Alto Comisario de España en Marruecos.

MINISTERIO DE LA GUERRA

REALES ÓRDENES

Excmo. Sr.: Vista la instancia que V. E. cursó á este Ministerio en 9 del actual, promovida por D. Juan Angel Redín Auría, vecino de Aóiz, provincia de Navarra, en solicitud de que le sean devueltas las 1.500 pesetas que depositó en la Delegación de Hacienda de la citada provincia, según carta de pago número 203, expedida en 27 de Septiembre del año último, para la redención del servicio militar de su hermano Teodoro Redín Auría,

El Rey (q. D. g.), teniendo en cuenta las razones expuestas por el interesado, se ha servido resolver que se devuelvan las 1.500 pesetas de referencia, las cuales percibirá el individuo que efectuó el depósito ó la persona apoderada en forma legal, según dispone el artículo 189 del Reglamento dictado para la ejecución de la Ley de 11 de Julio de 1885, modificada por la de 21 de Agosto de 1896.

De Real orden lo digo á V. E. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. E. muchos años. Madrid, 23 de Abril de 1913.

LUQUE.

Señor Capitán general de la quinta Región.

Excmo. Sr.: Vista la instancia promovida por D.ª María Angela Blanes, vecina de esa capital, en solicitud de que le sean devueltas las 1.000 pesetas que depositó en la Delegación de Hacienda de la provincia de Baleares, según carta de pago número 105, expedida en 12 de Febrero del año último para reducir el tiempo de servicio en filas de su hijo Antonio Estebe Blanes, alistado para el reemplazo de 1912 por la zona de Inca,

El Rey (q. D. g.), teniendo en cuenta lo prevenido en el artículo 284 de la vigente ley de Reclutamiento, se ha servido resolver que se devuelvan las 1.000 pesetas de referencia, las cuales percibirá el individuo que efectuó el depósito ó la persona apoderada en forma legal, según dispone el artículo 189 del Reglamento dictado para la ejecución de la ley de 11 de Julio de 1885, modificada por la de 21 de Agosto de 1896.

De Real orden lo digo á V. E. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. E. muchos años. Madrid, 23 de Abril de 1913.

LUQUE.

Señor Capitán general de Baleares.

Excmo. Sr.: Vista la instancia promovida por Jaime Morsgas Farrés, vecino de San Andrés de Llavaneras, provincia de Barcelona, en solicitud de que le sean devueltas las 500 pesetas que depositó en la Delegación de Hacienda de la citada provincia, según carta de pago número 134 expedida en 28 de Mayo del año último, para reducir el tiempo de servicio en filas, alistado para el Reemplazo de 1912 por la zona de Mataró, número 28,

El Rey (q. D. g.), teniendo en cuenta lo prevenido en el artículo 284 de la vigente ley de Reclutamiento, se ha servido resolver que se devuelvan las 500 pesetas de referencia, las cuales percibirá el individuo que efectuó el depósito, ó la persona apoderada en forma legal, según dispone el artículo 189 del Reglamento dictado para la ejecución de la ley de 11 de Julio de 1885, modificada por la de 21 de Agosto de 1896.

De Real orden lo digo á V. E. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. E. muchos años. Madrid, 23 de Abril de 1913.

LUQUE.

Señor Capitán general de la cuarta Región.

REALES ÓRDENES CIRCULARES

Excmo. Sr.: En cumplimiento de lo prevenido en órdenes vigentes,

El Rey (q. D. g.) se ha servido disponer se anuncie convocatoria para ingreso en las Academias Militares, con sujeción á las reglas siguientes:

1.ª Se proveerán en el concurso 250 plazas en la Academia de Infantería, 10 en la de Caballería, 25 en la de Artillería, 30 en la de Ingenieros y 25 en la de Intendencia.

2.ª Además de las plazas señaladas serán admitidos, fuera de número, los aspirantes aprobados á quienes por sus conceptuaciones no corresponda figurar en propuestas de alumnos y tengan derecho á los beneficios de ingreso y permanencia en Academias como hijos ó hermanos huérfanos de militar muerto en campaña ó de sus resultas, con arreglo al Real decreto de 21 de Agosto de 1909 (*C. L.* núm. 174), hijos del personal del Cuerpo de Inválidos, con sujeción á la Real orden de 23 de Junio de 1911 (*C. L.* núm. 118), y de retirados por inútiles en campaña ó actos del servicio, conforme á la de 25 de Septiembre de 1912 (*D. O.* núm. 218), del cual derecho disfrutarán igualmente los hijos de condecorados con la Cruz de San Fernando, obtenida en juicio contradictorio, con arreglo á la ley de 18 de Mayo de 1862, siempre que la concesión se haya hecho con anterioridad á la fecha del expresado Decreto de 21 de Agosto de 1909.

3.ª Los exámenes de ingreso darán principio el 1.° de Julio próximo, en los expresados Centros de instrucción, en las localidades de su respectiva residencia, verificándose el concurso con arreglo á los preceptos del Real decreto de 6 de Diciembre de 1911 y del Reglamento orgánico de Academias, en la parte no derogada, con sujeción á las bases, instrucciones y programas que á continuación se insertan.

4.ª Con el fin de adaptar las condiciones para ingreso á las nuevas situaciones derivadas de la ley para el Reclutamiento y Reemplazo del Ejército de 27 de Febrero del año anterior y á otras disposiciones conexas, quedan modificadas las prescripciones del precitado Real decreto de 6 de Diciembre de 1911, en lo referente al particular, en la forma que determinan los artículos correspondientes de las instrucciones que al caso hacen relación.

De Real orden lo digo á V. E. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. E. muchos años. Madrid, 5 de Marzo de 1913.

LUQUE.

Señor...

Bases que se citan para el concurso de ingreso en las Academias militares, que han de tener lugar el día 1.° de Julio próximo.

Artículo 1.° Para ingresar en las Academias militares los aspirantes, necesitan reunir las circunstancias siguientes:

a) Ser ciudadano español, soltero ó viudo sin hijos;

b) Estar comprendidos en los límites de edad que en las Instrucciones se señalan;

c) Tener la aptitud física necesaria y desarrollo proporcionado á su edad, cuya apreciación se hará por el Tribunal facultativo correspondiente;

d) No haber sufrido pena correccional ni aflictiva, ni hallarse procesado en la actualidad;

e) No haber sido expulsado de ningún Establecimiento oficial de enseñanza.

Art. 2.° Para solicitar la presentación á concurso en cualquier Academia, los aspirantes promoverán instancia en papel del sello de la clase undécima, dirigida al Director de ella, expresando los ejercicios de que pretenden examinarse, documentada en regla, y acompañando el importe de los derechos de admisión al mismo, en valores declarados, Giro Mutuo, postal ú otro corriente de inmediato y fácil cobro.

Las expresadas instancias deberán hallarse en las Academias el 1.° de Junio próximo, teniéndose por no presentadas las que se reciban después de dicha fecha.

Art. 3.° A las instancias habrá de acompañarse:

Certificación del acta de inscripción de nacimiento, legalizada, si está extendida en distrito notarial distinto de aquel en que se halla enclavada la Academia.

Cédula personal, que será devuelta, y certificado de soltería ó de ser viudo sin hijos, los mayores de catorce años; y

Certificación del Juzgado de instrucción del partido ó distrito de vecindad, que acredite no hallarse el aspirante procesado, y del Registro de penados y rebeldes, de que no sufre ni ha sufrido condena, ni estar ejecutoriamente condenado por delito alguno, los mayores de quince años.

Art. 4.° Además de los documentos anteriores, los hijos de militar acreditarán esta circunstancia con copia legalizada del último Real despacho expedido á favor del padre, ó de la Real orden de concesión de su empleo y los hijos de los condecorados con la Cruz de San Fernando, en forma análoga.

Art. 5.° Los huérfanos ó hermanos de militar, con derecho á los expresados beneficios para ingreso y permanencia en Academias, deberán acreditarlo con copia de la Real orden en que se reconozca este derecho, y los hijos de los Jefes, Oficiales y tropa pertenecientes al Cuerpo de Inválidos y los de los retirados por inútiles, mediante los documentos que justifiquen su condición.

Art. 6.° Las clases ó individuos del Ejército y Armada presentarán sus instancias por conducto de sus Jefes naturales, quienes las cursarán directamente á las Academias, dentro del término marcado, acompañando, por su parte, copia de la filiación del interesado y de la hoja de castigos.

Art. 7.° El cómputo de edades, en relación con los límites que marcan las Instrucciones unidas, habrá de referirse en adelante al 31 de Diciembre del año de convocatoria, de manera general: esto no obstante, debiendo aún condicionarse en la del año actual la edad mínima de ingreso en las Academias de Infantería, Caballería é Intendencia, como consecuencia del régimen transitorio que establece la Real orden de 13 de Julio de 1912 (*D. O.* núm. 158), á lo que preceptúa la de 4 de Julio de 1896 (*C. L.* núm. 163), respecto á que no puede ejercerse el empleo de Oficial fuera de las Academias antes de los diecisiete años y de concierto con la de 25 de Agosto de 1912 (*Colección Legislativa* núm. 197), que adelanta á la segunda quincena de Junio los exámenes finales de curso, en orden á la fecha regular de promoción, deberá por excepción anticiparse dicho límite de edad al 1.° de Agosto venidero, relativamente á las expresadas Academias, á fin de que pueda ser cumplido aquel precepto.

Art. 8.° Recibidas las instancias y examinadas por la Junta facultativa de la Academia, el Director comunicará á los aspirantes haber sido admitidos á examen ó las razones que á ello se opongan, á medida que vayan siendo despachadas.

El oficio de admisión á concurso en una Academia, puede suplir la documentación prevenida para solicitar examen en otra, siempre con sujeción al plazo improrrogable de remisión señalado.

Art. 9.° El sorteo de los aspirantes para determinar el orden en que han de realizar los ejercicios se celebrará en las Academias el 15 de Junio, y al acto podrán asistir los interesados que lo deseen. El sorteo se verificará por agrupaciones arregladas al número de ejercicios de que soliciten examinarse en el concurso, distribuyéndose proporcionalmente los aspirantes de cada una de ellas para componer las tandas. Las Academias comunicarán á los interesados las fechas en que deben verificar los actos.

Queda sólo autorizado un cambio de número dentro de una misma agrupación, y en cuanto á los aspirantes hermanos sortearán individualmente como corresponda por razón de los ejercicios que hayan de realizar, pero podrán ser incorporados para concurrir á exámenes en la misma fecha, cuando así lo soliciten en sus instancias.

Los cambios de número se acreditarán presentándose el aspirante que, en virtud de este cambio deba realizar primero los ejercicios y entregando en el acto de la presentación en la Academia oficio firmado por los interesados que exprese el convenio.

Art. 10. Los Directores dispondrán la distribución de las tandas de aspirantes y el número de Tribunales, de modo que los exámenes queden terminados del 28 al 30 de Julio en todas las Academias.

Art. 11. El certificado de haber estado examinándose un aspirante en una Academia en los días en que debiera haberse presentado á sufrir examen en otra, surtirá los mismos efectos que el de enfermedad.

Art. 12. Para tomar parte en los concursos de ingreso los aspirantes satisfarán en concepto de derechos de admisión la cantidad de 25 pesetas.

Están exentos de pago de estos derechos los huérfanos ó hermanos de militar con derecho á los beneficios académicos; hijos del personal del Cuerpo de Inválidos y de retirados por inútiles; hijos de condecorados con la Cruz de San Fernando en las condiciones que determina el artículo 2.° de la Real orden de la convocatoria; hijos de individuos de tropa; hijos de viuda de militar sin derecho á pensión de viudedad, ó que ésta fuese menor que la de Jefe, y huérfanos con pensión en igualdad de condiciones, y las clases de tropa de todas categorías procedentes del alistamiento, con más de dos años de servicio en filas.

Para los de esta última clase ingresados en el servicio en calidad de voluntarios y que después hayan sido declarados soldados en virtud de lo dispuesto en la ley de Reclutamiento, el plazo para disfrutar de la exención de derechos se contará á partir de la fecha en que empezaron á servir en dicho último concepto.

Art. 13. No será admitido mayor número de alumnos que el señalado en los artículos 1.° y 2.° de la Real orden de convocatoria, cubriéndose solamente hasta el 15 de Septiembre próximo con los aprobados sin plaza de la misma, por el orden de censuras, las vacantes que accidentalmente sobrevengan en la promoción, quedando sin cubrir las posteriores á dicha fecha. Análogamente será nombrado alumno el aspirante aprobado sin plaza á quien dentro del propio término del 15 de Septiembre se concedan los beneficios de ingreso y permanencia en Academias.

Art. 14. Los Tribunales de reconocimiento aplicarán el cuadro de exenciones vigentes para el ingreso en el Ejército, en la forma que preceptúa el artículo 32 del Decreto de 6 de Diciembre de 1911 y el anexo número 3 al mismo.

Art. 15. Los Tribunales para reconocimiento facultativo se constituirán en cada Academia, como determina el artículo 32 del Real decreto de 6 de Diciembre de 1911, sobre la base de los Médicos con destino en los respectivos Centros de instrucción, y para completar su número cuando no bastasen, los Directores solicitarán de los Gobernadores militares de los puntos de residencia el nombramiento de los necesarios para el funcionamiento de aquéllos, en relación con los ejercicios de examen, y para la observación subsiguiente en los casos precisos; las cuales Autoridades, cuando en la localidad no los hubiere disponibles, acudirán al Capitán general de la Región, á fin de que puedan constituirse dichos Tribunales oportunamente con el personal del Cuerpo de Sanidad Militar de que dispongan en la demarcación de su territorio y designen.

Art. 16. Los reconocimientos tendrán carácter definitivo é inapelable, quedando sin curso las instancias que se promuevan en solicitud de revisión del acto.

El reconocimiento verificado en una Academia, de concierto con el examen de gimnasia, á que va unido, será válido para todas las demás, en la convocatoria en que se realice, en el caso de ser aquél declaratorio de *utilidad*, confirmando completa aptitud física.

Los Directores darán cuenta inmediata á las demás Academias de todos los casos de exclusión de concurso y de admisión condicional; bien entendido, que los *excluidos* no podrán someterse á nuevo reconocimiento en otra Academia, ni éste será válido en el caso eventual de que pueda verificarse por falta de aviso, quedando eliminados los totales de[illegible] [illegible]nitivamente de concurso y lo[illegible] [illegible] *temporales* por la convocatoria, admitiéndose sólo los *condicionales* con esta misma reserva.

A los que lo soliciten se les facilitará copia del certificado de reconocimiento, autorizado por el Tribunal y visado por el Director, expresivo de su resultado.

Art. 17. Los Directores de las Academias remitirán á la Sección de Instrucción, Reclutamiento y Cuerpos diversos de este Ministerio los documentos siguientes:

1.° Antes del día 1.° de Julio relación nominal, por orden alfabético, de todos los aspirantes que hayan sido admitidos á la convocatoria con expresión de la agrupación, número y tanda que á cada uno le haya correspondido en el sorteo y fechas en que han de concurrir á reconocimiento y á los ejercicios de que tengan solicitado examen;

2.° Diariamente relación de los examinados, con expresión de las notas obtenidas.

Art. 18. Terminados los exámenes, y en cumplimiento de lo que previene el artículo 73 del Reglamento orgánico de Academias, los Directores formularán relación-propuesta para cubrir las plazas de alumnos señaladas en convocatoria á favor de los aspirantes aprobados en la totalidad de los ejercicios que por orden riguroso de censuras les corresponda ocupar aquéllas, ateniéndose al orden de preferencia prefijado en los casos de igualdad de conceptuación.

A dicha relación acompañarán otra adicional para el ingreso fuera de número de los aspirantes aprobados con nota insuficiente para ser comprendidos en la primera y que tuvieran reconocido el derecho á los beneficios de Academias.

Remitirán, por último, tercera relación complementaria de los demás aspirantes aprobados en el concurso, con expresión de ejercicios.

Art. 19. En virtud de las mencionadas propuestas, serán nombrados alumnos los aspirantes que en cada Academia hayan obtenido plaza, publicándose en el *Diario Oficial* de este Ministerio las Reales órdenes correspondientes de nombramiento.

Art. 20. Los aprobados en más de una Academia deberán, en el más breve término, con anterioridad al 20 de Agosto, participar á los Directores de todas en las que hubiesen sido admitidos, por la que optan para ingreso, y su renuncia consiguiente por lo que hace á las otras, á fin de que, con conocimiento del acuerdo, puedan ser ellas cubiertas sus vacantes por los aprobados sin plaza que corresponda; y si alguno de éstos, á su vez, figurase también en otras relaciones, será objeto de consulta por parte de la Academia en que alcance puesto, y con noticia de la decisión se proveerán las resultas de manera sucesiva, formulándose propuesta adicional para el nombramiento de alumnos hasta completar el número de plazas asignadas.

De la exacta observancia de esta formalidad se hace especial recomendación á los aspirantes, bajo apercibimiento de la responsabilidad en que por su demora ú omisión incurran, y deberá serles exigida en la Academia en que realicen el ingreso.

Para facilitar el cumplimiento de lo expresado, los Directores de las Academias, una vez terminados los exámenes, cambiarán entre sí relaciones de aprobados sin plaza, para proceder con rapidez y [illegible]ierto en las indicadas propuestas suplementarias.

Art. 21. Los aspirantes nombrados alumnos de las Academias militares s[illegible] presentarán en ellas el día 1.° de Septiembre venidero, y desde dicha fecha quedarán sometidos al Código de Justicia Militar en los términos que previenen el apartado 2.° del artículo 22 del mismo y el artículo 141 del Reglamento orgánico de dichos centros de instrucción, y á las demás disposiciones vigentes que les comprenda.

Art. 22. Los alumnos que procediesen de la clase de paisano, serán filiados á su ingreso y prestarán el juramento á las banderas.

Art. 23. Los alumnos usarán los uniformes reglamentarios de cada Academia. Los que deban ser internos presentarán los objetos y equipo que por aquéllas se les prevendrá oportunamente.

Art. 24. Los alumnos internos satisfarán las cuotas de pensión que por los Reglamentos interiores estén señaladas, ó las que pudiesen determinarse en virtud de Real orden.

Art. 25. Los hijos y huérfanos de militar tendrán opción á las pensiones académicas que se consignan en presupuesto con arreglo á las bases establecidas en el Real decreto de 7 de Octubre de 1895 (*C. L.* núm. 331), y en la forma de adjudicación que el mismo expresa, ó competentemente se determine.

Art. 26. Los Oficiales del Ejército y sus asimilados no podrán tomar parte en el concurso para ser admitidos como alumnos en las Academias.

INSTRUCCIONES QUE SE CITAN PARA ADAPTACIÓN DEL REAL DECRETO DE 6 DE DICIEMBRE DE 1911.

Artículo 1.° El concurso anunciado, según lo prescripto en el artículo 3.° de la Real orden de convocatoria, se ajustará á los principios del Real decreto de 6 de Diciembre de 1911, verificándose los exámenes en todas las Academias con sujeción á sus preceptos y á las reglas de adaptación, materia de estas Instrucciones.

Art. 2.° Comprende el plan de ingreso los ejercicios y materias que especifica el artículo 5.° del Decreto.

Adoptado el ejercicio como unidad, la facultad de presentarse en cada concurso, y desde la presente convocatoria, á la totalidad del plan de ingreso ó á los ejercicios sueltos que se deseen, no tiene otra limitación que la dependencia impuesta al examen progresivo de las asignaturas del grupo de Matemáticas, y por tanto es del ...tivo presentarse á los ejercicios potest... con anterioridad ó posterioridad á los ... del mism... del grupo de conocimientos generales.

Art. 3.° Individ... realizados los ejercicios y admitida la va...lidez definitiva de su aprobación, una vez ... obtenida la mejora de nota, á tenor de lo que dispone el artículo 7.° del Real decreto, ... sólo podrá solicitarse por una vez en cada ... ejercicio de los que contituyen el plan de in... ...eso, y en atención á dicha validez preex...tente y habiendo de prevalecer la nota del segundo examen, ésta no podrá descender de cinco, mínima de aprobación, en el caso más desfavorable de la reválida.

Art. 4.° Los ejercicios comprendidos en el programa de Gimnasia, anexo número 1 al Decreto, se basan en los principios del método sueco, según se expresa en el mismo, y aun cuando, coordinados bajo los procedimientos de dicha escuela y su carácter elemental los hace comprensibles bajo cualquier sistema de enseñanza física, á fin de evitar, no obstante, todo motivo de indeterminación ó de duda en su nomenclatura, se propondrá demostrativamente en examen, ó sea efectuando un auxiliar, de antemano instruído, delante de cada tanda de aspirantes, los ejercicios que pida el Tribunal, dentro de la extensión del programa y en la intensidad y medida proporcionada á la edad que el artículo 11 del Decreto preceptúa.

Se prevendrá á las Academias el método de examen en sus reglas precisas de ejecución.

Art. 5.° Según lo preceptuado en el artículo 2.° del Decreto, regirán para los exámenes directos que hayan de verificarse en las Academias de las asignaturas de Gramática castellana, Geografía universal é Historias general y particular de España, los programas y textos aprobados por Real orden de 12 de Febrero de 1891. (*C. L.*, núm. 68.)

No obstante, si por circunstancias editoriales no hubiese posibilidad de obtener ejemplares de las últimas obras citadas, se admitirán eventualmente, en su defecto, cualesquiera otras que respondan á la extensión de los programas.

Art. 6.° El examen de las expresadas materias puede ser sustituído, en el período transitorio que señala el artículo 25 del Decreto, por certificados de aprobación de las mismas, expedidos por Institutos de segunda enseñanza, Academias militares, Colegios de Trujillo, María Cristina, Santiago, Santa Bárbara y San Fernando, Huérfanos de la Guerra y de Alfonso XIII, Negociado de Escuelas del Ministerio de Marina y Escuelas oficiales de Industria y Comercio, conforme á lo dispuesto.

Art. 7.° En orden á dicha validez circunstancial, los certificados que en dichas convocatorias de los años actual y de 1914 sean presentados al solo fin de convalidarlos para surtir efecto en posteriores exámenes, serán en su día valorados con la nota mínima de 5 para el cómputo de las conceptuaciones, á menos de que los interesados opten por examinarse para mejorarla, de igual modo que los que hubiesen aprobado sin nota en dichos años mediante examen directo en las Academias con arreglo al apartado 2.° del expresado artículo 25 del decreto; bien entendido, que los aspirantes que en dichos años, y con edad competente para ejercitar el derecho á tenor del artículo 30 del Real decreto, se limiten á presentar los certificados á los fines de asegurar su validez ulterior, no tendrán necesidad de comparecer personalmente en las Academias para el solo acto de confirmar la petición; en la inteligencia, sin embargo, de que esta aceptación de los certificados queda condicionada en definitiva al resultado del reconocimiento facultativo y examen conjunto de Gimnasia que han de sufrir con arreglo al artículo 11 del Decreto cuando se presenten á realizar otros ejercicios en sucesivas convocatorias.

Art. 8.° Análogamente á lo manifestado para las asignaturas de enseñanza ...eral, si por lo que respecta al examen g... ...bujo, agotada la edición, no pudiese de... ... de ejemplares de los Estudios dispone... ... de A. Calamo (1.ª parte), que progresivo... ...modelo el artículo 12 del señala como ... ...án ser sustituídos en Real decreto, po... ... similares de la pricaso preciso por los ... mera parte de «Le peti... cours de Paysage», del mismo autor.

La duración del ejercicio de ... Dibujo, aunque fijada en principio en dos horas, podrá ser discrecionalmente ampliada hasta tres, cuando así se creyese necesario.

Art. 9.° Dado que pueden verificarse parcialmente, sin sujeción á orden preestablecido, la aprobación de los ejercicios integrantes del plan de estudios, y en la necesidad, por tanto, de deslindar el examen del segundo, desligándolo por completo del tercero; sin perjuicio de que en punto á este último se cumpla lo prevenido en los artículos 13 y 15 del Decreto en cuanto á las condiciones de redacción que han de exigirse á los trabajos escritos de Geografía y ambas Historias, se completará el examen de Gramática con escritura especial al dictado, dando así completa independencia al citado ejercicio segundo.

Art. 10. En cuanto al tercero, deberá interpretarse el artículo 9.° del Real decreto en relación con lo que expresan el 15 y 16 del mismo, en el sentido de que el examen de dicho tercer ejercicio, como todos los de prueba dual, ha de verificarse en dos días consecutivos, escalonándose con tres completos de intervalo los restantes ejercicios del ingreso.

Art. 11. Los mapas mudos para el examen de Geografía, á que se refiere el artículo 15 del Decreto, deberán ser facilitados por las Academias.

Art. 12. A fin de fijar exactamente el alcance del examen oral á que se contrae el artículo 16 del Decreto, queda éste aclarado en el sentido de que habrá de explicarse el contenido de las papeletas del programa sacadas á la suerte y además las preguntas que sobre puntos del mismo crea necesario el Tribunal para corroborar su juicio.

Art. 13. Los textos que rijen para las asignaturas de Matemáticas son:

Aritmética, Salinas y Benítez, 5.ª edición (1904).

Algebra, los mismos, 4.ª edición (1905).

Geometría, Ortega, 12.ª edición (1910).

Trigonometría, Gómez Pallete, 11.ª edición (1908).

Los programas de dichas materias, distribuídos en papeletas para examen, se insertan á continuación. No serán exigidas las notas que figuran en los textos.

Art. 14. Bajo la denominación genérica de «problemas», objeto del examen práctico de Aritmética y Algebra, á tenor del artículo 17 del Decreto, como en términos generales, se comprenden los ejercicios de diversa suerte que puedan ser propuestos en orden á las teorías del programa de que constituyan aplicación.

Art. 15. Los problemas que se propongan en el examen práctico de Aritmética se contraerán: uno, á operaciones en general con toda clase de números abstractos; otro, á cuestiones referentes al sistema métricodecimal, y el tercero, á magnitudes proporcionales ó cuestiones de Aritmética mercantil.

Los de Algebra se referirán: uno, á transformación de expresiones algebraicas, dadas la inicial y final; otro, á aplicaciones logarítmicas, y el tercero, á resolución de un sistema de ecuaciones ó de un problema que comprenda su planteamiento y despejo de incógnitas.

El tiempo máximo para la resolución de los problemas se fijará normalmente en seis horas.

Para la aprobación del ejercicio se requerirá la resolución de dos de los tres problemas propuestos en cada asignatura.

Art. 16. La duración del examen oral correlativo de este ejercicio se entenderá de treinta minutos por asignatura para la materialidad de la explicación inde...dientemente del que pueda invertirse en la preparac... ... de la indispensa... pen... ...ción de la pregunta y sin perjuicio, en todo caso, ...

ble latitud que el Tribunal considere precisa para asegurar su completa eficacia.

Art. 17. Las cuestiones objeto del examen práctico de Geometría versarán: una sobre longitudes ó ángulos; otra sobre áreas, y otra sobre volúmenes, con empleo de las tablas de logaritmos cuando se considere conveniente.

Todos estos problemas serán precisamente de carácter numérico, con exclusión terminante de los que se funden en propiedades geométricas y de los de una ú otra clase cuya resolución dependa del mero acierto ó inspiración.

Los problemas de Trigonometría consistirán en la resolución de triángulos en general y transformación y evaluación de funciones circulares.

El tiempo que se marque para su resolución será análoga y ordinariamente, como en el cuarto ejercicio, de seis horas, y para la aprobación del mismo será preciso que se resuelvan dos de los tres problemas de Geometría y los dos de Trigonometría.

Art. 18. Desechada expresamente la adopción de cuestionario previo para el señalamiento de problemas, sino que se propondrán libremente sobre puntos de aplicación de los respectivos programas, no han de revestir, sin embargo, novedad desusada que constituya motivo de grave dificultad.

Los referidos problemas, en tal sentido, serán tomados de obras publicadas, y su selección y proposición diaria para el acto del examen, relacionando armónicamente los artículos 18 y 24 del Decreto y en evitación de que puedan ser conocidos con anterioridad, se acomodarán á las reglas siguientes:

Un mes antes, por lo menos, de celebrarse el concurso, los Tribunales que en cada ejercicio hayan de actuar presentarán á las Juntas facultativas de las Academias número suficiente de problemas de cada asignatura, á fin de que, mediante detenido examen de los mismos, elijan los que se acomoden y ajusten rigurosamente al espíritu que informa el artículo 24 del Decreto, en cantidad suficiente para poder formar de cada asignatura colecciones que constituyan el quíntuplo de los que se calculen necesarios con relación á los días que de ordinario se destinen al ejercicio respectivo y número de problemas que diariamente hayan de ser propuestos.

Hecha la selección, se formarán juegos correspondientes al repertorio de cada asignatura, guardando separadamente en sobres distintos, y ponderados en su dificultad, tres problemas de Aritmética, tres de Algebra, tres de Geometría y dos de Trigonometría, hasta agotar el número de aquéllos; los cuales sobres se cerrarán, sellarán y numerarán correlativamente por grupos de asignaturas, consignando sólo en el anverso el número de orden y la mención estricta de la asignatura á que corresponda, quedando luego bajo la custodia del Jefe de estudios, que será responsable de su conservación y reserva.

Queda expresamente prohibido formar relaciones expresivas de los problemas contenidos bajo cada sobre, ni en general de los seleccionados.

Llegado que sea el período de exámenes se hará la designación automática de los problemas, temas del ejercicio de cada día, en la siguiente forma:

Constituído el tribunal en el local señalado para el ejercicio, con asistencia del Jefe de estudios, se hará públicamente, á presencia de los aspirantes de la tanda ó tandas convocadas, el sorteo de los que deban ser propuestos, extrayendo uno de dichos aspirantes una bola de cada uno de los dos bombos que habrá dispuestos y que contendrán tantos números como sobres de problemas se hayan formado, respectivamente, á cada una de las dos asignaturas que comprende el ejercicio.

Mediante la indicación de las expresadas bolas extraídas, quedarán designados los sobres de número correspondientes que habrán de servir para el acto; los cuales sobres tomará y abrirá el mismo aspirante, dando lectura en alta voz á los problemas que contenga, y haciendo luego entrega de ellos al Tribunal, á fin de que sean formulados seguidamente á la tanda ejercitante conforme á los artículos 18 y 21 del Decreto.

Los sobres que cada día de examen se vayan extrayendo serán retirados, no incluyéndolos en los sucesivos sorteos de aquel concurso. Para cada convocatoria se renovarán los juegos de problemas.

Art. 19. Las censuras que se apliquen para conceptuar el resultado de los exámenes de las distintas asignaturas, se acomodarán á la escala numérica de notas de 0 á 10 que establece el artículo 26 del Decreto, y en consonancia con el 29, todas las materias tendrán calificación, excepto la de Gimnasia, que, conceptuada por su finalidad más propiamente como prueba complementaria de aptitud física, carecerá de nota.

Art. 20. Para graduar el valor relativo de las materias del ingreso en el concepto preparatorio con relación á las ulteriores enseñanzas profesionales, propias de cada Academia, á tenor de los artículos 27 y 28 del Decreto, y acordándoles en lo posible por razón de la analogía de dichos estudios, se fijan á las expresadas asignaturas los siguientes coeficientes de importancia:

MATERIAS (Módulo 10).	ACADEMIAS DE					
	Infantería y Caballería.		Artillería ó Ingenieros.		Intendencia.	
	Ejercicios.		*Ejercicios.*		*Ejercicios.*	
	Práctico.	Oral.	Práctico.	Oral.	Práctico.	Oral.
Dibujo	5	»	5	»	5	»
Gramática castellana	7	»	7	»	7	»
Francés	4	»	4	»	4	»
Geografía universal	9	7	7	5	9	7
Historia general	8	6	7	5	8	6
Idem particular de España	10	8	8	6	10	8
Aritmética	5	4	9	8	6	5
Algebra	7	6	10	9	7	6
Geometría	6	5	9	8	6	5
Trigonometría	8	7	10	9	8	7

Art. 21. Las calificaciones se ajustarán á lo determinado en el artículo 29 del Decreto, no siendo preciso verificar el cálculo de notas parciales con respecto á los que resulten desaprobados en los ejercicios.

La relación de aprobados que en cada convocatoria ultime sus ejercicios y haya de servir de base para la propuesta correspondiente de ingreso en correspondencia con las plazas que hayan de proveerse en cada año, se formalizará por las Jefaturas de estudios con presencia de los datos archivados en dichas Oficinas, determinando la nota final de ingreso de cada aspirante por la reunión de las parciales correspondientes á todos los ejercicios componentes, háyanse aprobado en aquella convocatoria ó en anteriores.

Art. 22. Para coordinar la edad de ingreso en las Academias militares con la de alistamiento para el servicio del Ejército, de acuerdo con lo prevenido en el artículo 32 de la ley de Reclutamiento de 27 de Febrero de 1912, todos los límites de edad se considerarán referidos al transcurso del año natural, y cumplidas dichas edades desde el 1.º de Enero al 31 de Diciembre del año de convocatoria, en vez de tener el 1.º de Septiembre como término.

Art. 23. Salvo la anterior corrección, el límite mínimo de edad para ingreso, se sujetará á lo prescripto en el artículo 30 del Decreto, sin otra alteración que la que excepcionalmente establece la Real orden de 13 de Julio de 1912 (*Diario Oficial* número 158), para el tránsito gradual de las edades en las convocatorias actual y de 1914 y que expresa el artículo 7.º de las bases.

Art. 24. Los límites máximos de edad, según el artículo 31 del Decreto y con relación al año natural, serán:

a) Veintiún años.—Aspirantes paisanos;

b) Veinticuatro años. — Aspirantes, clases ó individuos de tropa, con menos de dos años de servicio, procedentes de alistamiento y pertenecientes al cupo de filas, en primera situación de servicio activo.

No tienen derecho á esta ampliación de edad:

1.º Los pertenecientes al cupo de filas que sirvan con nota de prófugos ó desertores.

2.º Los que sirvan como voluntarios hasta cumplir dos años en filas precisamente.

3.º Los individuos pertenecientes al cupo de instrucción en tanto no sean llamados á filas con carácter permanente y no transitoriamente para adquirir sólo dicha instrucción.

Para optar al antedicho beneficio de ampliación de edad las clases é individuos de tropa á quienes comprenda, podrán hallarse sirviendo en filas al solicitar la presentación al concurso, ó en la situación de licencia temporal por exceso de fuerza en el Ejército, y equivalente en la Marina, ó como acogidos á los beneficios de reducción del servicio en filas;

c) Veintisiete años.—Aspirantes, clases é individuos de tropa con más de dos años de servicio y que en la fecha del ingreso se encuentren precisamente en filas, sin distinción de procedencias en cuanto al concepto de su ingreso en el servicio.

d) Treinta años.—Suboficiales, Brigadas y Sargentos en filas con seis años de servicios efectivos y dos de Sargento, conforme al artículo 9.° de la ley de 15 de Julio de 1912.

Art. 25. Los individuos de tropa que hayan ingresado en el servicio en clase de voluntarios y que después hayan modificado su situación militar con arreglo á lo que determina el artículo 256 de la ley de Reclutamiento y Reemplazo, se considerarán para los beneficios de edad como de alistamiento forzoso si permanecen en filas, contándoseles en este concepto el tiempo servido desde el día en que fueron admitidos en el Ejército, en armonía con el artículo 255 de la expresada ley.

Art. 26. Los aspirantes de la clase de paisanos que lleguen á los veintiún años de edad sin haber aprobado todos los ejercicios y les corresponda luego por razón de alistamiento servir en filas, á tenor de lo preceptuado en el artículo precedente, conservarán los derechos adquiridos dentro de los nuevos límites de edad que les comprenda.

Art. 27. En armonía con lo que preceptúa el artículo 8.° del Decreto, quedarán excluídos de concurso, con pérdida de los derechos adquiridos, los aspirantes que al alcanzar los límites de edad establecidos para ingreso, según su clase, no hayan aprobado todos los ejercicios del mismo, como también los que habiéndolos aprobado todos lleguen á los referidos límites de edad sin haber alcanzado plaza.

Art. 28. A los aprobados en todos los ejercicios que no alcancen plaza en la convocatoria en que terminen los exámenes, se les proveerá por las Academias de un certificado de aprobación con las calificaciones obtenidas, á fin de que en convocatorias sucesivas, si lo desean y en tanto no excedan de los límites de edad puedan ejercitar su derecho á ser admitidos á ingreso en concurrencia con los demás aprobados, en proporción á sus notas y plazas que haya de proveerse ú optar por la reválida para mejorar dichas notas dentro de las condiciones generales que se dejan expresadas.

Art. 29. Fijada en quince años la edad mínima de ingreso, salvo lo determinado para las convocatorias del año actual y de 1914, los aspirantes que en uso de la autorización que concede el apartado segundo del artículo 30 del Decreto, para presentarse desde los catorce á examen de toda clase de materias del programa, autorización que se contrae determinadamente al cuarto ejercicio, y por extensión solicitaran y pudieran aprobar la totalidad del plan de ingreso, cubrirán plaza por cuenta de la promoción en que la obtengan, pero no podrán realizar el ingreso hasta la inmediata convocatoria en que tengan los quince años prefijados.

Art. 30. Al Tribunal de reconocimiento facultativo, constituído según los términos del artículo 32 del Decreto, se agregará el Profesor de Gimnasia de la respectiva Academia para auxiliarle en sus funciones, atendido al doble objeto que ha de llenar el examen; debiendo actuar dicho Tribunal con las mismas formalidades que en su misión sean compatibles con las establecidas para los exámenes de materias.

Por su parte, corresponde al Presidente del Tribunal dar autoridad á los actos y resolver, con asesoramiento de los vocales, las reclamaciones é incidencias que se promuevan ó transmitirlas á los Directores para la determinación que proceda.

Art. 31. Debiendo entrar, en primer término, en la constitución de los Tribunales de reconocimiento facultativo y examen de Gimnasia los Médicos de las respectivas Academias, y en consideración á la importante función que les compete en el período de exámenes, como en el de observación y reconocimiento subsiguientes, no serán conferidos al expresado personal médico de la plantilla de las Academias en las épocas de referencia, servicio ni comisión alguna que le separe del punto de residencia de los establecimientos de su destino.

Art. 32. El personal todo de los expresados Tribunales de reconocimiento, de plantilla ó adscrito, tendrá derecho á las mismas obvenciones que se concedan á los demás Tribunales que se constituyan, en el período hábil de actuación en los exámenes de ingreso.

Art. 33. El artículo 33 del Real decreto corrobora y complementa el 11 del anexo número 3 al mismo; y en su consecuencia, comprobado con exactitud en el acto del reconocimiento el diagnóstico de cualquiera de los defectos ó enfermedades que con arreglo al cuadro de exenciones *exijan comprobación*, lo que excusa ésta de hecho por parte de la Academia, ó requiérase aquélla para fundar el dictamen médico en los casos de duda, la observación sólo se practicará á instancia de parte, excluyendo, desde luego, de concurso el Tribunal á los aspirantes que renuncien á ella.

Art. 34. Los reconocimientos facultativos se ajustarán al cuadro de inutilidades de la vigente ley de Reclutamiento, con las modificaciones introducidas por la de 25 de Diciembre de 1912, que suprime el factor peso, y Real orden de 15 del actual (*D. O.* núm. 38); al anexo número 3 del Decreto, y á cuanto sobre el particular preceptúa el artículo 32 del mismo en relación con el 34, el cual establece, por su parte, el criterio razonado que relativamente á la apreciación de los valores antropométricos señalados como índices debe presidir en el juicio pericial, que se fundará principalmente, bajo este respecto, en la impresión médico-higiénica y aspecto general del sujeto, dado el período de desenvolvimiento que rige las edades del concurso.

Art. 35. En la práctica de los reconocimientos, procediendo análogamente á como preceptúa la Real orden de 16 de Febrero de 1912 (*D. O.*, núm. 38), los Tribunales declararán *excluídos totalmente* de concurso y eliminados con carácter definitivo, en armonía con el artículo 84 de la ley de Reclutamiento, á los aspirantes que padezcan defectos ó enfermedades comprendidos en las tres primeras clases del cuadro de inutilidades, y en los artículos 3.°, 4.°, 5.° y 6.° del anexo número 3, y *excluídos temporalmente*, en consonancia con el artículo 86 de dicha ley, en los casos comprendidos en las clases 4.ª y 5.ª del cuadro, que, suspendiendo la admisión en la convocatoria, produce la transitoria exclusión del concurso.

Art. 36. Los aspirantes de este último grupo que por los motivos previstos de observación en orden á las clases 3.ª y 5.ª ó atendiendo á su dudosa aptitud en el concepto antropométrico ó índole de sus afecciones pueda esperarse fundadamente se hallen en disposición de ingresar en el período que media hasta el 1.° de Septiembre, mediante comprobación, serán admitidos *condicionalmente* al concurso y declarados *pendientes de observación* y sometidos potestativamente á ella, según determinan los artículos 11, 12 y 13 del anexo número 3, como resultado de la cual observación, y en virtud del reconocimiento definitivo que habrá de verificarse el 1.° de Septiembre citado en las Academias, á tenor del artículo 14 del dicho anexo, podrá resolverse en último extremo sobre su inmediata admisión ó exclusión de la convocatoria.

Art. 37. Dicha observación se practicará por dos Médicos de la Academia que hubiese acordado la admisión condicional, nombrándose otro adjunto cuando sólo hubiese uno con destino en ella, procediendo dichos facultativos, en representación del Tribunal de reconocimiento, en consonancia con el artículo 14 del anexo número 3.

PAPELETAS

Aritmética.—Texto: Salinas y Benítez.

Quinta edición (1904).

PAPELETA 1.ª

NÚMEROS ENTEROS. — Definiciones. — Unidad y número.—Formación de los números y operaciones numéricas.—Algoritmia y algoritmo.—Aritmética.—Numeración.

NUMERACIÓN HABLADA. — Nomenclatura.—Fundamento de la nomenclatura.—Unidades de diversos órdenes.—Base del sistema.—Nomenclatura decimal.—Denominación de un número cualquiera.—Teorema: Todo número mayor que nueve, puede descomponerse en colecciones de unidades de diversos órdenes, de modo que cada una de ellas contenga un número inferior á diez.—Particularidades y modificaciones de la nomenclatura decimal.—Resumen de la nomenclatura. (Párrafos 1 al 14.)

MÁXIMO COMÚN DIVISOR DE DOS NÚMEROS. — Definiciones y consecuencias. — Números primos entre sí. — Principio fundamental.—Teorema: El *m. c. d.* de dos números, no divisibles uno por otro, es el mismo que el del menor y el resto, por defecto ó por exceso, de la división de ambos.—Investigación del *m. c. d.* de dos números.—Propiedades del *m. c. d.* de dos números.—Teorema 1.°: Todo número que divida á dos, divide á su *m. c. d.*—Teorema 2.°: Si se multiplican ó dividen dos números por un tercero, su *m. c. d.* quedará multiplicado ó dividido por dicho tercer número.—Corolario: Si se dividen dos números por su *m. c. d.*, los cocientes son primos entre sí.—Recíprocamente. — Teorema 3.°: Si un número divide á un producto de dos factores y es primo con uno, divide al otro.—Corolario: El *m. c. d.* de dos números no se altera aun cuando se multiplique ó divida uno de ellos por un factor primo con el otro.—Escolio: Simplificación de la operación. (Párrafos 84 al 88.)

REGLA DE TRES SIMPLE Y COMPUESTA.—Dependencia de una magnitud de otras varias.—Cuestiones relativas á las magnitudes proporcionales 1.ª y 2.ª—Regla de tres simple y directa.—Idem inversa. Regla de tres compuesta.—Forma numérica y propiedades de la proporcionalidad de varias magnitudes.—Método de reducción á la unidad. (Párrafos 271 al 278.)

Ejemplo: Una fábrica consume en veintisiete días 438 quintales métricos de carbón. ¿Cuánto consumirá en sesenta y nueve días, siendo iguales las demás circunstancias?

PAPELETA 2.ª

NUMERACIÓN ESCRITA.—Notación numérica.—Representación de las colecciones de unidades de diversos órdenes.—Valores absoluto y relativo.—Representación simbólica.—Cifra cero.—Representación de las unidades de un orden cualquiera.—Lectura de un número escrito en cifras: primero, segundo y tercer caso. Escritura en cifras de un número enunciado: primero, segundo y tercer caso.—Representación del número indeterminado. (Párrafos 14 al 23.)

ADICIÓN.—Definiciones.—Algoritmo.—Artificio aditivo.—Casos de la suma: 1.° y 2.°.—Observación: Orden en que han de sumarse.—Consecuencias: 1.ª El orden de los sumandos no altera la suma; 2.ª Aumento ó disminución en un sumando; 3.ª Suma de un número y una suma; operación indicada; 4.ª Adición de varias sumas.—Prueba. (Párrafos 23 al 30.)

RAIZ CÚBICA DE LAS FRACCIONES SIN APROXIMACIÓN FIJADA.—Reglas operativas de cada caso.—Teorema: La raíz cúbica de una fracción cuyo denominador es cubo perfecto, se obtiene extrayendo la raíz cúbica exacta ó aproximada, en menos de una unidad, de su numerador y dividiéndola por la raíz cúbica exacta del denominador.—Colorario: Raíz cúbica de un número decimal, que tiene un número de cifras decimales múltiplo de 3.—Teorema 2.°: Para extraer la raíz cúbica de una fracción irreductible, cuyo denominador no es cubo perfecto, se convierte en otra que reúna esta condición. Mínimo denominador cubo perfecto.—Corolario: Raíz cúbica de un número decimal que tiene un número de cifras decimales que no sea múltiplo de 3.

EXTRACCIÓN DE LA RAÍZ CÚBICA DE UN NÚMERO ENTERO Ó FRACCIONARIO CON UNA APROXIMACIÓN DADA.—Raíz cúbica con aproximación fijada.—Definición.—Procedimiento general.—Teorema: Para hallar la raíz cúbica de un número N en menos de $\frac{1}{q}$ se halla en menos de una unidad la raíz del producto Nq^3 y se divide por q.—Corolario 1.°: Para calcular la raíz cúbica de un entero en menos de una unidad decimal del orden q.ésimo se escriben $3\,q$ ceros á su derecha, se extrae la raíz cúbica en menos de una unidad del número así formado, y se separan de la raíz hallada q cifras decimales.—Corolario 2.°: Para obtener la raíz cúbica de una fracción ordinaria en menos de una unidad decimal del orden *enésimo*, se reduce á fración decimal, calculando $3\,n$ cifras decimales y se prescinde de la coma, se extrae la raíz y se separan de ella n cifras decimales.—Corolario 3.°: Para calcular la raíz cúbica de un número decimal, en menos de una unidad decimal del orden n.ésimo se consideran $3\,n$ cifras decimales, prescindiendo de las del orden inferior ó agregando ceros, si no hubiera número suficiente; y se extrae después la raíz cúbica del número decimal que así resulta.—Escolio: Raíz cúbica de un número de infinitas cifras decimales, con la aproximación que se desee.—*Raíz cúbica de los números implícitos.*—Raíz cúbica de un producto cuyos factores son cubos perfectos.—Idem de un cociente cuyos términos son cubos perfectos.—Idem de una potencia de grado múltiplo de 3. (Párrafos 199 al 203).

DESCUENTO.—Definiciones.—Fundamento del descuento.—Descuento comercial. (Párrafos 283 al 285).

Ejemplo: Se ha presentado el 15 de Junio á un banquero una letra de 5.000 pesetas, pagaderas el 1.° de Septiembre siguiente. ¿Qué cantidad tendrá que satisfacer haciendo el descuento al 4 por 100?

PAPELETA 3.ª

SUSTRACCIÓN.—Definiciones.—Algoritmo.—Artificio substractivo.—Casos: 1.°, 2.° y 3.°.—Observaciones: 1.ª Orden de la operación; 2.ª Reducción á un solo caso; 3.ª Aumento ó disminución de los términos.—Prueba de la resta y nueva prueba de la suma.

SUSTRACCIONES COMPLEJAS.—Teorema 1.°: Para restar de un número la suma de otros varios, se resta el primer sumando, del resultado se resta el segundo y así sucesivamente hasta el último de ellos.—Teorema 2.°: Para restar de un número la diferencia indicada de otros dos, se agrega al minuendo el menor de ellos y de la suma se resta el mayor.—Teorema 3.°: Para restar de un número el resultado de una serie de sumas y restas, basta agregarle los sustraendos, restando sucesivamente del resultado cada uno de los minuendos.

SUMA Y RESTA COMBINADAS.—Teorema 1.°: Para sumar á un número la diferencia indicada de otros dos, se suma á dichos números el minuendo, y del resultado se resta el sustraendo.—Teorema 2.°: Para sumar á un número otro, expresado por una serie de sumas y restas, basta agregarle sucesivamente los sumandos, y de la suma, restar en igual forma los sustraendos.—Aplicaciones $(a+b)+(a-b)$ » $(a-b)-(a-b)$.—Escolio.

COMPLEMENTO ARITMÉTICO.—Modo de hallarle.—Aplicaciones con ejercicio. (Párrafos 30 al 42).

PRUEBAS DE LAS OPERACIONES NUMÉRICAS POR MEDIO DE LOS RESTOS RELATIVOS Á UN MÓDULO CUALQUIERA.—Utilidad de las propiedades de los números.—Pruebas de la suma, resta, multiplicación y división.—Observaciones.—Módulos que deben emplearse en estas pruebas.—Aplicaciones á ejemplos empleando el módulo 9. (Párrafos 80 al 84.)

REGLA DE ALIGACIÓN.—Definiciones.—Mezcla.—Aleación.—Lingote.—Precio y ley.—Regla de aligación.—Problema directo de las mezclas.—Conociendo las cantidades que entran en una mezcla y sus precios respectivos, determinar el precio de la mezcla.—Problema inverso: Fijado el precio de una mezcla y conocidos los de las substancias que han de formarla, hallar las cantidades que deban mezclarse.—Teorema 1.°: Las cantidades de dos substancias mezcladas son inversamente proporcionales á las diferencias entre sus precios respectivos y el precio de la mezcla.—Cuando son más de dos las substancias mezcladas, el problema es indeterminado. (Párrafos 297 al 300).

Ejemplo: Determinar la cantidad de agua que hay que añadir á 40 litros de ácido clorhídrico, de pesetas 0,80 el litro, para reducir el precio de éste á pesetas 0,30, sabiendo que no se asigna valor alguno al agua.

PAPELETA 4.ª

MULTIPLICACIÓN.—Definición.—Algoritmo.—Consecuencias inmediatas de la definición: 1.ª Cuando uno cualquiera de los factores se iguala á la unidad.—2.ª Cuando uno de los factores se reduzca á cero.—Artificio de la multiplicación.—Casos de la multiplicación.—1.° Multiplicación de dos números de una sola cifra. 2.° Multiplicación de un número de varias cifras por otro de una sola.—Casos particulares: 1.° Multiplicación de un número cualquiera por la unidad seguida de ceros.—2.° Multiplicación de un número cualquiera por una cifra significativa, distinta de la unidad, seguida de ceros.—Caso general. Multiplicación de un número de varias cifras por otro de varias cifras.—Casos en que los factores terminan en ceros: 1.° Si el multiplicador es un número terminado en ceros.—2.° Si ambos factores terminan en ceros.—Observación: Diferencia que existe entre los papeles que desempeñan el multiplicando y el multiplicador.—Teorema: El orden de los factores no altera el producto.—Pruebas de la multiplicación. (Párrafos 42 al 52).

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO DE DOS NÚMEROS.—Definición y consecuencias.—Principios relativos al *m. c. m.* de dos números.—Teorema 1.°: El *m. c. m.* de dos números, es el cociente de dividir su producto por su *m. c. d.*—Corolario 1.°: El producto del *m. c. m.* de dos números por su *m. c. d.* es el producto de dichos números.—Corolario 2.° Todos los múltiplos de dos números lo son de su *m. c. m.* Corolario 3.° Si dos números son primos entre sí, su *m. c. m.* es su producto.—Teorema 2.°: Si se multiplican dos números por otro, *m. c. m.* queda multiplicado por este número.—Corolario: Si dos números se dividen por un mismo factor común, su *m. c. m.* queda dividido por él.—Teorema 3.°: Los cocientes de dividir el *m. c. m.* de dos números por cada uno de ellos, son primos entre sí. (Párrafos 91 al 93)

REGLA DE CONJUNTA.—Definición y algoritmo.—Procedimiento práctico.—Teorema: Los productos ordenados de varias equivalencias que tengan homogéneos el segundo miembro de cada una y el primero de la siguiente, forman otra equivalencia, cuyo primer miembro pertenece á la primera especie y el segundo á la última.—Regla práctica. (Párrafos 301 al fin).

Ejemplo: ¿Cuántos rublos corresponden á 2.300 pesetas, sabiendo que cinco duros equivalen á 19,05 francos, 126 francos á cinco libras esterlinas, 10 libras esterlinas á 117 florines alemanes y 46 florines á 32,50 rublos?

PAPELETA 5.ª

MULTIPLICACIÓN.—Múltiplo de un número.—Equimúltiplos.—Multiplicación cuando los factores son implícitos.—Teorema 1.°: El producto de la suma de varios números por otro es igual á la suma de los productos de todos los sumandos por el mismo multiplicador.—Corolario: Para multiplicar un número por una suma se multiplica dicho número por cada uno de los sumandos y se suman los productos obtenidos.—Escolio: Sacar factor común.—Teorema 2.°: El producto de la diferencia de dos números por un tercero es igual á la diferencia de los productos del minuendo y el sustraendo por dicho tercer número.—Corolario: Para multiplicar un número por la diferencia de otros dos, se multiplica por el minuendo y sustraendo y del primer producto se resta el segundo.—Escolio: Para multiplicar dos sumas entre sí, basta multiplicar los sumandos de cada una de ellas por cada uno de los de la otra y se suman los productos obtenidos.—Producto de varios factores.—Definición.—Algoritmo.—Potencia.—Exponente.—Potencias de base 10.—Teorema 1.°: En un producto de varios factores puede invertirse el orden de éstos sin que se altere el producto.—Corolario 1.°: En un producto de varios factores puede reemplazarse cualquier número de ellos por su producto efectuado, y recíprocamente un factor cualquiera puede sustituirse por otros á cuyo producto sea igual.—Corolario 2.°: Para multiplicar un número por el producto indicado de varios factores, se lo multiplica sucesivamente por cada uno de ellos.—Corolario 3.°: Para multiplicar el producto indicado de varios factores por un número; basta multiplicar cualquiera de los factores por dicho número.—Escolio: Papel de los factores en los dos últimos casos.—Corolario 4.°: Para multiplicar entre sí dos ó más productos de varios factores se forma un solo producto con los factores de todos ellos.—Corolario 5.°: El producto de varias potencias de un mismo número es otra potencia de este número, indicada por un exponente igual á la suma de los exponentes de los factores. (Párrafos 52 al 55.)

RAÍZ CUADRADA.—Preliminares.—Definición y algoritmo.—Condiciones á que debe satisfacer la extracción.—Extracción de la raíz cuadrada en menos de una unidad.—Definiciones: Raíz por defecto, raíz por exceso, resto, raíz entera.—Raíz cuadrada de un número entero.—Caso 1.°: Número menor que 100.—2.°: Número mayor que 100.—Teorema 1.°: La raíz cuadrada entera del número de las centenas de un número es exactamente el número de las decenas de su raíz.—Teorema 2.°: Si de un número se resta el cuadrado de las decenas de la raíz cuadrada, y se divide el número de las decenas del residuo así obtenido por el doble del número de las decenas de la raíz, resulta la cifra de las unidades ó un cociente mayor.—Comprobación de la cifra obtenida para las unidades de la raíz.—Regla práctica.—Proposiciones relativas al resto. — Teorema 1.°: El resto que se obtiene al extraer por defecto en menos de una unidad la raíz cuadrada de un número entero, no puede exceder al doble de dicha raíz.—Teorema 2.°: Si el último resto es igual ó menor que la raíz hallada, ésta difiere por defecto de la verdadera en menos de media unidad, y si fuere mayor el número inmediatamente superior á la raíz hallada, será la raíz por exceso, con igual límite de error.—Prueba de la extracción.—Raíz cuadrada de un número fraccionario.—Teorema: La raíz cuadrada de una fracción es la raíz cuadrada en menos de una unidad de su parte entera. (Párrafos 181 al 188.)

INTERÉS SIMPLE.—Definición.—Renta. Tanto por ciento.—Clases de interés.—Proporcionalidad de las magnitudes relativas al interés simple.—Problemas diversos en las reglas de interés simple.—Caso particular de la regla de interés simple. (Párrafos 278 al 282.)

Ejemplo: ¿Cuál es el interés que produce 19.850 pesetas impuestas al 6 por 100 durante cinco años y cuatro meses?

PAPELETA 6.ª

DIVISIÓN.— Definición.— Algoritmo. — Artificio elemental de la división.—Número divisible por otro.—Procedimiento general.—Determinación de las unidades más elevadas del cociente.—Casos de la división: 1.° y 2.°: Comprobación de la cifra del cociente.—3.° y 4.°: Caso particular.—Si el divisor termina en ceros, se prescinde de ellos y de igual número de cifras del dividendo.—Prueba de la división y nueva prueba de la multiplicación. (Párrafos 55 al 64).

REDUCCIÓN DE FRACCIONES. — Reducir un número fraccionario á otro de denominador dado. — Definición. — Procedimiento.—Teorema 1.°: Cuando una fracción no es exactamente reducible á otra de denominador *n*, se encuentra comprendida entre dos que tienen dicho denominador y por numeradores respectivos el mayor número entero contenido en el producto de dicha fracción por *n* y el entero inmediatamente superior.—Teorema 2.°: Para que una fracción irreducible pueda transformarse exactamente en otra de denominador dado, es preciso y basta que su denominador divida al que ha de tener la fracción.

FONDOS PÚBLICOS.—Definiciones.—Valor nominal. — Valor efectivo. — Cambio corriente.—Cambio de emisión.— Renta á la par.—Tanto por ciento nominal.— Deuda amortizable.— Deuda perpetua.— Problemas relativos á fondos públicos.— Primero: Hallar el tanto por ciento efectivo que produce un capital empleado en una renta, cuyo cambio corriente y tanto por ciento nominal se conocen.—Segundo: Qué cantidad debe invertirse en efectos públicos, cuyo tanto por ciento nominal y cambios son conocidos, para obtener cierta renta. — Tercero: Hallar la renta que produce un capital empleado en títulos, cuyo cambio y tanto por ciento nominal se conocen.—Cuarto: ¿Qué capital nominal puede adquirirse con uno efectivo, conocido el cambio corriente?— Quinto: Calcular el valor efectivo de un cierto capital nominal, conociendo el cambio de cotización. (Párrafos 287 al 289.)

Ejemplo: ¿Cuál es el importe de la venta de 58 000 pesetas nominales de cédulas hipotecarias al cambio de 113,25 por 100?

PAPELETA 7.ª

DIVISIÓN.—División por exceso.—Resto por defecto y por exceso.—División de números expresados en forma implícita. Teorema 1.°: Para dividir un producto indicado por uno de sus factores, se suprime éste.—Corolario: Para dividir un producto por un número que sea divisor de uno de los factores del producto basta dividir dicho factor por el expresado número, conservando los demás factores.— Teorema 2.°: Para dividir un número cualquiera por un producto de varios factores se divide dicho número por uno de éstos, el cociente obtenido por el otro factor, y así sucesivamente hasta dividir por el último de ellos.—Teorema 3.°: El cociente de dos potencias de un mismo número es igual á una potencia del mismo número cuyo exponente es la diferencia de los que tienen el dividendo y el divisor.—Escolio: Caso en que dividendo y divisor sean iguales.—Dependencia mutua entre los términos de la división, del cociente y del resto.—Teorema: El cociente de dos números no varía cuando se multiplican los dos términos por el mismo número, pero el resto queda multiplicado. (Párrafos 64 al 67).

REDUCCIÓN DE NÚMEROS MÉTRICOS.— Definiciones.—Número complejo é incomplejo; homogéneo y heterogéneo.—Reglas de transformación.—1.ª Incomplejo en otro incomplejo de orden inferior ó superior.—2.ª Complejo en incomplejo de orden inferior.—3.ª Complejo en incomplejo de un orden cualquiera.—4.ª Incomplejo en complejo de órdenes inferiores.—5.ª Incomplejo en complejo de órdenes superiores. (Párrafo 262).

RAZONES Y PROPORCIONES.— Definiciones.—Símbolo y expresión de la relación. Teorema: La relación de dos magnitudes de la misma especie, está expresada por el cociente de los números que la miden, tomando una tercera por unidad.—Proporcionalidad.—Algoritmo.—Modo de reconocer la proporcionalidad. — Teorema 1.°: Cuando dos magnitudes son proporcionales, si se multiplica un valor particular de una de ellas por un número, el valor correspondiente de la otra queda multiplicado por el mismo número.— Recíprocamente.—Teorema 2.°: Cuando dos magnitudes son inversamente proporcionales, al multiplicar un valor de una de ellas por un número, el correspondiente de la otra queda dividido por el mismo número.— Recíprocamente.— Forma numérica de la proporcionalidad de dos magnitudes.—Relación de sus valores numéricos. (Párrafos 265 al 271).

Ejemplo: La guarnición de una ciudadela se compone de 1.800 hombres y tiene víveres para tres meses, siendo la ración de cinco hectogramos diarios. Se aumenta dicha guarnición en 300 hombres y se quiere que los víveres duren cuatro meses. ¿A cuánto debe reducirse la ración?

PAPELETA 8.ª

DIVISIBILIDAD DE LOS NÚMEROS.—Principios fundamentales.—Múltiplos y divisores de un número múltiplo común y divisor común.—Resto de un número con relación á otro.—Módulo.—Números congruentes.—Consecuencias: 1.ª Dos números iguales son congruentes, con respecto á cualquier módulo.—2.ª Un número múltiplo de otro es congruente con cero respecto á éste último.—3.ª Dos números múltiplos de un tercero son congruentes respecto á este tercero.—4.ª El dividendo y resto aditivo son congruentes respecto al divisor.—Principios fundamentales de las congruencias.—Teorema 1.°: La diferencia de dos números congruentes, es múltiplo del módulo.—Corolario.—Teorema 2.°: Si la diferencia de dos números es un múltiplo de otro, dichos números son congruentes con respecto á éste.— Corolario. — Teorema 3.°: Si se suman miembro á miembro varias congruencias respecto de un mismo módulo, resulta una nueva congruencia.—Corolario 1.°: Una congruencia no se altera sumando un mismo número á sus dos miembros.—Corolario 2.°: Una congruencia no se altera sumando á uno de sus miembros, ó á los dos, un cierto múltiplo ó múltiplos cualquiera del módulo. — Teorema 4.°: Si se multiplican miembro á miembro varias congruencias relativas á un mismo módulo, resulta otra congruencia.—Corolario.—Una congruencia subsiste si se multiplican sus dos miembros por un mismo número. (Párrafos 67 al 71).

FRACCIONES DECIMALES. — Numeración y propiedades. — Definición. — Unidades decimales de distintos órdenes.—Representación entera del número decimal.— Lectura de un número decimal escrito en forma entera.—Escritura en forma entera de un número decimal enunciado.— Propiedades de los números decimales. Teorema 1.°: El valor de un número decimal no se altera cuando se escriben ceros á su derecha.—Teorema 2.°: Si la coma se corre hacia la derecha ó hacia la izquierda, uno, dos, tres, etc., lugares, el número queda, respectivamente, multiplicado ó dividido por la unidad seguida de uno, dos, tres, etc., ceros.—*Adición*.— Procedimiento aditivo.—*Substracción*.— Manera de operar.— *Multiplicación*.—Casos diversos.—1.° Multiplicar un número decimal por un entero.—2.° Un número decimal por otro decimal.—*División*.—Casos diversos.—1.° Dividir un decimal por un entero.—2.° Dividir un número entero ó decimal por otro decimal. (Párrafos 149 al 159).

REGLA DE TRES SIMPLE Y COMPUESTA.—Dependencia de una magnitud de otras varias.—Cuestiones relativas á las magnitudes proporcionales 1.ª y 2.ª—Regla de tres simple y directa.—Idem inversa. Regla de tres compuesta.—Forma numérica y propiedades de la proporcionalidad de varias magnitudes.—Método de reducción á la unidad. (Párrafos 271 al 278).

Ejemplo: En ochenta y cinco horas han construído 29 obreros un muro de 15 metros de longitud, 3,50 metros de altura y 0,64 metros de espesor. ¿Cuánto tiempo será necesario para que 53 obreros construyan otro muro de 18 metros de largo, tres de altura, 1,20 metros de espesor?

PAPELETA 9.ª

DIVISIBILIDAD DE LOS NÚMEROS.—*Teoremas relativos á los restos*.—Teorema 1.°: El resto de una suma es el mismo que el de la suma de los restos aditivos de los sumandos.—Corolario 1.°: Condición necesaria y suficiente para que un número divida á la suma de varios.—Corolario 2.°: Si un número divide á varios, divide á su suma.—Corolario 3.°: Si un número divide á otros, divide á sus múltiplos.—Teorema 2.°: La condición necesaria y suficiente para que sea cero el resto de una diferencia con respecto á cualquier módulo, es que sean iguales los restos aditivos ó substractivos del minuendo y del sustraendo. — Corolario 1.°: Si un número divide á dos, divide á su diferencia.—Corolario 2.°: Si un número divide á dividendo y divisor, divide al resto.—Corolario 3.°: Si se dividen dividendo y divisor de una división inexacta por un número, el cociente no varía, pero el resto queda dividido por dicho número. Teorema 3.°: El resto aditivo ó substractivo de un producto con relación á cualquier módulo, es el mismo que el del producto de los restos aditivos de los factores.—Corolario.—Condición necesaria y suficiente para que un número divida á un producto. (Párrafo 71).

POTENCIAS.—Cubo de un número.—Definición.—Teoremas relativos al cubo.—Teorema 1.°: El cubo de la suma de dos números es igual al cubo del primero, más el triplo del cuadrado del primero por el segundo, más el triplo del primero por el cuadrado del segundo, más el cubo del segundo.—Cubo de una diferencia.—Corolario 1.°: Cubo de un número compuesto de decenas y unidades. Corolario 2.°: La diferencia de los cubos de dos números consecutivos es igual al triplo del cuadrado del menor, más el triplo de este menor, más una unidad. (Párrafos del 173 al 180.)

REDUCCIÓN DE UNA FRACCIÓN DECIMAL Á ORDINARIA.—Definición.—Procedimiento.—Teorema 1.°: Para reducir una fracción decimal de número limitado de cifras á fracción ordinaria, se prescinde de la coma y se pone por denominador la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales contiene.—Escolio: Cuando la fracción tenga parte entera.—Teorema 2.°: La fracción ordinaria generatriz de una decimal periódica pura, sin parte entera, tiene por numerador el período y por denominador un número formado de tantos nueves como cifras tiene el período. — Escolio: Cuando la fracción propuesta tenga parte entera.—Teorema 3.°: La fracción ordinaria generatriz de una decimal periódica mixta, sin parte entera, tiene por numerador la parte no periódica seguida del período, disminuído en la parte no periódica, y por denominador, un número formado de tantos nueves como cifras tiene el período, seguido de tantos ceros como cifras hay en la parte no periódica.—Escolio: Cuando la fracción propuesta tenga parte entera.—Caso de imposibilidad y solución aproximada.—Noción de la cantidad inconmensurable. (Párrafos 166 al 170.)

REGLA DE ALIGACIÓN.—Definición de mezcla: aleación, lingote, precio y ley, regla de aligación.—Problema directo de las aleaciones.—Conociendo los pesos de los metales que entran en una aleación y sus leyes respectivas, determinar la ley de la aleación.—Problema inverso.—Fijada la ley de una aleación y conocidas las leyes de los metales que han de formarla, hallar los pesos de los que deben alearse.—Caso 1.°—Teorema: Los pesos de dos metales aleados son inversamente proporcionales á las diferencias entre sus leyes respectivas y la ley de la aleación.—El problema es indeterminado; puede ser determinado cuando se conoce la suma ó la diferencia de los pesos de los metales aleados.—Caso 2.°—Cuando son más de dos los metales aleados, aumenta la indeterminación del problema; solución que tiene. (Párrafos 297 y 300.)

Ejemplo: ¿Qué cantidad de plata hay que alear con 300 gramos de una pasta cuya ley es 0,805, para elevarla á 0,900?

PAPELETA 10

CARACTERES GENERALES DE DIVISIBILIDAD.—Procedimiento de investigación.—Determinación y reproducción de los restos de las unidades sucesivas.—Forma de la unidad de un orden cualquiera.—Forma de una colección de unidades.—Forma de un número cualquiera.—Condición general de la divisibilidad.—Aplicaciones á los módulos 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 y 11.—Tabla de restos. (Párrafos 72 al 80).

POTENCIAS EN GENERAL.—Definiciones. Potencia, grado, base.—Potencia perfecta.—Potencia de un número cualquiera de la unidad; de la unidad seguida de ceros.—Teorema 1.°: La potencia de un cierto grado de una fracción es otra fracción cuyos términos son las potencias del mismo grado del numerador y denominador. — Corolario 1.°: Las potencias de una fracción irreducible son fracciones irreducibles.—Corolario 2.°: Si un número entero no es potencia perfecta de otro entero, tampoco lo es de una fracción.—Teorema 2.°: Para elevar un número decimal á una potencia *m*. ésima, se eleva como si fuera entero, y después se separan *m* veces el número de cifras decimales que tiene el número.—Potencias de base implícita.—Teorema 1.°: La potencia de un producto es el producto de las potencias del mismo grado de cada uno de los factores.—Teorema 2.°: La potencia de un cociente es el cociente de las potencias de igual grado del dividendo y divisor.—Teorema 3.°: Para elevar una potencia á otra potencia, se multiplican los exponentes. — Condiciones generales de potencialidad.—Teorema 1.°: Para ser potencia perfecta del grado *m*, es preciso y basta que los exponentes de los factores primos sean múltiplos de *m*.—Teorema 2.°: Para que una fracción irreducible sea potencia perfecta del grado *m*, es preciso y basta que lo sea cada uno de sus términos.—Potencias de expresiones de relación.—Teorema 1.°: Si dos números son congruentes, sus potencias del mismo grado lo son.—Corolario: El resto que da la potencia de un número al dividirla por un módulo es el mismo que da la potencia de igual grado de su resto aditivo, con respecto á dicho módulo.—Teorema 2.°: Si cuatro números forman igualdad fraccionaria, sus potencias de igual grado forman otra igualdad fraccionaria.

CUADRADO DE UN NÚMERO.—Definición. Teoremas referentes al cuadrado.—Teorema 1.°: El cuadrado de la suma de dos números es igual al cuadrado del primero, más el cuadrado del segundo, más doble producto del primero por el segundo.—Corolario: Cuadrado de la diferencia.—Cuadrado de un número compuesto de decenas y unidades.—Teorema 2.°: La suma de dos números, multiplicada por su diferencia, es la diferencia de cuadrados.—Corolario: La diferencia de los cuadrados de dos números consecutivos es igual al doble del menor, más la unidad. (Párrafos 170 al 177).

REGLA DE CONJUNTA.—Definición y algoritmo.—Procedimiento práctico.—Teorema: Los productos ordenados de varias equivalencias que tengan homogéneos el segundo miembro de cada una y el primero de la siguiente, forman otra equivalencia cuyo primer miembro pertenece á la primera especie y el segundo á la última.—Regla práctica. (Párrafos 301 al fin).

Ejemplo: Arbitrar el medio más ventajoso para remitir 50.000 pesetas de Madrid á Londres, sabiendo que el cambio directo es de 33 pesetas, 35 por libra esterlina; el de Madrid con París, 32,40 por 100 beneficio, oro francés; el de París con Amsterdam, 190 florines holandeses por 214 francos, y el de Amsterdam sobre Londres, 10 libras por 116 florines.

PAPELETA 11.

NÚMEROS PRIMOS. — Definición. — Primos absolutos y primos entre sí.—Primeras proposiciones.—Teorema 1.°: Todo número primo que no divide á otro, es primo con él.—Teorema 2.°: Todo número que no es primo tiene un divisor primo.—Corolario: Si varios números no son primos entre sí, tienen un divisor común primo.—Teorema 3.°: La serie de los números primos es ilimitada.—Formación de una tabla de números primos.—Teorema 1.°: Si en la serie natural de los números se parte de un número n y se tachan los que se encuentran de n en n, desaparecen los múltiplos de n.—Teorema 2.°: Si hemos tachado en la serie natural de los números los múltiplos de los números primos 2, 3, 5... p y es q el primero sin tachar después de p, q será el número primo inmediatamente superior á p y todos los inferiores á q^2 sin tachar son primos.—Regla para formar una tabla de números primos.—Corolario: Un número es primo cuando no es divisible por ninguno de los números primos cuyos cuadrados no sean mayores que él.—Escolio.—(Párrafos 96 al 99).

REDUCCIÓN DE FRACCIÓN ORDINARIA Á DECIMAL. — Definición. — Procedimiento. Teorema 1.°: Para expresar una fracción ordinaria en decimales, con un error menor que una unidad de orden *p*. ésima se agregan *p* ceros á su numerador, se divide el resultado por el denominador, y de la derecha del cociente se separan *p* cifras decimales.—Escolio: Cuando no se fije el número de cifras decimales.—Teorema 2.°: La condición necesaria y suficiente para que una fracción ordinaria irreducible se reduzca exactamente á decimal, es que su denominador no contenga más factores primos que el 2 y el 5.—Teorema 3.°: Cuando una fracción ordinaria irreducible contiene en el denominador factores primos distintos del 2 y el 5, da origen á una decimal indefinida.—Teorema 4.°: Si el denominador de una fracción ordinaria irreducible no contiene más que factores 2 y 5, la decimal á que se reduce exactamente, consta de tantas cifras decimales como unidades tenga el mayor de los exponentes de dichos factores.—Fracciones decimales periódicas.—Definiciones.—Teorema 1.°: Cuando una fracción no es exactamente reducible á decimales, da origen á una fracción periódica.—Número de cifras del período. Teorema 2.°: Toda fracción ordinaria irreducible, cuyo denominador es primo con 10, se reduce á decimal periódica pura.—Teorema 3.°: Cuando el numerador de una fracción ordinaria cuyo denominador es primo con 10 no termina en cero, la última cifra de la parte entera de la decimal equivalente no puede ser igual á la última del período.—Teorema 4.°: Toda fracción irreducible cuyo denominador no es primo con 10, conteniendo factores primos distintos de 2 y 5, da origen á una decimal periódica mixta, en la que el número de cifras no periódicas es igual al mayor exponente de los factores 2 y 5 de su denominador. (Párrafos 163 al 166).

FONDOS PÚBLICOS.—Definiciones.—Valor nominal.—Valor efectivo.—Cambio de emisión.—Renta á la par.—Tanto por ciento nominal.—Deuda amortizable.—Idem perpetua.—Problemas relativos á fondos públicos.—1.°: Hallar el tanto por ciento efectivo que produce un capital empleado en una renta, cuyo cambio corriente y tanto por ciento nominal se conoce.—2.°: Qué cantidad debe invertirse en efectos públicos, cuyo tanto por ciento nominal y cambio son conocidos, para obtener cierta renta.—3.°: Hallar la renta que produce un capital empleado en títulos, cuyo cambio y tanto por ciento nominal se conocen.—4.°: ¿Qué capital nominal puede adquirirse con un efectivo, conocido el cambio corriente?—5.°: Calcular el valor efectivo de un cierto capital nominal, conociendo el cambio de cotización. (Párrafos 287 al 289.)

Ejemplo: ¿Qué cantidad se necesita emplear para obtener 3.000 pesetas de renta en 4 por 100 perpetuo, siendo 64,20 por 100 el cambio corriente?

PAPELETA 12

TEOREMAS REFERENTES Á LOS NÚMEROS PRIMOS.—Nuevas proposiciones.—Teorema 1.°: Todo número primo que divide á un producto de varios factores, divide por lo menos á uno de ellos.—Corolario 1.°: Todo número primo que divide á una potencia, divide la base.—Corolario 2.°: Si dos números son primos entre sí, sus potencias también lo son.—Teorema 2.°: Todo número primo con los factores de un producto, es primo con éste y recíprocamente.—Corolario: Todo número que divide á un producto y es primo con todos los factores menos con uno, divide á éste.—Teorema 3.°: Si varios números primos entre sí dos á dos, dividen separadamente á un número, su producto también le divide.—Corolario: El *m. c. m.* de varios números primos entre sí dos á dos, es su producto.—Escolio.—Caracteres de divisibilidad.—Cuándo un número es un producto de varios factores primos entre sí.

DESCOMPOSICIÓN DE FACTORES PRIMOS. Posibilidad de efectuarla.—Teorema: Todo número compuesto, es el producto de un cierto número de factores primos. Forma de un número con relación á sus factores primos.—Investigación de los factores primos de un número.—Teorema: No existe más que un solo sistema de factores primos, cuyo producto sea igual á un cierto número.—Observación. Abreviación de la descomposición. (Párrafos 99 al 104).

RAIZ CUADRADA.—Preliminares.—Definición y algoritmo.—Condiciones á que debe satisfacer la extracción.—Extracción de la raíz cuadrada en menos de una unidad.—Definiciones: Raíz por defecto; Raíz por exceso; Resto; Raíz entera.—Raíz cuadrada de un número entero.—Caso 1.°: Número menor que 100.—2.° Número mayor que 100.—Teorema 1.°: La raíz cuadrada entera del número de las centenas de un número es exactamente el número de las decenas de su raíz.—Teorema 2.°: Si de un número se resta el cuadrado de las decenas de la raíz cuadrada y se divide el número de las decenas del residuo así obtenido, por el doble del número de las decenas de la raíz, resulta la cifra de las unidades ó un cociente mayor.—Comprobación de la cifra obtenida para las unidades de la raíz.—Regla práctica.—Proposiciones relativas al resto.—Teorema 1.°: El resto que se obtiene al extraer por defecto en menos de una unidad la raíz cuadrada de un número entero no puede exceder al doble de dicha raíz.—Teorema 2.°: Si el último resto es igual ó menor que la raíz hallada, ésta difiere por defecto de la verdadera en menos de media unidad, y si fuere mayor el número inmediatamente superior á la raíz hallada, será la raíz por exceso con igual límite de error.—Prueba de la extracción.—Raíz cuadrada de un número fraccionario.—Teorema: La raíz cuadrada de una fracción, es la raíz cuadrada en menos de una unidad de su parte entera. (Párrafos 181 al 188.)

RAZONES Y PROPORCIONES.—Definiciones.—Símbolo y expresión de la relación. Teorema: La relación de dos magnitudes de la misma especie, está expresada por el cociente de los números que la miden, tomando una tercera por unidad.—Proporcionalidad.—Algoritmo.—Modo de reconocer la proporcionalidad.—Teorema 1.°: Cuando dos magnitudes son proporcionales, si se multiplica un valor particular de una de ellas por un número, el valor correspondiente de la otra queda multiplicado por el mismo número.—Recíprocamente.—Teorema 2.°: Cuando dos magnitudes son inversamente proporcionales, al multiplicar un valor de una de ellas por un número, el correspondiente de la otra queda dividido por el mismo número.—Recíprocamente.—Forma numérica de la proporcionalidad de dos magnitudes.—Relación de sus valores numéricos. (Párrafos 265 al 271.)

Ejemplo: La guarnición de una cindadela se compone de 1.800 hombres, y tiene víveres para tres meses, siendo la ración de 5 hectogramos diarios. Se aumenta dicha guarnición en 300 hombres, y se quiere que los víveres duren cuatro meses, ¿á cuánto debe reducirse la ración?

PAPELETA 13

INVESTIGACIÓN DE LOS DIVISORES DE UN NÚMERO.—Divisibilidad por descomposición.—Teorema: La condición necesaria y suficiente para que un número divida á otro, es que no contenga factores primos distintos de este otro, ni los contenga con mayores exponentes.—Determinación en factores primos del *m. c. d.* y del *m. c. m.*—Teorema 1.°: El *m. c. d.* de varios números, es el producto de sus factores primos comunes, afectados del menor exponente.—Teorema 2.°: El *m. c. m.* de varios números, es el producto de todos los factores primos, afectados del mayor exponente. (Párrafos 104 y 106).

RAIZ CÚBICA.—Preliminares.—Definiciones y algoritmo.—Condiciones á que debe satisfacer la extracción.—Raíz cúbica de un número entero ó fraccionario en menos de una unidad.—Definiciones: Resto; Parte entera de la raíz.—Raíz cúbica de un número entero.—Primer caso: Número menor que 1.000.—Segundo: Número mayor que 1.000.—Teorema 1.°: La raíz cúbica entera de los millares del número, es exactamente la cifra de las decenas de la raíz.—Teorema 2.°: Si del número se resta el cubo de las decenas de la raíz y se divide el número de las centenas del residuo así obtenido por el triplo del cuadrado del número de las decenas de la raíz, resulta la cifra de las unidades ó un cociente mayor.—Comprobación de la cifra obtenida para las unidades de la raíz.—Deducción de la regla para extraer la raíz cúbica.—Regla práctica. (Párrafos 192 al 196).

FONDOS PÚBLICOS.—Definiciones.—Valor nominal.—Valor efectivo.—Cambio corriente.—Cambio de emisión.—Renta á la par.—Tanto por ciento nominal.—Deuda amortizable.—Deuda perpetua.—Problemas relativos á fondos públicos.—Primero: Hallar el tanto por ciento efectivo que produce un capital empleado en una renta, cuyo cambio corriente y tanto por ciento nominal se conocen.—Segundo: Qué cantidad debe invertirse en efectos públicos, cuyo tanto por ciento nominal y cambios son conocidos, para obtener cierta renta.—Tercero: Hallar la renta que produce un capital empleado en títulos, cuyo cambio y tanto por ciento nominal se conocen.—Cuarto: ¿Qué capital nominal puede adquirirse con uno efectivo, conocido el cambio corriente?—Quinto: Calcular el valor efectivo de un cierto capital nominal, conociendo el cambio de cotización. (Párrafos 287 al 289).

Ejemplo: ¿Cuál es el importe de la venta de 58.000 pesetas nominales de cédulas hipotecarias al cambio de 113,25 por 100?

PAPELETA 14

PROPIEDADES DE LAS FRACCIONES ORDINARIAS.—Magnitud.—Continua y discreta.—Múltiplo ó parte alícuota.—Terminaciones avo y ésima.—Unidad ó módulo.—Fracción.—Unidad fraccionaria.—Medición de las magnitudes.—Cantidad. Términos de la fracción.—Fracciones ordinarias.—Nomenclatura y escritura de la fracción.—Fracciones inversas.—Expresiones fraccionarias.—Número mixto. Transformación de fracciones.—Teorema 1.°: Si el numerador de una fracción se hace *m* veces mayor ó menor, la fracción se hace *m* veces mayor ó menor.—Teorema 2.°: Si el denominador se hace *m* veces mayor ó menor, la fracción se hace *m* veces menor ó mayor.—Teorema 3.°: El valor de una fracción no se altera multiplicando ó dividiendo sus dos términos por un mismo número.—Reducción á un común denominador.—Regla.—Transformación de la fracción mayor que la unidad.—Condición necesaria y suficiente para que una fracción sea igual á un número entero.—Convertir un número mixto en fracción.—Simplificación de fracciones.—Fracción irreducible.—Teorema 1.°: Si una fracción tien sus términos primos entre sí, cualquiera que le sea igual, tiene sus términos equimúltiplos de los de la primera.—Corolario: Una fracción cuyos términos son primos ente sí es irreducible.—Recíproca. Regla para reducir una fracción á su más simple expresión. — Aplicación á una fracción cuyo numerador sea múltiplo del denominador.—Corolario 1.°: Multiplicando los dos términos de una fracción irreducible por la serie natural de los números, se hallan todas sus equivalentes. — Corolario 2.°: Dos fracciones irreducibles iguales, son idénticas.—Reducción de fracciones al mínimo común denominador.—Regla.—Escolio. (Párrafos 107 al 121.)

Raíz cúbica.—Proposición relativa al resto.—Teorema: El resto de la raíz cúbica por defecto en menos de media unidad no puede exceder del triplo cuadrado de la raíz, más el triplo de dicha raíz.—Prueba de la extracción.—Raíz cúbica de un número fraccionario.—Teorema: La raíz cúbica en menos de una unidad, de una fracción, es la raíz cúbica del número de unidades que contiene. (Párrafos 196 al 199.)

Regla de compañía. — Definición. — Particiones proporcionales.—Descomponer una cantidad en partes proporcionales á varios números dados.—Fórmulas de la regla de compañía (Párrafos 294 al 297.)

Ejemplo: Tres comerciantes han formado compañía, habiendo puesto el primero 12.000 pesetas por dos años, el segundo 15.000 pesetas por un año y medio, y el tercero 18.000 por nueve meses. El día de la liquidación la sociedad representa un capital de 64.000 pesetas después de deducidos los gastos, el cual quiere repartirse entre los socios.

PAPELETA 15

Alteración de fracciones. — Teorema 1.°: Si se suman término á término varias fracciones desiguales, la fracción resultante está comprendida entre ambas.—Corolario: Si se suman término á término varias fracciones desiguales, la fracción resultante está comprendida entre la mayor y la menor.—Teorema 2.°: Si añadimos un mismo número á los dos términos de una fracción, la resultante se aproxima á la unidad.—Escolio.—Corolario: Si de los dos términos de una fracción se resta un mismo número, la fracción resultante se aleja de la unidad. Adición de fracciones.—Definición.—Casos elementales de adición.—Primero: Sumar fracciones que tengan el mismo denominador.—Segundo: Sumar fracciones de distinto denominador.—Tercero: Sumar un entero y una fracción.—Adición de fracciones implícitas.—Escolio: Otro procedimiento.—Substracción; definición.—Casos elementales de la substracción.—Primero: Restar dos fracciones de igual denominador.—Segundo: Restar dos fracciones cualesquiera.—Tercero: Restar de un entero una fracción.—Escolio.—Cuarto: Restar un entero de una fracción impropia.—Substracción de fracciones implícitas.—Escolio. (Párrafos 121 al 128.)

Números inconmensurables. — Teoría de los límites.—Definición.—Consecuencias: Límite de una variable, expresión de una variable.—Ejemplo notable del límite.—Proposiciones relativas á los límites.—Teorema 1.°: Dos cantidades variables que permanecen constantemente iguales tienen el mismo límite.—Teorema 2.°: Si dos cantidades constantes están comprendidas entre dos variables cuya diferencia pueda ser tan pequeña como se quiera, dichas constantes son iguales. Teorema 3.°: El límite de la suma de varias variables es la suma de sus límites. Escolio: El número de sumandos ha de ser limitado.—Corolario: El límite de la diferencia de dos cantidades variables es la diferencia de sus límites. — Teorema 4.°: El límite del producto de varios factores variables es el producto de los límites.—El número de factores ha de ser limitado.—Corolario 1.°: El límite de la potencia de una cantidad variable es la potencia de igual grado del límite de dicha variable.—Corolario 2.°: El límite del cociente de dos variables es el cociente de los límites.—Corolario 3.°: El límite de la raíz cuadrada ó de la cúbica de una variable es la raíz del mismo grado del límite de la variable.—Escolio general: El límite del resultado de una operación cualquiera es el de la misma operación efectuada con los límites. (Párrafos 203 al 206.)

Regla de compañía. — Definición.—Particiones proporcionales.— Descomponer una cantidad en partes proporcionales á varios números dados.—Fórmulas de la regla de compañía. (Párrafos 294 al 297.)

Ejemplo: Repartir 72.000 pesetas entre tres personas, de manera que la segunda tenga tres veces más que la primera, y la tercera dos veces más que la segunda.

PAPELETA 16.

Fracciones ordinarias. — Multiplicación. — Definición. — Consecuencias: no implica siempre aumento; medida de la magnitud.—Casos elementales de la multiplicación: 1.° $\frac{a}{m} \times p$; 2.° $m \times \frac{p}{q}$; 3.° $\frac{m}{n} \times \frac{p}{q}$.—Producto de varios factores.—Multiplicación de fracciones implícitas

$$(a + b + c)\,m;\ m = \frac{I}{q};\ m = \frac{p}{q};$$
$$(a - b) \times \frac{p}{q}.$$

Inversos de los anteriores; multiplicación de números mixtos.—Escolio: Fracciones de fracción, fracciones múltiples, fracción de la unidad á que equivalen. (Párrafos 128 al 133.)

Números concretos.—Nociones preliminares. — Definiciones. — Magnitudes que se someten al cálculo.—Múltiplos y submúltiplos del módulo ó unidad.—Denominación genérica de los módulos.—Sistema de pesas y medidas y monetario. Condiciones á que han de satisfacer todos los sistemas de pesas, medidas y monetario.—Sistema métrico decimal.—Legalidad de la adopción.—Unidad fundamental y unidades principales.—Unidades longitudinales, superficiales, de volumen, de capacidad, ponderales.— Observación.—Relación entre las unidades y sus múltiplos y submúltiplos.—Sistema monetario.—Monedas efectivas é imaginarias, de cuenta y cambio, ley ó título, talla ó pie, permisos.—Unidades de tiempo.—Unidades angulares. (Párrafos 237 al 248.)

Regla de tres simple y compuesta.—Dependencia de una magnitud de otras varias.—Cuestiones relativas á las magnitudes proporcionales.—Rrgla de tres simple y directa.—Idem inversa.—Regla de tres compuesta.—Forma numérica y propiedades de la proporcionalidad de varias magnitudes. (Párrafos 271 al 277).

Ejemplo: Con una velocidad de 9,35 metros por segundo, recorre una locomotora un cierto espacio en 28' 40". ¿Qué velocidad deberá tener para salvar la misma distancia en veinte minutos?

PAPELETA 17.

Fracciones ordinarias. — División.— Definición.—Cociente completo de dos números enteros.—Casos elementales de división. 1.° $\frac{a}{b} : m$; 2.° $A : \frac{m}{n}$. División en forma implícita.—Fracciones complejas.—Extensión de la notación fraccionaria.—Generalidades de ciertas proposiciones. — Principios fundamentales. — Teorema 1.°: Si se multiplica ó divide el numerador de una fracción compleja por un cierto número, la fracción queda multiplicada ó dividida por dicho número.— Teorema 2.°: Si se multiplica ó divide el denominador de una fracción compleja por un cierto número, la fracción queda dividida ó multiplicada por dicho número.—Teorema 3.°: Una fracción compleja no se altera si se multiplican ó dividen sus dos términos por un mismo número. Operaciones: suma, resta, multiplicación y división.—Escolio.—Cómo pueden deducirse la resta y división. (Párrafos 133 al 143).

Transformación de los números concretos aplicados al sistema métrico.— Definiciones.—Número complejo ó incomplejo; homogéneo y heterogéneo.— Reglas de transformación.—1.ª Incomplejo en otro incomplejo de orden inferior ó superior.—2.ª Complejo en incomplejo de orden inferior.—3.ª Complejo en incomplejo de un orden cualquiera.— 4.ª Incomplejo en complejo de órdenes inferiores.—5.ª Incomplejo en complejo de órdenes superiores. (Párrafos 256 al 258).

Razones y proporciones.—Definiciones.—Símbolo y expresión de la relación. Teorema: La relación de dos magnitudes de la misma especie, está expresada por el cociente de los números que la miden, tomando una tercera por unidad.—Proporcionalidad. — Algoritmo. — Modo de reconocer la proporcionalidad. — Teorema 1.°: Cuando dos magnitudes son proporcionales, si se multiplica un valor particular de una de ellas por un número, el valor correspondiente de la otra queda multiplicado por el mismo número. — Recíprocamente. — Teorema 2.°: Cuando dos magnitudes son inversamente proporcionales, al multiplicar un valor de una de ellas por un número, el correspondiente de la otra queda dividido por el mismo número.—Recíprocamente.—Forma numérica de la proporcionalidad de dos magnitudes.—Relación de sus valores numéricos. (Párrafos 265 al 271.)

Ejemplo: La guarnición de una ciudadela se compone de 1.800 hombres y tiene víveres para tres meses, siendo la ración de 5 hectógramos diarios. Se aumenta dicha guarnición en 300 hombres y se quiere que los víveres duren cuatro meses. ¿A cuánto debe reducirse la ración?

PAPELETA 18

Igualdades fraccionarias. — Definición.—Extremos, medios.—Teorema 1.°: Productos de extremos igual al de medios.—Recíproca.—Corolario 1.°: Un extremo es igual al producto de medios, dividido por el otro extremo.—Corolario 2.°: Pueden efectuarse con los términos de una igualdad fraccionaria todas las transformaciones que no alteren la igual dad de los productos de extremos y medios.—Teorema 2.°: En toda igualdad fraccionaria, la suma ó diferencia de los numeradores, partidas, respectivamente, por la suma ó diferencia de los denominadores, forma una fracción igual á cualquiera de las propuestas.—Corolario 1.°: En toda igualdad fraccionaria, la suma de numeradores partida por su diferencia, es igual á la suma de denominadores partida por su diferencia.—Corolario 2.°: La suma de numeradores partida por la de denominadores en una serie de igualdades fraccionarias forma una fracción igual á cada una de ellas.—Escolio.—Teorema 3.°: La suma ó diferencia de los dos primeros términos dividida, respectivamente, por la suma ó diferencia de los otros dos, es igual al primero partido por el tercero; ó al segundo partido por el cuarto.—Corolario: La suma de los dos primeros términos partida por su diferencia, es igual á la suma de los otros dos dividida por su diferencia.—Teorema 4.°: Cuando los numeradores ó denominadores son iguales, los demás términos forman una igualdad fraccionaria.—Teorema 5.°: Si se multiplican término á término varias igualdades fraccionarias, los productos forman otra igualdad fraccionaria.—Teorema 6.°: Si se dividen término á término dos igualdades fraccionarias, los cocientes forman otra igualdad fraccionaria. (Párrafos 143 al 145.)

Reglas para operar con los números concretos aplicadas al sistema métrico.—Dicción, regla.—Substracción, regla.—Multiplicación.—Definición.—Cuestión práctica que resuelve esta operación: conocido un número concreto que expresa la equivalencia de una cierta unidad concreta, obtener el que corresponde á otro número concreto de la misma especie que esa unidad; regla práctica.—División.—Definición.—Cuestiones que pueden conducir á una división de concretos: 1.ª Conocido un número concreto, equivalente á una cierta unidad, hallar la equivalencia de otro concreto de la misma especie que primero.—Regla.—2.ª Conocido un número concreto, al cual equivale otro segundo, también concreto y de cualquier especie, hallar la equivalencia de una unidad de la especie del primero de estos números.—Regla. (Párrafos 258 al 262.)

Interés simple.—Definición.—Renta. Tanto por ciento.—Clases de interés.—Proporcionalidad de las magnitudes relativas al interés simple.—Problemas diversos en la regla de interés simple.—Caso particular de la regla de interés simple. (Párrafos 278 al 282).

Ejemplo: ¿Que interés producirá en dos años y un mes la cantidad de 18.000 pesetas impuestas al 5,5 por 100?

PAPELETA 19

Máximo común divisor de dos números.—Definiciones y consecuencias.—Números primos entre sí.—Principio fundamental.—Teorema: El *m. c. d.* de dos números, no divisibles uno por otro, es el mismo que el del menor, y el resto, por defecto ó por exceso, de la división de ambos.—Investigación del *m. c. d.* de dos números.—Propiedades del *m. c. d.* de dos números.—Teorema 1.°: Todo número que divida á dos, divide á su *m. c. d.*—Teorema 2.°: Si se multiplican ó dividen dos números por un tercero, su *m. c. d.* quedará multiplicado ó dividido por dicho tercer número.—Corolario: Si se dividen dos números por su *m. c. d.*, los cocientes son primos entre sí.—Recíprocamente.—Teorema 3.°: Si un número divido á un producto de dos factores y es primo con uno, divide al otro.—Corolario: El *m. c. d.* de dos números no se altera aun cuando se multiplique ó divida uno de ellos por un factor primo con el otro.—Escolio: Simplificación de la operación. (Párrafos 84 al 88.)

Raíz cuadrada de las fracciones sin aproximación fija.—Reglas operativas en cada caso.—Teorema 1.°: Para extraer la raíz cuadrada de una fracción cuyo denominador es cuadrado perfecto, se extrae la de su numerador exacta ó aproximadamente, y se divide por la del denominador.—Corolario: Para extraer la raíz cuadrada de un número decimal compuesto de un número par de cifras decimales se opera como si fuera entero, y de la raíz cuadrada se separa la mitad del número de cifras decimales.—Teorema 2.°: La raíz cuadrada de una fracción irreducible cuyo denominador no es cuadrado perfecto, se extrae convirtiéndola en otra que cumpla esta condición.—Corolario: Para extraer la raíz cuadrada de un número decimal compuesto de un número impar de cifras decimales, se le agrega un cero y se opera como en el caso en que dicho número es par.

Extracción de la raíz cuadrada de un número entero ó fraccionario con una aproximación dada.—Raíz cuadrada con aproximación fijada.—Definición.—Procedimiento general.—Teorema: La raíz de un número N en menos de $\frac{1}{q}$ se encuentra extrayendo la raíz en menos de una unidad del producto $N\,q^2$ y dividiéndolo por q.—Corolario 1.°: La raíz cuadrada de un número entero con un error menor que $\frac{1}{10^q}$ se halla escribiendo $2\,q$ ceros á su derecha y separando de la raíz cuadrada del número así formado, q cifras decimales.—Corolario 2.°: La raíz cuadrada de una fracción ordinaria en menos de $\frac{1}{10^q}$ se obtiene reduciendo la fracción á decimales con $2\,q$ cifras decimales, prescindiendo de la coma, y en la raíz del número así formado, separamos el número de cifras decimales pedidas.—Corolario 3.°: La raíz cuadrada de un número decimal en menos de $\frac{1}{10^n}$ se toman $2\,n$ cifras decimales, prescindiendo de las de orden inferior ó agregando ceros si no hubiera número suficiente; y se extrae después la raíz cuadrada del número decimal que así se obtiene.—Raíz cuadrada de los números implícitos.—Procedimiento general y casos particulares.—Raíz de un producto de números cuadrados perfectos.—Raíz de un cociente.—Raíz de una potencia par. (Párrafos 188 al 192).

Números concretos.—Problemas que se resuelven por la correlación de unidades métricas.—1.° Pasar de capacidad á volumen, y al contrario.—2.° Conocido el volumen, calcular el peso, y al contrario.—3.° Hallar el peso de un cuerpo, conocida su capacidad, y al contrario. (Párrafo 264.)

Ejemplo: Determinar las unidades de capacidad que corresponden á una cantidad de aceite de oliva que pesa 558 Kg., 900 gramos, siendo 0,92 su densidad.

PAPELETA 20

Máximo común divisor de varios números.—Principio fundamental.—Teorema: El *m. c. d.* de varios números no se altera sustituyendo dos de ellos por su *m. c. d.*—Procedimiento.—Teoremas relativos al *m. c. d.* de varios números.—Teorema 1.°: Todo divisor de varios números lo es de su *m. c. d.*—Teorema 2.°: Si se multiplican ó dividen varios números por otros, su *m. c. d.* queda multiplicado ó dividido por este otro.—Corolario: Si se dividen varios números por su *m. c. d.*, los cocientes son primos entre sí. Recíproca.

Mínimo común múltiplo de varios números.—Principio fundamental.—Teorema: El *m. c. m.* de varios números no se altera si sustituímos dos de ellos por su *m. c. m.*—Procedimiento.—Teoremas relativos al *m. c. m.* de varios números.—Teorema 1.°: Todo múltiplo de varios números lo es de su *m. c. m.*—Teorema 2.°. Si se multiplican ó dividen varios números por otro, su *m. c. m.* queda multiplicado ó dividido.—Teorema 3.°: Si se divide el *m. c. m.* de varios números por cada uno de ellos, los cocientes son primos entre sí.—Recíprocamente. (Párrafos 88 al 91 y 93 al 96.)

Números inconmensurables.—Teoría de los límites.—Definición.—Consecuencias: Límite de una variable, expresión de una variable.—Ejemplo notable de límite.—Proposiciones relativas á los límites.—Teorema 1.°: Dos cantidades variables que permanecen constantemente iguales tienen el mismo límite.—Teorema 2.°: Si dos cantidades constantes están comprendidas entre dos variables cuya diferencia pueda ser tan pequeña como se quiera, dichas constantes son iguales. Teorema 3.°: El límite de la suma de varias variables es la suma de sus límites. Escolio: El número de sumandos ha de ser limitado.—Corolario: El límite de la diferencia de dos cantidades variables es la diferencia de sus límites.—Teorema 4.°: El límite del producto de varios factores variables es el producto de los límites.—El número de factores ha de ser limitado.—Corolario 1.°: El límite de la potencia de una cantidad variable es la potencia de igual grado del límite de dicha variable.—Corolario 2.°: El límite del cociente de dos variables es el cociente de los límites.—Corolario 3.°: El límite de la raíz cuadrada ó de la cúbica de una variable es la raíz del mismo grado del límite de la variable.—Escolio general: El límite del resultado de una operación cualquiera es el de la misma operación efectuada con los límites.

Operaciones con los números inconmensurables.—Medida de la magnitud inconmensurable.—Definición.—Qué otros números inconmensurables pueden considerarse en la Aritmética, además de los procedentes de medir la magnitud. (Párrafos 203 al 207).

Regla de compañía.—Definición.—Particiones proporcionales.—Descomponer una cantidad en partes proporcionales á varios números dados.—Fórmulas de la regla de compañía. (Párrafos 294 al 297).

Ejemplo: Repartir 72.000 pesetas entre tres personas, de manera que la segunda tenga tres veces más que la primera y la tercera dos veces más que la segunda.

Algebra.—Texto: Salinas y Benítez.

Cuarta edición (1905).

PAPELETA 1.ª

Nociones fundamentales.—Definiciones y notación simbólica.—Función.—Ley matemática.—Problema.—Dependencia entre los datos y las incógnitas.—Casos en que se obtendrá la incógnita en forma explícita.—Idem en forma implícita.—Definición del Algebra.—Concepto cuantitativo y cualitativo de las magnitudes.—Notación algebraica.—Necesidad de adoptar signos y símbolos para representar las leyes que ligan las funciones con sus variables.—Ejemplo aclaratorio.—Determinar dos números tales que el primero aumentado en tres unidades sea igual al duplo del segundo y que el segundo sea igual al primero disminuido en cinco unidades.—Signos que se emplean para expresar las operaciones y relaciones de las cantidades entre sí.—Fórmula. (Párrafos 1 al 7.)

Progresiones por diferencia.—Definiciones: Términos; razón; progresiones crecientes, decrecientes, limitadas, indefinidas y doblemente indefinidas.—Algoritmo.—Propiedades.—Teorema 1.°: En toda progresión, un término es igual á otro anterior á él, más el producto de la razón por el número de los que le preceden á partir del considerado.—Recíproco.—Caso en que se tome para comparar un término, el primero de la progresión. Teorema 2.°: Los términos de una progresión por diferencia creciente ó indefinida, pueden ser mayores que cualquier cantidad.—Teorema 3.°: La suma de los términos equidistantes de los extremos es constante ó igual á la de los extremos. Teorema 4.°: La suma de todos los términos de una progresión limitada es igual á la semisuma de los términos extremos multiplicada por el número de términos de la progresión.—Fórmula de la suma en función del primer término.—Aplicaciones á la suma de la serie natural de los números y á la de los impares.—Interpolación diferencial.—Definición.—Procedimiento y signo de la razón.—Teorema 1.°: Si entre cada dos términos consecutivos de una progresión por diferencia interpolamos el mismo número de medios, resulta una sola progresión.—Teorema 2.°: Si entre dos cantidades a y b se interpolan $p-1$ medios diferenciales, y después $p'-1$ entre cada dos términos de la progresión resultante, se hallará una progresión idéntica á la que se hubiera formado interpolando $p\,p'-1$ medios entre las dos primeras cantidades. (Párrafos 77 al 81.)

Ecuaciones.—Forma general de una ecuación.—Clasificación de las ecuaciones.—Ecuación de primer grado con una incógnita.—Resolución de la ecuación.—Discusión de la fórmula.—Primer caso: Indeterminación.—Segundo caso: Imposibilidad. (Párrafos 118, 119, 123 y 124.)

Interpretaciones en concepto de los valores de las incógnitas.—Consideraciones generales; condiciones á que deben satisfacer las soluciones; significación de las formas $\frac{m}{o}$ y $\frac{o}{o}$, carácter de las cantidades positivas y negativas.—Aplicación al siguiente problema: Dos móviles parten al mismo tiempo de los puntos A y B que distan d metros y recorren la recta que los une, con movimiento uniforme y en el sentido de $A\,B$; sus velocidades son respectivamente $v\,v'$ metros por segundo, y se pide la distancia del punto A al de encuentro.—Interpretación de los resultados según sea: 1.° $v > v'$; 2.° $v = v'$; 3.° $v < v'$; generalización cuando los móviles no parten precisamente de A y B, sino que se mueven desde tiempo indefinido.—4.° Si dichos móviles marchan en sentidos opuestos; y 5.° Discutir el problema para $d = o$. (Párrafo 139 y problema 10 del 140.)

PAPELETA 2.ª

Cualidad de la magnitud.—Definición.—Cantidades positivas y negativas. Ejemplos para aclarar la diferencia que existe entre aquéllas y éstas.—Relaciones entre los valores de una magnitud.—Valores absolutos y relativos.—Efecto producido por la reunión de los números que miden dos estados, uno positivo y otro negativo, de una misma magnitud.

Proposiciones que se deducen del carácter opuesto de las cantidades positivas y negativas.—1.ª Toda cantidad negativa es menor que cualquiera otra positiva.—2.ª Toda cantidad negativa es menor que cero.—3.ª De dos cantidades negativas es menor la que tiene mayor valor absoluto.—Algoritmo algebraico. (Párrafos 7 al 10.)

Progresiones por cociente.—Definición; términos; razón; clases de progresiones.—Algoritmo.—Propiedades.—Teorema 1.°: En toda progresión un término es igual á otro anterior, multiplicado por una potencia de la razón cuyo exponente es el número de términos que median entre él y el considerado.—Recíproco.—Caso en que se tome el primer término como término de comparación.—Teorema 2.°: Los términos de una progresión creciente ó indefinida pueden llegar á ser mayores que cualquiera cantidad, y los de una decreciente tienen por límite cero.—Teorema 3.°: El producto de los términos equidistantes de los extremos es igual al de estos extremos.—Teorema 4.°: El producto de todos los términos, es la raíz cuadrada del producto de los extremos elevado á una potencia, cuyo exponente es el número de términos; aplicaciones.—Teorema 5.°: La suma de los términos de una progresión limitada, es la diferencia entre el producto del último por la razón y el primero, y dividida por la razón menos la unidad; extensión de la fórmula á los casos en que c es menor ó igual á la unidad; límite de la suma en las progresiones indefinidas. (Párrafos 81 al 84.)

Transformaciones que puede experimentar una ecuación.—Objeto de las transformaciones.—Teoremas fundamentales de transformación.—Teorema 1.°: Cuando á los dos miembros de una ecuación se les agrega ó resta una misma cantidad numérica ó algebraica, se obtiene una ecuación equivalente.—Corolario: En toda ecuación puede suprimirse un término cualquiera de un miembro, llevándolo al otro con signo contrario.—Teorema 2.°: Una ecuación se transforma en otra equivalente si se multiplican los dos miembros por una misma expresión numérica ó algebraica, siempre que ésta no contenga las incógnitas y sea distinta de cero y del infinito.—Corolario: Cuando algunos términos son fraccionarios y los denominadores no contienen ninguna incógnita, dicha ecuación puede transformarse en otra equivalente, cuyos términos sean enteros.—Escolio: Caso de que en una ecuación con una sola incógnita, algún término tenga la incógnita en el denominador, si la ecuación tiene más de una incógnita, no puede asegurarse que quitando denominadores se obtenga una ecuación equivalente cuando en ellos entra alguna de las incógnitas.—Teorema 3.°: Los dos miembros de una ecuación pueden dividirse por una cantidad, siempre que ésta no contenga á las incógnitas y sea distinta de cero ó infinito.—Teorema 4.°: Si se elevan los dos miembros de una ecuación á una misma potencia, la nueva ecuación que resulta no es, en general, equivalente á la primera.—Teorema 5.°: Si se extrae[n] raíces de igual orden de los dos miembros de una ecuación, pueden perderse algunas soluciones; comprobación extrayendo las raíces cuadradas en la ecuación $A^2 = B^2$. (Párrafos 116 al 118).

Problema: Hallar un número que aumentado en nueve veces su inverso, sea igual á 3. (Párrafo 162, problema 5.°)

PAPELETA 3.ª

Elevación á potencias.—Definición. Algoritmo.—Potencia de un monomio. Regla.—Fórmula de la potencia de un binomio; sus ventajas.—Procedimiento para su determinación; ley de formación de los coeficientes; su determinación sucesiva y forma general; fórmula de la potencia de un binomio. (Párrafos 64 al 66 y del 67 hasta las observaciones.)

Resolución de las ecuaciones.—Preliminares.—Identidad.—Ecuación.—Raíz. Sistema de ecuaciones; solución del sistema; ecuaciones y sistemas equivalentes. Procedimientos para plantear los problemas; partes que hay que considerar; regla para el planteo.—Ejemplo: Hallar un número tal que agregándole n la suma sea p veces dicho número. (Párrafos 112 al 116.)

Propiedades de los logaritmos.—Proposiciones generales: Teorema 1.°: El logaritmo de un producto es la suma de los logaritmos de los factores.—Generalización á un número cualquiera de factores.—Corolario 1.°: El logaritmo de un cociente es igual al logaritmo del dividendo menos el logaritmo del divisor; el logaritmo de una fracción es igual...—El logaritmo de un número entero es igual y de signo contrario al de su inverso.—Corolario 2.°: El logaritmo de la potencia de un número es igual al exponente por el logaritmo de la base.—Corolario 3.°: El logaritmo de la raíz de un número es igual al logaritmo del número dividido por el índice de la raíz. (Párrafo 93, hasta el teorema 2.°).

Problema: El número de centinelas de un castillo es tal, que el producto de los dos números inmediatamente superiores á él, iguala á 13, más 15 veces ese mismo número que quiere calcularse. (Párrafo 162, problema 4.°)

PAPELETA 4.ª

Concepto de las operaciones de álgebra.—Necesidad de nuevas definiciones.—Adición.—Definición; procedimiento.—Consecuencias: 1.ª La adición algebraica no supone aumento.—2.ª El orden de sumandos no altera la suma.—3.ª Toda serie de adiciones y substracciones puede considerarse como una suma algebraica.—Substracción.—Definición; procedimiento.—Consecuencia: La substracción algebraica no supone disminución en el minuendo.—Multiplicación.—Definición: Regla de signos.—Producto de varios factores.—Consecuencias: 1.ª El orden de los signos no altera el que corresponde al producto.—2.ª El producto total variará de signo cuando varíe el de uno de los factores.—División.—Definición.—Regla de signos.—Consecuencia: Cuándo variará el signo del cociente y cuándo permanecerá siendo el mismo.—Elevación á potencias.—Definición.—Signo de la potencia.—Extracción de raíces. Definición.—Signo de la raíz.—Forma imaginaria. (Párrafos 10 al 17.)

Progresiones por cociente.—Interpolación proporcional.—Definición, procedimiento.—Teorema 1.°: Si entre cada dos términos de una progresión se interpola el mismo número de medios, resulta una sola progresión.—Teorema 2.°: Si entre a y b interpolamos $p-1$ medios proporcionales y después interpolamos $p'-1$ medios entre cada dos términos de la progresión formada, resulta una progresión igual á la formada interpolando $p\,p'-1$ entre a y b.—Teorema 3.°: Interpolando un número suficientemente grande de medios proporcionales entre los términos de una progresión por cociente, podremos conseguir que la diferencia entre dos términos consecutivos de la nueva progresión sea tan pequeña como se quiera. (Párrafo 85).

TRANSFORMACIONES QUE PUEDE EXPERIMENTAR UN SISTEMA DE ECUACIONES.—Objeto de la transformación.—Transformaciones aisladas.—Idem de combinación. Teorema 1.°: En un sistema de ecuaciones puede substituirse una de ellas por la que resulte de sumarla, miembro á miembro, con otra cualquiera del sistema.—Corolario: Una ecuación de un sistema puede reemplazarse por la que resulte sumándola algebraicamente, y miembro á miembro, con varias de las demás.—Teorema 2.°: En un sistema de ecuaciones puede, en general, sustituirse una de ellas por la que se obtiene multiplicándola, miembro á miembro, con otra cualquiera del sistema.—Corolario: En un sistema puede, en general, reemplazarse una ecuación por la que resulte de multiplicarla, miembro á miembro, por cualquiera de las demás.—Teorema 3.°: Una ecuación de un sistema puede, en general, reemplazarse por la que resulte de dividirla, miembro á miembro, por otra del sistema.—Teorema 4.°: En un sistema de ecuaciones puede substituirse una de ellas por la que se obtenga sumándole ó restándole las potencias de igual grado de los dos miembros de otra cualquiera del sistema.—Corolario: Una ecuación puede sustituirse por la obtenida sumándole algebraicamente las potencias de otras varias del sistema, multiplicadas por números cualesquiera, siempre que sean los mismos los grados y los factores de los miembros de cada una.—Teorema 5.°: En un sistema de ecuaciones no es posible, en general, reemplazar una por la que resulte de sumarle ó restarle ordenadamente las raíces de igual orden de otra del sistema. (Párrafos 120 al 123.)

Problema: El denominador de una fracción ordinaria, irreducible, excede en 6 unidades á su numerador, y toda ella

en $\frac{1}{12}$ á la que se obtiene disminuyendo

una unidad á los dos términos, ¿cuál es esta fracción? (Párrafo 162, problema 3.°)

PAPELETA 5.ª

FÓRMULA DE LA POTENCIA DE UN BINOMIO.—Propiedades de esta fórmula.—1.ª El desarrollo obtenido es un polinomio homogéneo y del grado m, respecto á las letras a y x.—2.ª El coeficiente de un término multiplicado por el exponente de x en el mismo y dividido por el de a, más una unidad, es el coeficiente del siguiente.—3.ª El denominador de cada coeficiente es el producto de la serie natural de los números hasta el que indica los términos que preceden al considerado, y el numerador el producto de otros tantos factores sucesivos descendentes á partir de m.—4.ª El número total de términos es $m+1$.—5.ª Los términos equidistantes de los extremos tienen igual coeficiente. 6.ª Los coeficientes aumentan desde el primero hasta el del término medio, si m es par, ó hasta el último de la primera mitad, si es impar.—7.ª La forma del arrollo $(x-a)^m$ es igual á la de $(x+a)^m$, siendo alternativamente positivos y negativos los términos.—8.ª La suma de los coeficientes es igual á 2^m, y la suma de los de lugar par es igual á los de lugar impar. (Párrafo 67, observaciones.)

LOGARITMO Y SUS APLICACIONES.—Preliminares.—Definición de logaritmo; restricción de la definición á las progresiones propuestas; extensión de la misma al logaritmo de un número interpolado en la progresión por cociente; condición para que un número conmensurable y mayor que uno pueda formar parte de la progresión por cociente, cuya razón es un número entero, y cuyo primer término es la unidad; condición para que un número conmensurable y menor que la unidad pueda formar parte de la progresión por cociente, cuya razón es un número entero, y cuyo primer término es la unidad; todo número conmensurable puede entrar en la progresión por diferencia, si r es conmensurable.—Sistema de logaritmos.—Un número tiene infinitos logaritmos, y un mismo logaritmo lo es de infinidad de números.—Base del sistema. Algoritmo de los logaritmos comunes y neperianos.—Consecuencias. 1.ª En todo sistema de logaritmos, el logaritmo de la unidad es cero y el logaritmo de la base es la unidad.—2.ª Si la base es mayor que 1, á mayor número corresponde mayor logaritmo.—El logaritmo de infinito es infinito.—El logaritmo de cero es menos infinito.—Consecuencias si la base es menor que 1.—Los números negativos carecen de logaritmo. (Párrafos 88 al 93.)

ECUACIONES DE PRIMER GRADO.—Ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.—Resolución: 1.° Por sustitución.—2.° Por igualación.—3.° Por reducción.—Observaciones: 1.ª El denominador es el mismo en ambos, y el numerador de cada una se obtiene reemplazando en aquél los coeficientes por los segundos miembros.—2.ª Si en las ecuaciones propuestas se sustituye a, b y c por sus correspondientes a' b' y c' y al contrario, la primera ecuación se convierte en la segunda, y al contrario.—3.ª Permutando en las ecuaciones a y a' con b b' y x con y, el sistema no varía. (Párrafos 131 al 133.)

Problema: Se han embarcado en un vapor 360 toneladas de carbón, debiendo repartirse por igual entre cada uno de los días que debe durar el viaje; al emprender éste, se navegaron cuatro días á la vela, aumentando así en tres toneladas la cantidad de carbón disponible por día. ¿Cuánto duró la navegación? (Párrafo 162, problema 2.°)

PAPELETA 6.ª

POTENCIAS Y RAÍCES DE LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS.—Elevación á potencias.—Fórmula de la potencia de un polinomio.—Notaciones.

$$1.^{a}\ \sum_{n=m}^{n=m'} f(n) \qquad 2.^{a}\ \prod_{n=m}^{n=m'} f(n)$$

Aplicación de estas nociones á la fórmula del binomio.—Nueva expresión del término general del binomio.—Empleo de la última notación en la fórmula del binomio.—Fundamentándose en ella hallar el desarrollo de la fórmula $(a+b+c+d+\ldots+l)\,m$.—Aplicar el desarrollo obtenido al cuadrado y al cubo de un polinomio.—Variación de las potencias de una cantidad.—Teorema 1.°: Las potencias sucesivas de una cantidad mayor que la unidad son mayores que la unidad y crecen ilimitadamente.—Teorema 2.°: Las potencias sucesivas de una cantidad menor que la unidad, son menores que la unidad y decrecen, siendo su límite cero. (Párrafos 68 al 70.)

LOGARITMOS DECIMALES.—Definición.—Propiedades particulares de este sistema. Teorema 1.°: El logaritmo de una potencia de 10 es igual al grado de la potencia.—Teorema 2.°: Las unidades enteras y decimales de diversos órdenes son los únicos números conmensurables cuyos logaritmos son igualmente conmensurables.—Teorema 3.°: La característica ó parte entera del logaritmo de un número mayor que la unidad tiene tantas unidades como cifras enteras, menos una, tiene dicho número.—Teorema 4.°: La mantisa ó parte decimal del logaritmo de un número no se altera multiplicando ó dividiendo éste por cualquier potencia de 10.—Corolario: Cuando dos números tienen las mismas cifras colocadas en el mismo orden, no difiriendo sino por la posición de la coma, sus logaritmos tienen la misma mantisa.—Teorema 5.°: La característica del logaritmo de un número menor que la unidad tiene tantas unidades negativas como indica el lugar de la primera cifra decimal significativa de la izquierda.—Escolio: Transformación de un logaritmo todo negativo, en otro que tenga la característica negativa y mantisa positiva; transformación contraria (Párrafos 94 al 96.)

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON UNA INCÓGNITA.—Resoluciones de la ecuación completa.—Forma general de la ecuación.—Obtención de la fórmula.—Regla.—Casos particulares en que $a=1$ y $B=2b$.—Discusión de la fórmula general que da las raíces.—Relaciones entre los coeficientes y las raíces.—Modo de hallar dos números cuyo producto y suma se conocen. (Párrafos 150 al 153.)

Problema: Ha sido preciso vender un reloj en 22,75 pesetas, rebajando su coste primitivo en un tanto por ciento igual al número de pesetas que costó; ¿cuál fué su precio? (Párrafo 162, poblema 1.°.)

PAPELETA 7.ª

EXTRACCIÓN DE RAÍCES.—Definición.—Algoritmo.—Raíces de los monomios.—Regla: Condiciones para que un monomio tenga raíz exacta.—Raíces de los polinomios.—Regla.—Aplicación de la regla á la extracción de la raíz cuadrada de un polinomio.—Condiciones para que un polinomio sea potencia perfecta.—Raíz inexacta de los polinomios.—Variación de las raíces de una cantidad.—Teorema 1.°: Las raíces de una cantidad mayor que la unidad son mayores que ésta y menores que dicha cantidad; disminuyen cuando aumenta el índice, y el límite inferior es la unidad.—Teorema 2.°: Las raíces de una cantidad menor que la unidad, son menores que ésta y mayores que dicha cantidad, aumentan con el índice y su límite superior es la unidad. (Párrafos 70 al 77).

TABLAS DE LOGARITMOS DECIMALES.—Definición.—Descripción de las tablas; sencillas y de doble entrada; tabla 1.ª de Schrón; partes de que consta; error con que están calculados los logaritmos; trazo horizontal; disposiciones de la 1.ª parte; ídem de la 2.ª y 3.ª; asteriscos; diferencias tabulares; tablas de partes proporcionales; índice para hallar un número ó un logaritmo dado. (Párrafos 96 y 98).

TEORÍA DE LAS DESIGUALDADES.—Principios fundamentales.—Definición.—Una desigualdad no cambia de sentido ó no se altera sumando ó restando una misma cantidad á sus dos miembros.—Consecuencias de este principio.—Una desigualdad no se altera multiplicando ó dividiendo sus dos miembros por una cantidad positiva, y cambian de sentido multiplicando ó dividiendo dichos miembros por una negativa.—Consecuencia: Qué debe hacerse al cambiar de signo á todos los términos de la desigualdad.—Pueden elevarse los dos miembros de una desigualdad á una potencia cualquiera de grado impar, y á una potencia de grado par, cuando sus miembros sean positivos.—Se puede extraer raíces de orden impar, de los dos miembros de una desigualdad cualquiera, y raíces de orden par, cuando sus miembros sean positivos y se tomen las raíces positivas.

COMBINACIÓN DE DESIGUALDADES.—1.ª Puede sumarse miembro á miembro varias desigualdades que se verifiquen en el mismo sentido.—2.ª Se pueden restar miembro á miembro dos desigualdades que se verifiquen en sentido contrario, dando á la desigualdad diferencia el signo de la que hace de minuendo.—3.ª Pueden multiplicarse miembro á miembro varias desigualdades que se verifiquen en el mismo sentido y cuyos miembros sean todos positivos.—4.ª Pueden dividirse miembro á miembro dos desigualdades que se verifiquen en sentido contrario y cuyos miembros sean todos positivos, dando á la desigualdad cociente el signo de la desigualdad dividendo ó signo contrario á la de divisor.—Combinaciones de igualdades con desigualdades.—Demostrar: 1.º Una igualdad puede sumarse, miembro á miembro, con varias desigualdades que se verifiquen en el mismo sentido.—2.º Una igualdad y una desigualdad pueden restarse miembro á miembro, dando á la desigualdad diferencia el signo de la desigualdad minuendo, ó signo contrario al de la substraendo.—3.º Una desigualdad de miembros positivos se puede multiplicar ordenadamente con varias desigualdades que se verifiquen en igual sentido y cuyos miembros sean también positivos.—4.º Una igualdad y una desigualdad que cumplan con esta última condición puede dividirse, entre sí miembro á miembro, ligando los cocientes por el signo de la desigualdad dividendo ó por el opuesto de la desigualdad divisor.—Desigualdades de primer grado con una incógnita.—1.º Resolver una sola desigualdad.—2.º Resolver varias desigualdades con una sola incógnita. (Párrafos 141 al 145).

Problema: Hallar un número que, dividido por el exceso sobre la unidad de otro número dado a, y multiplicando el cociente por el cuadrado de ese mismo número conocido, dé un producto igual á dicho cociente más 8. (Párrafo 140, problema 8.º).

PAPELETA 8.ª

EXPRESIONES ALGEBRAICAS.—Definición.—Monomio y polinomio.—Definición.—Cantidades incomplejas.—Cantidades complejas.—Términos semejantes. Cantidades racionales.—Cantidad entera.—Cantidad fraccionaria.—Cantidades irracionales.—Valor numérico de una expresión algebraica.—Expresiones equivalentes.—Grado de una expresión.—Grado de un monomio entero.—Grado de un polinomio entero.—Grado de un monomio ó un polinomio con respecto á una letra que no contiene.—Grado de las expresiones fraccionarias é irracionales. Expresiones homogéneas.—Polinomio homogéneo.—Ordenación de polinomios. Letra ordenatriz.—Polinomio completo é incompleto.—Casos: 1.º Que el polinomio contenga dos letras y sea homogéneo.—2.º Que el polinomio considerado contenga varios términos, en los cuales la letra ordenatriz lleve el mismo exponente.—Generalización del convenio de la ordenación.—Simplificación de polinomios.—Regla práctica. (Párrafos 17 al 26).

USO DE LAS TABLAS DE LOGARITMOS.—Principios fundamentales.—Teorema 1.º: El logaritmo de un número comprendido entre dos enteros consecutivos de la tabla, es aproximadamente igual al logaritmo del número inferior inmediato más el producto de la diferencia tabular, por la que existe entre este último número y el propuesto.—Causas de error y límite.—Teorema 2.º: El número correspondiente á un logaritmo comprendido entre dos consecutivos de las tablas, es aproximadamente igual al número entero que corresponde al logaritmo inferior inmediato más el cociente de dividir por la diferencia tabular, la que existe entre este último logaritmo y el logaritmo dado.—Causas de error y límite. (Párrafo 99.)

SISTEMAS GENERALES DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO.—Diferentes clases de sistemas.—1.º Forma determinada.—2.º Forma indeterminada.—3.º Forma de incompatibilidad.—*Primera clase*.—Regla para resolver el sistema.—Observaciones: 1.ª Caso en que es determinado; 2.ª Idem indeterminado; 3.ª Idem imposible; 4.ª Modo de efectuar la eliminación en la práctica; 5.ª Casos particulares.

Resolver el sistema de ecuaciones siguiente:

$$4x+3y-5z=8$$
$$5x+6y-2z=47$$
$$2x-4y+9z=23$$ (Párrafos 135 al 137).

Problema: Con dos vinos cuyos precios son a y b céntimos el litro, se desea formar una mezcla de d litros, cuyo precio sea c céntimos el litro. (Párrafo 140, problema 9.º)

PAPELETA 9.ª

OPERACIONES ELEMENTALES CON LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y PROPIEDADES DE LOS POLINOMIOS ENTEROS.—Preliminares.—Objeto del cálculo algebraico.—Carácter de las operaciones algebraicas.—Adición.—Definición.—Algoritmo de la operación.—Procedimiento operativo.—Casos; 1.º Adición de monomios.—2.º Adición de monomio y polinomio.—3.º Adición de polinomios.—Regla general para sumar varias expresiones algebraicas.—Consecuencias.—Substracción.—Definición.—Algoritmo de la operación.—Procedimiento operativo.—Regla para restar dos expresiones algebraicas.—Consecuencias; 1.ª Un polinomio cualquiera puede considerarse como la expresión de la diferencia de otros dos.—2.ª Todo polinomio equivale á la diferencia entre la suma de sus términos positivos y negativos.—3.ª Todos los términos de cualquier polinomio pueden encerrarse en un paréntesis, con diversos signos, afectando á dicho paréntesis del signo menos. (Párrafos 26 al 36.)

MANEJO DE LAS TABLAS DE LOGARITMOS. Problema directo.—Primer caso: Hallar el logaritmo de un número entero ó decimal que prescindiendo de la coma no exceda al límite superior de la tabla.—Segundo caso: Hallar el logaritmo de un número entero ó decimal que prescindiendo de la coma exceda al límite superior de la tabla.—Problema inverso.—Primer caso: Hallar el número correspondiente á un logaritmo que, abstracción hecha de la característica, está en la tabla.—Segundo caso: Hallar el número correspondiente á un logaritmo que, abstracción hecha de la característica, no está contenido en la tabla. (Párrafos 100 y 101.)

ECUACIONES DEL PRIMER GRADO CON DOS INCÓGNITAS.—Discusión; su objeto.—Primer caso: El denominador común $a\,b' - b\,a'$ es distinto de cero; acuerdo de las fórmulas con las soluciones de la ecuación.—Segundo caso: El denominador es cero, y uno al menos de los coeficientes es distinto de cero y $c\,b' - b\,c' \lessgtr o$ ó $c\,b' - b\,c' = o$; acuerdo de las fórmulas con las consecuencias deducidas de la ecuación; forma de poner de manifiesto en las ecuaciones la imposibilidad ó indeterminación que dan las fórmulas; consecuencias de las hipótesis de este caso.—Tercer caso: El denominador y todos los coeficientes se reducen á cero; consecuencias. Ecuaciones homogéneas. (Párrafos 133 al 135).

Problema: El jornal de un obrero es un número de pesetas que, multiplicado por 9 y aumentado el producto en 11, forma la misma suma que se obtiene agregando 5 al séxtuplo del referido número. ¿Cuánto gana dicho obrero cada día? (Párrafo 140, problema 5.º)

PAPELETA 10.ª

OPERACIONES ALGEBRAICAS.—Multiplicación.—Definición.—Algoritmo de la operación.—Procedimiento operativo.—Casos: 1.º Multiplicación de monomios enteros.—2.º Multiplicación de un polinomio por un monomio.—3.º Multiplicación de polinomios.—Observaciones: 1.ª Con objeto de facilitar la reducción de términos semejantes, qué es lo que se hace con el multiplicando y multiplicador.—2.ª Caso en que la letra ordenatriz entre con el mismo exponente en varios términos. 3.ª Si los factores polinomios son más de dos, qué operación se ejecuta.—Consecuencias: 1.ª De dónde provienen el primero y el último término del producto cuando se multiplican dos polinomios ordenados.—2.ª Número de términos del producto.—3.ª Grado del producto de dos factores.—4.ª En el caso de que los factores sean homogéneos, qué deberá ser el producto.—Cambio de signo de una letra. (Párrafos 36 al 42.)

CÁLCULO LOGARÍTMICO.—Utilidad del empleo de los logaritmos en los cálculos numéricos.—Potencias de exponente considerable; raíces del grado superior al tercero, fórmula calculable por logaritmos; cuadros logarítmicos.—Multiplicación.—División; conversión de las restas en sumas por el cologaritmo.—Potencia; caso en que el logaritmo es negativo.—Raíz; caso en que la característica del logaritmo es negativa y no divisible por el índice. (Párrafos 102 al 107.)

ECUACIONES DE PRIMER GRADO.—*Forma indeterminada*.—Número de soluciones. Caso en que el sistema será imposible.—Regla.—Resolver el sistema de ecuaciones siguiente:

$$2x+3y-4z+2u=-6$$
$$4x-3y+2z-3u=7$$

Forma de incompatibilidad.—Caso en que existen coeficientes indeterminados: ecuaciones de condición.—Caso en que el sistema es determinado ó indeterminado.—Regla.—Resolver el sistema de ecuaciones siguiente:

$$x+y=3+2b$$
$$x-y=2a-1$$
$$bx-ay=a^2+b^2$$
$$ax+by=a^2+b^2+5$$

determinando los valores de a y b, que hacen soluble el sistema. (Párrafos 137 al 139.)

Problemas: Obtener un número tal, que restando de su duplo la tercera parte del cuádruplo del que se halla, aumentándole 5, el resultado sea igual al número que se obtiene después de restar 6 á los dos tercios del que se pide, disminuído en una unidad. (Párrafo 140, problema 7.°)

PAPELETA 11.ª

OPERACIONES ALGEBRAICAS.—División. Definición.—Algoritmo de la operación. Procedimiento operativo.—Casos: 1.° División de dos potencias de una misma cantidad.—2.° División de monomios enteros.—3.° División de un polinomio por un monomio.—División de un monomio por un polinomio.—4.° División de dos polinomios.—Observaciones: 1.ª No hay necesidad de escribir el producto del primer término del divisor por cada término del cociente.—2.ª Qué se hace cuando la letra ordenatriz entra en varios términos del dividendo y divisor con iguales exponentes.— 3.ª Grado del cociente.—4.ª Dividendo y divisor homogéneos.—5.ª Ordenación del dividendo cuando carece de alguna potencia la letra ordenatriz.—6.ª Caso en que el cociente de dos polinomios es un monomio.—Condiciones para que un polinomio sea divisible por otro.—División inexacta. (Párrafos 42 al 48.)

LOGARITMO Y SUS APLICACIONES.—Preliminares.—Definición de logaritmo; restricción de la definición á las progresiones propuestas; extensión de la misma al logaritmo de un número interpolado en la progresión por cociente; condición para que un número conmensurable y mayor que uno pueda formar parte de la progresión por cociente, cuya razón es un número entero y cuyo primer término es la unidad; condición para que un número conmensurable y menor que la unidad pueda formar parte de la progresión por cociente, cuya razón es un número entero y cuyo primer término es la unidad; todo número conmensurable puede entrar en la progresión por diferencia si r es conmensurable.— Sistema de logaritmos.—Un número tiene infinitos logaritmos y un mismo logaritmo lo es de infinidad de números.—Base del sistema.—Algoritmo de los logaritmos comunes y neperianos.—Consecuencias: 1.ª En todo sistema de logaritmos, el logaritmo de la unidad es cero y el logaritmo de la base es la unidad.—2.ª Si la base es mayor que 1, á mayor número corresponde mayor logaritmo.—El logaritmo de infinito es infinito.—El logaritmo de cero es menos infinito.—Consecuencias si la base es menor que 1.—Los números negativos carecen de logaritmo. (Párrafos 88 al 93.)

INTERPRETACIÓN EN CONCRETO DE LOS VALORES DE LAS INCÓGNITAS.—Consideraciones generales; condiciones á que deben satisfacer las soluciones; significación de las formas $\frac{m}{0}$ y $\frac{0}{0}$; carácter de las cantidades positivas y negativas.—Aplicación al siguiente problema: Dos móviles parten al mismo tiempo de los puntos *A* y *B* que distan *d* metros y recorren la recta que los une, con movimiento uniforme y en el sentido *A B*; sus velocidades son, respectivamente, v y v' metros por segundo, y se pide la distancia del punto *A* al de encuentro.—Interpretación de los resultados, según sea: 1.°, $v > v'$; 2.°, $v = v'$; 3.°, $v < v'$; generalización cuando los móviles no parten precisamente de *A* y *B*, sino que se mueven desde tiempo indefinido.—4.° Si dichos móviles marchan en sentidos opuestos; y 5.° Discutir el problema para $d = 0$. (Párrafo 139 y problema 10 del 140.)

PAPELETA 12.ª

OPERACIONES ALGEBRAICAS.—Casos particulares de la división.— 1.° Dividir $x^m - a^m$ por $x - a$.—2.° Dividir $x^m + a^m$ por $x - a$.—3.° Dividir $x^m - a^m$ por $x + a$. 4.° Dividir $x^m + a^m$ por $x + a$.—Determinando en cada caso la ley del cociente y la condición de divisibilidad. (Párrafo 48.)

PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS.—Teorema 2.°: Cuanto mayores son dos números y menor su diferencia, tanto menor es la diferencia de sus logaritmos. Teorema 3.°: Las diferencias de dos números no son proporcionales á las diferencias de sus logaritmos; pero esta proporcionalidad es tanto más aproximada cuando mayores son los números y menor su diferencia. (Párrafo 93, desde el teorema 2.°)

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON UNA INCÓGNITA.—Resoluciones de la ecuación completa.—Forma general de la ecuación.—Obtención de la fórmula.—Regla.—Casos particulares en que $a = 1$ y $B = 2B$.—Discusión de la fórmula general que da las raíces.—Relaciones entre los coeficientes y las raíces.—Modo de hallar dos números cuyo producto y suma se conocen. (Párrafos 150 al 153.)

Problema: Hallar la profundidad de un pozo de mina dejando caer en él una piedra y contando el número *a* de segundos transcurridos desde el momento en que se abandona á su propio peso, hasta el instante en que se percibe el sonido de su llegada al fondo del pozo. (Párrafo 162, problema 7.°).

PAPELETA 13.ª

OPERACIONES ELEMENTALES CON LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS.- Fracciones algebraicas.—Definición.—Algoritmo de las expresiones fraccionarias.—Transformaciones y procedimiento operativo; simplificación y reducción á un común denominador.—Operaciones con las fracciones.—Suma, resta, multiplicación y división.—Formas simbólicas que proceden de la fracción.—Forma $\frac{a}{0}$; ejemplo; condición para que un producto de dos factores se convierta en cero.—Forma $\frac{0}{b}$; ejemplo.—Forma $\frac{a}{\infty}$; ejemplo; reducción de esta forma á la anterior.—Forma $\frac{\infty}{b}$; ejemplo; reducción de esta forma á la forma $\frac{a}{0}$.—Forma $\frac{0}{0}$; ejemplo; verdadero valor que se presenta bajo esta forma.—Forma $\frac{\infty}{\infty}$; reducción de esta forma á la anterior.—Forma $\frac{0}{\infty}$; reducción á la forma $\frac{0}{b}$.—Forma $\frac{\infty}{0}$; reducción á la forma $\frac{a}{0}$. (Párrafos 49 al 53).

CÁLCULO LOGARÍTMICO.—Utilidad del empleo de los logaritmos en los cálculos numéricos.—Potencias de exponente considerable.—Raíces de grado superior á tercero.—Fórmulas calculables por logaritmos.—Disposición de los cálculos en las operaciones de multiplicar.—División.—Conversión de los restos en sumas por el cologaritmo.—Potencias.—Caso en que el logaritmo es de característica negativa y mantisa positiva.—Raíz.—Caso en que la característica es negativa y no divisible por el índice. (Párrafos 102 al 107).

TEORÍA ELEMENTAL DE LA ELIMINACIÓN. Definición.—Necesidad de la eliminación.—Método de sustitución.—Método de igualación.—Método de reducción. (Párrafos 125 al 130.)

Problema: En una reunión de 12 personas se ha hecho una colecta para los pobres, habiendo dado cada mujer cuatro pesetas y cada hombre seis; la suma total asciende á 65 pesetas. ¿Cuántos hombres y cuántas mujeres había? (Párrafo 140, problema 1.°)

PAPETETA 14.ª

PROPIEDADES DE LOS POLINOMIOS ENTEROS.—Definición.—Teoremas relativos á los polinomios enteros.—Teorema 1.°: Si un polinomio entero, con respecto á la letra x, se anula cuando á esta letra se le da el valor a, dicho polinomio es divisible por $x - a$.—Teorema 2.°: Si un polinomio entero y del grado m, con relación á x, se anula para m valores de esta letra, dicho polinomio es un producto de m factores de la forma $x - a$, y de un factor independiente de x.—Colorario: Si un polinomio entero se anula para más de m valores de su variable, el factor independiente es cero.—Definición del polinomio idénticamente nulo.—Teorema 3.°: Si un polinomio entero se anula para más valores de su variable que el grado, es idénticamente nulo, es decir, tiene sus coeficientes iguales á cero.—Teorema 4.°: Si dos polinomios enteros con relación á x se hacen iguales para más de m valores de x, siendo m el mayor de los grados de ambos polinomios, éstos son idénticos.—Teorema 5.°: Todo polinomio entero puede descomponerse en uno sólo modo en dos partes, de las cuales una contenga como factor á otro polinomio dado y la otra sea un polinomio de grado inferior al segundo de los que se consideran. (Párrafos 53 á 55.)

LOGARITMOS DECIMALES.—Definición.—Propiedades particulares de este sistema. Teorema 1.°: El logaritmo de una potencia de 10 es igual al grado de la potencia.—Teorema 2.°: Las unidades enteras y decimales de diversos órdenes son los únicos números conmensurables cuyos logaritmos son igualmente conmensurables.—Teorema 3.°: La característica ó parte entera del logaritmo de un número mayor que la unidad tiene tantas unidades como cifras enteras, menos una, tiene dicho número.—Teorema 4.°: La mantisa ó parte decimal del logaritmo de un número no se altera multiplicando ó dividiendo éste por cualquier potencia de diez.—Corolario: Cuando dos números tienen las mismas cifras colocadas en el mismo orden, no difiriendo sino por la posición de la coma, sus logaritmos tienen la misma mantisa.

Teorema 5.°: La característica del logaritmo de un número menor que la unidad tiene tantas unidades negativas como indica el lugar de la primera cifra decimal significativa de la izquierda.—Escolio: Transformación de un logaritmo todo negativo, en otro que tenga la característica negativa y mantisa positiva; transformación contraria. (Párrafos 94 al 96).

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON

UNA INCÓGNITA.—Diversas clases de raíces.—Discusión.—Casos 1.° $b^2-4ac>o$. 2.° $b^2-4ac=o$: 3.° $b^2-4ac<o$.—Signo de las raíces;

$$c>o\left\{\begin{matrix}b>o\\b<o\end{matrix}\right. \quad c<o\left\{\begin{matrix}b>o\\b<o\end{matrix}\right.$$

Deducir el número de raíces positivas ó negativas por el número de variaciones ó permanencias de la de la ecuación. (Párrafos 153 al 155).

Problemas: Hallar un número de dos cifras en el cual el cuádruplo de la cifra de las unidades exceda en una unidad al triplo de la cifra de las decenas, y que restando el número invertido se tenga por resto 36. (Párrafo 140, problema 2.°)

PAPELETA 15.ª

PROPIEDADES DE LOS POLINOMIOS ENTEROS.—Método de los coeficientes indeterminados.—Problema: Hallar el cociente de dividir un polinomio P, entero, con relación á x, por el binomio $x-a$; ley de formación de los términos del cociente y del resto.—Propiedades que resultan.—Recíproco del teorema 1.°—Si un polinomio entero con respecto á una letra x, es divisible por el binomio $x-a$, dicho polinomio se anula cuando se sustituye en él x por a.—Escolio: Necesidad de que el polinomio sea completo: caso en que sólo quiera conocerse el resto. (Párrafo 55.)

PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS.—Proposiciones generales: Teorema 1.°: El logaritmo de un producto es la suma de los logaritmos de los factores.—Generalización á un número cualquiera de factores.—Corolario 1.°: El logaritmo de un cociente es igual al logaritmo del dividendo menos el logaritmo del divisor; el logaritmo de una fracción es igual...—El logaritmo de un número entero es igual y de signo contrario al de su recíproco, y el de una fracción igual y de signo contrario al de su inversa.—Corolario 2.°: El logaritmo de la potencia de un número es igual al exponente por el logaritmo de la base.—Corolario 3.°: El logaritmo de la raíz de un número es igual al logaritmo del número dividido por el índice de la raíz. (Párrafo 93 hasta el teorema 2.°)

ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DOS INCÓGNITAS.—Discusión; su objeto.—*Primer caso*: El denominador común $a\ b'-b\ a'$ es distinto de cero; acuerdo de las fórmulas con las soluciones de la ecuación.—*Segundo caso*: El denominador es cero, y uno al menos de los coeficientes es distinto de cero y $c\ b'-b\ c' \lessgtr o$ ó $c\ b'-b\ c'=o$; acuerdo de las fórmulas con las consecuencias deducidas de la ecuación; forma de poner de manifiesto en las ecuaciones la imposibilidad ó indeterminación que dan las fórmulas; consecuencias de las hipótesis de este caso.—*Tercer caso:* El denominador y todos los coeficientes se reducen á cero; consecuencias.—Ecuaciones homogéneas. (Párrafos 133 al 135.)

Problema: Un comerciante paga por un viaje un número tal de duros, que si de tres veces la suma satisfecha, valuada en pesetas, se resta su mitad, la diferencia excede á 768 pesetas, precisamente en esa suma cuyo valor quiere calcularse. (Párrafo 140, problema 3.°)

PAPELETA 16.ª

POTENCIAS Y RAÍCES DE LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS.—Cálculo de las cantidades radicales.—Definición.—Algoritmo.—Necesidad de operar directamente con los radicales.—Determinación aritmética de un radical.—Caso en que la cantidad subradical sea una potencia perfecta del grado m; cuando no goce de esta propiedad; cuando la cantidad subradical sea á su vez inconmensurable. (Párrafos 56 al 60.)

TABLAS DE LOGARITMOS DECIMALES.—Definición.—Descripción de las tablas; sencillas y de doble entrada; tabla 1.ª de Schrön; partes de que consta; error con que están calculados los logaritmos; trazo horizontal; disposiciones de la 1.ª parte; ídem de la 2.ª y 3.ª; asteriscos; diferencias tabulares; tablas de partes proporcionales; índice para hallar un número ó un logaritmo dado. (Párrafos 96 y 98).

ECUACIONES.—Forma general de una ecuación.—Clasificación de las ecuaciones.—Ecuación del primer grado con una incógnita.—Resolución de la ecuación.—Discusión de la fórmula.—Primer caso: Indeterminación.—2.° caso: Imposibilidad. (Párrafos 118, 119, 123 y 124.)

Problema: Hallar en la recta que une dos focos luminosos A y B, el punto igualmente iluminado.—Discusión de la fórmula: 1.° $a>b$. 2.° $a=b$. 3.° $a-b$. 4.° La misma discusión para $d=o$. (Párrafo 162, problema 6.°)

PAPELETA 17.ª

RAÍCES DE LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS.—Transformación de los radicales.—Teorema 1.°: Cuando la cantidad subradical puede descomponerse en dos factores, de los cuales uno sea potencia perfecta del grado que expresa el índice, se simplifica el radical sacando fuera de él como factor la raíz del que es potencia perfecta.—Teorema recíproco.—Radicales semejantes.—Teorema 2.°: Un radical no se altera multiplicando el índice y el exponente de la cantidad subradical por un mismo número.—Teorema recíproco. Corolario: Para reducir varios radicales á un mismo índice se multiplican el de cada uno y el exponente de su cantidad subradical por el producto de los índices de los demás; y si dichos índices tienen factores comunes, se multiplican por el cociente que resulta de dividir su mínimo común múltiplo por cada uno de ellos.—Operaciones con las cantidades radicales; adición y substracción, multiplicación, división, potencia, raíz.—Observaciones: 1.ª,

$$2.^a \left(\sqrt[m]{A}\right)^n \text{ siendo } m=n.p;$$

$$3.^a \left(\sqrt[m]{A}\right)^n, \text{ siendo } m=m'p \text{ y } n=n'p.$$

Escolio: Caso en que en un radical la cantidad subradical es una potencia, cuyo exponente es un múltiplo del índice.—Observación.—Potencias de exponentes fraccionarios. (Párrafos 60 á 63).

MANEJO DE LAS TABLAS DE LOGARITMOS.—Problema directo.—Primer caso: Hallar el logaritmo de un número entero ó decimal que prescindiendo de la coma no exceda al límite superior de la tabla.—Segundo caso: Hallar el logaritmo de un número entero ó decimal que prescindiendo de la coma exceda al límite superior de la tabla.—Problema inverso.—Primer caso: Hallar el número correspondiente á un logaritmo due abstracción hecha de la característica, está en la tabla.—Segundo caso: Hallar el número correspondiente á un logaritmo que, abstracción hecha de la característica, no está contenido en la tabla. (Párrafos 100 y 101.)

ECUACIONES DE PRIMER GRADO.—Ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.—Resolución: 1.° Por sustitución.—2.° Por igualación.—3.° Por reducción.—Observaciones: 1.ª El denominador es el mismo en ambos, y el numerador de cada una se obtiene reemplazando en aquél los coeficientes por los segundos miembros.—2.ª Si en las ecuaciones propuestas se sustituye a, b y c por sus correspondientes a' b' y c', y al contrario, la primera ecuación se convierte en la segunda, y al contrario.—3.ª Permutando en las ecuaciones a y a' con b b' y x con y, el sistema no varía. (Párrafos 131 al 133.)

Problema: Se han embarcado en un vapor 360 toneladas de carbón, debiendo repartirse por igual entre cada uno de los días que debe durar el viaje; al emprender éste se navegaron cuatro días á la vela, aumentando así en tres toneladas la cantidad de carbón disponible por día. ¿Cuánto duró la navegación? (Párrafo 162, problema 2.°)

PAPELETA 18.ª

POTENCIAS Y RAÍCES DE LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS.—Cálculos de las cantidades radicales.—Racionalización de los denominadores de ciertas expresiones irracionales.—Casos:

$$1.^\circ \ \frac{a}{\sqrt{b}} \quad 2.^\circ \ \frac{N}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

$$3.^\circ \ \frac{N}{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}}$$

Casos en que son más de tres los radicales contenidos en el denominador. (Párrafo 63).

PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS.—Teorema 2.°: Cuanto mayores sean dos números y menor su diferencia, tanto menor es la diferencia de sus logaritmos.—Teorema 3.°: Las diferencias de dos números no son proporcionales á las diferencias de sus logaritmos; pero esta proporcionalidad es tanto más aproximada cuanto mayores son los números y menor su diferencia. (Párrafo 93, desde teorema 2.°)

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON UNA INCÓGNITA.—Discusión.—Diversas clases de raíces.

$b^2-4ac>o$
$b^2-4ac=o$
$b^2-4ac<o$ raíces imaginarias.

Signo de las raíces.

$$c>o\left\{\begin{matrix}b>o\\b<o\end{matrix}\right. \quad c<o\left\{\begin{matrix}b>o\\b<o\end{matrix}\right.$$

Deducir el número de raíces positivas ó negativas por el número de variaciones ó permanencias de la ecuación. (Párrafos 153 á 155.)

Problema: Encontrar un número primo cuyo quíntuplo, disminuído en la mitad del entero inmediatamente inferior á dicho número primo, iguale al cuádruplo del que resulta aumentándole dos unidades. (Párrafo 140, problema 4.°)

PAPELETA 19.ª

OPERACIONES ALGEBRAICAS.—Casos particulares de la división.—1.° Dividir x^m-a^m por $x-a$.—2.° Dividir x^m+a^m por $x-a$.—3.° Dividir x^m-a^m por

$x + a$. — 4.° Dividir $x^m + a^m$ por $x + a$. Determinando en cada caso la ley del cociente y la condición de divisibilidad. (Párrafo 48.)

Uso de las tablas de logaritmos.—Principios fundamentales.—Teorema 1.°: El logaritmo de un número comprendido entre dos enteros consecutivos de la tabla, es aproximadamente igual al logaritmo del número inferior inmediato más el producto de la diferencia tabular, por la que existe entre este último número y el propuesto.—Causas de error y límite. Teorema 2.°: El número correspondiente á un logaritmo comprendido entre dos consecutivos de las tablas, es aproximadamente igual al número entero que corresponde al logaritmo inferior inmediato más el cociente de dividir por la diferencia tabular, la que existe entre este último logaritmo y el logaritmo dado.—Causas de error y límite. (Párrafo 93.)

Transformaciones que puede experimentar una ecuación.—Objeto de las transformaciones.—Teoremas fundamentales de transformación.—Teorema 1.°: Cuando á los dos miembros de una ecuación se les agrega ó resta una misma cantidad numérica ó algebraica, se obtiene una ecuación equivalente.—Corolario: En toda ecuación puede suprimirse un término cualquiera de un miembro, llevándole al otro con signo contrario.—Teorema 2.°: Una ecuación se transforma en otra equivalente si se multiplican los dos miembros por una misma expresión numérica ó algebraica, siempre que ésta no contenga las incógnitas y sea distinta de cero y del infinito.—Corolario: Cuando algunos términos son fraccionarios y los denominadores no tienen ninguna incógnita, dicha ecuación puede transformarse en otra equivalente, cuyos términos sean enteros.—Escolio: Caso de que en una ecuación con una sola incógnita, algún término tenga la incógnita en el denominador, si la ecuación tiene más de una incógnita, no puede asegurarse que quitando denominadores se obtenga una ecuación equivalente cuando en ellos entra alguna de las incógnitas.—Teorema 3.°: Los dos miembros de una ecuación pueden dividirse por una cantidad, siempre que ésta no contenga á las incógnitas y sea distinta de cero ó infinito.—Teorema 4.°: Si se elevan los dos miembros de una ecuación á una misma potencia, la nueva ecuación que resulta, no es, en general, equivalente á la primera. Teorema 5.°: Si se extraen raíces de igual orden de los dos miembros de una ecuación, pueden perderse algunas soluciones; comprobación extrayendo las raíces cuadradas en la ecuación $A^2 — B^2$. (Párrafos 116 al 118.)

Problema: Hallar un número que, disminuído en sus tres cuartas partes y aumentando en la sexta, dé dos unidades más que los cinco dozavos de dicho número. (Párrafo 140, problema 6.°)

PAPELETA 20.ª

Propiedades de los polinomios enteros.—Método de los coefientes indeterminados.—Problema: Hallar el cociente de dividir un polinomio P, entero con relación á x, por el binomio $x — a$; ley de formación de los términos del cociente y del resto.—Propiedades que resultan. Recíproco del teorema 1.°: Si un polinomio entero con respecto á una letra x es divisible por el binomio $x — a$, dicho polinomio se anula cuando se sustituye en él x por a.—Escolio: Necesidad de que el polinomio sea completo; caso en que sólo quiera conocerse el resto. (Párrafo 55.)

Logaritmos decimales.—Definición.—Propiedades particulares de este sistema.—Teorema 1.°: El logaritmo de una potencia de 10 es igual al grado de la potencia.—Teorema 2.°: Las unidades enteras y decimales de diversos órdenes son los únicos números conmensurables cuyos logaritmos son igualmente conmensurables.—Teorema 3.°: La característica ó parte entera del logaritmo de un número mayor que la unidad tiene tantas unidades como cifras enteras menos una, que tiene dicho número.—Teorema 4.°: La mantisa ó parte decimal del logaritmo de un número no se altera multiplicando ó dividiendo éste por cualquier potencia de 10.—Corolario: Cuando dos números tienen las mismas cifras colocadas en el mismo orden, no difiriendo sino por la posición de la coma, sus logaritmos tienen la misma mantisa.—Teorema 5.°: La característica del logaritmo de un número menor que la unidad tiene tantas unidades negativas como indica el lugar de la primera cifra decimal significativa de la izquierda.—Escolio: Transformación de un logaritmo todo negativo, en otro que tenga la característica negativa y mantisa positiva; transformación contraria. (Párrafos 94 al 96.)

Interpretación de las raíces en la resolución de los problemas.—Caracteres de esta interpretación.—Aplicación de las consideraciones relativas á las ecuaciones de segundo grado; duplicidad de valores de las incógnitas; valores inconmensurables ó imaginarios.—Aplicación al problema siguiente: Hallar en la recta que une dos focos luminosos A y B el punto donde debe colocarse una pantalla para que reciba cantidades iguales de luz.—Discusión de la fórmula.—1.° $a > b$; 2.° $a = b$; 3.° $a < b$; y estos mismos casos para $d = o$. (Párrafos 161 á 162, problema 6.°)

Geometría.—Texto: Ortega.

Duodécima edición (1910).

PAPELETA 1.ª

Geometría plana.—*Relaciones métricas entre los elementos de un triángulo.*—Definiciones para proyección de un punto ó de una recta sobre otra recta.—Teorema: Si desde el vértice del ángulo recto de un triángulo rectángulo se traza una perpendicular á la hipotenusa: se verifica: 1.° El triángulo propuesto se descompone en otros dos semejantes al mismo, y, por consiguiente entre sí.—2.° Dicha perpendicular es media proporcional entre los dos segmentos en que divide á la hipotenusa.—3.° Cada cateto es medio proporcional entre la hipotenusa y su proyección sobre ella.—4.° El cuadrado del número que mide la longitud de la hipotenusa, es igual á la suma de los cuadrados de los números que expresan las longitudes de los catetos.—5.° Los cuadrados de los números que miden las longitudes de los tres lados, son proporcionales á las longitudes de las proyecciones de dichos lados sobre la hipotenusa.—Corolarios: 1.° Si desde un punto de una circunferencia se traza una perpendicular á un diámetro, esta perpendicular es media proporcional entre los dos segmentos del diámetro.—2.° Toda cuerda es media proporcional entre el diámetro que pasa por uno de sus extremos y su proyección sobre él.—3.° Si por el extremo de un diámetro se trazan varias cuerdas, los cuadrados de sus longitudes son proporcionales á las longitudes de sus proyecciones sobre dicho diámetro.—4.° Calcular uno de los lados de un triángulo rectángulo.—5.° Calcular el lado de un cuadrado, dada la diagonal y viceversa. (Párrafos 290 al 293.)

Problemas. — Determinar geométricamente dos segmentos de recta cuya diferencia y productos sean conocidos.—Dados dos polígonos semejantes, construir un tercero semejante á ellos y cuya área sea igual á la suma de sus áreas. (Párrafos 313 y 451.)

Geometría en el espacio.—*Rectas y planos.*—Determinación de un plano.—En qué se diferencian los razonamientos hechos en la Geometría plana y en la del espacio.—Cómo se considera el plano en la Geometría del espacio.—Deducción de la definición del plano.—Que si una recta tiene dos puntos en un plano, estará toda ella.—Consecuencias que se deducen de hacer girar un plano alrededor de una recta determinada por la unión de dos de sus puntos.—Considerar el caso de que además de la recta se dé un punto.—Consecuencias: 1.ª Una recta y un punto fuera de ella, determinan...—2.ª Tres puntos que no están en línea recta, determinan... 3.ª Para que dos planos se confundan, basta...—Determinación por dos rectas que se cortan ó dos paralelas. (Párrafos 465 al 471.)

Poliedros.—Definición y clasificación de los poliedros.—Caras, aristas, vértices, diagonal, plano diagonal.—Poliedro convexo y cóncavo.—Caracteres para reconocer si un poliedro es convexo.—1.° Un poliedro convexo queda todo á un mismo lado de una de sus caras prolongada indefinidamente.—2.° Una recta sólo puede cortar en dos puntos á la superficie de un poliedro convexo.—3.° Los planos diagonales en los poliedros convexos son siempre interiores.—Poliedros regulares é irregulares.—Nombres que reciben los poliedros por los números de caras que los limitan. (Párrafos 708 al 710.)

PAPELETA 2.ª

Geometría plana.—*Propiedades y relaciones métricas en un triángulo.*—Teorema: En todo triángulo, el cuadrado de la longitud de un lado opuesto á un ángulo agudo; es igual á la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos, disminuída en el duplo de uno de estos lados por la proyección del otro sobre él. Teorema: En todo triángulo obtusángulo, el cuadrado de la longitud del lado opuesto al ángulo obtuso, es igual á la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos, aumentada en el duplo de uno de estos lados por la proyección del otro sobre él.—Escolio: Consecuencias de los tres últimos teoremas: El cuadrado de la longitud de un lado de un triángulo, es menor, igual ó mayor que la suma de las longitudes de los otros dos, según que el ángulo opuesto...—Recíproco. (Párrafos 294 al 296.)

Problemas.—Dado un polígono regular inscripto en una circunferencia, inscribir en ella otro de doble número de lados y calcular su lado en función del de aquél.—Escolio: 1.° Dada la cuerda de un arco, calcular la del arco mitad.—2.° El perímetro del polígono buscado es mayor que el del propuesto.—3.° Si se tratara del problema inverso.—Construir un círculo equivalente á un polígono dado. (Párrafos 344, 345 y 452.)

Geometría en el espacio.—*Rectas y planos.*—Posiciones relativas de dos rectas.—Consecuencias.—Posiciones relativas de dos planos.—Ver lo que sucede cuando dos planos tienen un punto ó dos comunes.—Planos paralelos.—Consecuencias.—Posiciones relativas de rectas y planos. (Párrafos 471 al 482.)

Pirámide. — Definiciones. — Pirámide triangular, cuadrangular, pentagonal, etcétera.—Pirámide regular é irregular.—Pirámide truncada.—La pirámide y el tronco de pirámide no son poliedros regulares.—Cómo puede considerarse engendrada la superficie lateral de una pirámide.—Cómo inscripto y circunscripto á la pirámide. (Párrafos 710 al 713.)

Problema.—Hallar la menor distancia entre dos rectas que se cruzan. (Párrafo 555.)

PAPELETA 3.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Angulos.*—Definiciones.—Lados.—Vértice.—Angulos adyacentes.—Opuestos por el vértice.—Bisectriz.—Suma y diferencia de ángulos.—Magnitud de un ángulo.—Angulo convexo y cóncavo.—Perpendicular.—Angulo recto.—Teorema: Por un punto dado sobre una recta se puede siempre trazar una perpendicular, y sólo uno á dicha recta.—Corolario: Todos los ángulos rectos son iguales.—Observación.—Angulo agudo y obtuso.—Complementarios y suplementarios. (Párrafos 7 al 14.)

Problemas.—Dividir una recta en partes proporcionales á otra dadas.—Escolio: Dividir un segmento en partes iguales.—Transformar un polígono en un cuadrado equivalente. (Párrafos 395, 306 y 450.)

GEOMETRÍA DEL ESPACIO.—*Propiedades de las rectas y planos debidos á su posición relativa.*—Rectas paralelas.—Teorema: Por un punto dado en el espacio se puede siempre trazar una paralela á una recta, y nada más que una.—Teorema: Si dos rectas son paralelas, todo plano que corte á una de ellas cortará también á la otra.—Teorema: Si dos rectas son paralelas, toda recta paralela á la una lo es también á la otra ó coincide con ella.—Corolarios: 1.º Todas las paralelas que se pueden trazar á una dirección dada por los distintos puntos de una recta, están en un plano.—2.º Si por dos rectas paralelas se hacen pasar dos planos que se corten, la intersección de éstos es paralela á dichas rectas. (Párrafos 482 al 487.)

Propiedades de los tetraedros.—Teorema: En todo tetraedro se verifica que los planos bisectores de los seis diedros, se cortan en un punto que equidista de las cuatro caras.—Corolarios: 1.º Los planos bisectores de los diedros, cuyas aristas concurren en un mismo vértice, se cortan según una recta.—2.º Los planos bisectores de los diedros, cuyas aristas forman una cara, se cortan en un punto.—3.º Las perpendiculares trazadas á las cuatro caras desde el punto común á todos los planos bisectores, son iguales.—Definición de esfera inscripta y esferas ex-inscriptas.—Teorema: Si por los puntos medios de las aristas de un tetraedro se trazan planos perpendiculares á las respectivas aristas, estos planos se cortan en un punto.—Corolarios: 1.º Planos perpendiculares en los puntos medios de tres aristas que forman una cara...—2.º Idem en las tres aristas que concurran á un vértice...—3.º Esfera circunscripta á un tetraedro.—Escolio: El teorema puede enunciarse: Las perpendiculares trazadas á las cuatro caras de un tetraedro, por los centros de los círculos circunscriptos á cada una de ellas, se cortan en un mismo punto, que puede ser el centro de una esfera circunscripta al tetraedro.—Teorema: En todo tetraedro se verifica que las rectas que unen cada vértice con el punto de intersección de las medianas de la cara opuesta, se cortan en un mismo punto que se encuentra en las citadas rectas á la cuarta parte, á contar desde la cara, ó á las tres cuartas partes, á partir del vértice. Corolario: Los planos determinados por una arista y el punto medio de la opuesta, se cortan en un punto, que cumple las condiciones del teorema. (Párrafos 713 al 722).

PAPELETA 4.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Propiedades de los ángulos.*—Teorema: Los dos ángulos adyacentes que forma una recta cuando encuentra á otra, son suplementarios.—Recíproco.—Si dos ángulos adyacentes son suplementarios, los lados no comunes estarán en línea recta.—Corolario 1.º: Si á un mismo lado de una recta y por uno de sus puntos se trazan otras varias, la suma de los ángulos sucesivos que forman todas ellas es igual á dos ángulos rectos.—Corolario 2.º: La suma de todos los ángulos consecutivos que se forman alrededor de un punto por varias rectas que concurran en él, es igual á cuatro ángulos rectos.—Teorema: Dos ángulos opuestos por el vértice son iguales.—Escolio: Si una recta es perpendicular á otra, ésta lo es también á la primera, y si dos rectas son perpendiculares, lo son también sus prolongaciones.—Teorema: Las bisectrices de dos ángulos adyacentes suplementarios son perpendiculares. Escolio: Las bisectrices de dos ángulos opuestos por el vértice, forman una misma recta, y las de los cuatro ángulos formados por dos rectas al cortarse, lo verifican en ángulo recto en el vértice de dichos ángulos. (Párrafos 14 al 21.)

Problemas.—Dividir una recta, un arco ó un ángulo en dos partes iguales.—Escolio: 1.º Dividir una recta, un arco ó un ángulo en 2^n partes iguales.—2.º Trazar las bisectrices de dos ángulos adyacentes y suplementarios.—Transformar un triángulo en otro equivalente y que tenga la misma base. (Párrafos 191, 192 y 444.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Paralelismo de rectas con planos.*—Definición.—Teorema: Si una recta es paralela á otra situada en un plano, será también paralela á este plano.—Corolarios: 1.º Si dos rectas son paralelas, todo plano que pase por una de ellas ó le sea paralelo, será también paralelo á la otra ó la contendrá.—2.º Por un punto dado pueden pasar infinitos planos paralelos á una recta.—Escolio: Averiguar si una recta es paralela á un plano.—Teorema: Si una recta es paralela á un plano y por un punto de éste se traza una paralela á aquélla, la recta trazada estará situada en el plano.—Corolario: Si una recta es paralela á dos planos que se cortan, la intersección de éstos es paralela á dicha recta.—Escolio: Si una recta es paralela á un plano, la intersección de éste con otro cualquiera que pase por la recta será paralela á esta última.—Teorema: Si una recta es paralela á un plano y por dos puntos de aquélla se traza dos paralelas que corten al segundo, los segmentos de las paralelas comprendidos entre la recta y plano paralelos son iguales. (Párrafos 487 al 495.)

Pirámides.—Propiedades de la pirámide en general.—Teorema: Cortando una pirámide por un plano paralelo al de la base, se verifica: 1.º Las aristas laterales, la altura y demás rectas trazadas desde el vértice hasta la base quedan cortadas en partes proporcionales.—2.º La sección será un polígono semejante al de la base, 3.º Estos dos polígonos tendrán sus áreas proporcionales á los cuadrados de sus distancias al vértice.—Escolio: Cuando la pirámide propuesta es regular.—Teorema: Si dos pirámides de igual altura se cortan por planos paralelos á las bases y que disten lo mismo de los dos vértices, los polígonos secciones son perpendiculares á las bases.—Corolario: Caso en que las dos bases son equivalentes. (Párrafos 722 al 726.)

Problema.—Por un punto trazar un plano perpendicular á otros dos. (Párrafo 553.)

PAPELETA 5.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Perpendiculares y oblicuas.*—Teorema: Por un punto fuera de una recta siempre se puede trazar á ésta una perpendicular, y sólo una.—*Propiedades relativas á las oblicuas.*—Teorema: Si desde un punto exterior á una recta se le traza una perpendicular y varias oblicuas, se verifica: 1.º La perpendicular es más corta que cualquiera de las oblicuas. 2.º Dos oblicuas cuyos pies equidisten del de la perpendicular son iguales. 3.º Entre dos oblicuas cualesquiera, aquella cuyo pie diste más de la perpendicular es la mayor.—*Recíprocamente:* Si desde un punto exterior á una recta se trazan otras varias que la corten. 1.º, 2.º, 3.º—Escolios: 1.º La perpendicular trazada desde un punto á una recta es la línea más corta que se le puede trazar desde dicho punto.—2.º Si desde un punto se trazan la perpendicular y una oblicua á una recta cualquiera, la perpendicular queda siempre del lado del ángulo agudo formado por la oblicua con dicha recta.—3.º Oblicuas iguales que pueden trazarse desde un punto á una recta cualquiera.—Observación respecto á las propociones recíprocas. (Párrafos 21 al 28.)

Compás de reducción.—*Escalas.*—Escala numérica.—Escala gráfica.—Escala de trasversales ó de mil partes. (Párrafos 324 al 329.)

Problemas.—Hallar una cuarta proporcional á tres rectas dadas.—Hallar una tercera proporcional á dos rectas dadas y un segmento $x = \frac{a\,b\,c\,d}{a'\,b'\,c'}$. Transformar un triángulo en otro equivalente que tenga su base en la dirección del dado y por vértice opuesto un punto conocido. (Párrafos 307 al 310 y 445.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO. — *Planos paralelos.*—Teorema: Si dos planos son paralelos, toda recta que corte á uno de ellos corta también al otro, y todo plano que corte á uno corta también al otro, siendo en este caso las intersecciones dos rectas paralelas.—Corolarios: 1.º Si dos planos son paralelos, toda recta paralela á uno de ellos ó contenida en él, es paralela al otro ó está situada en el mismo.—2.º Si dos planos son paralelos, todo plano paralelo á uno de ellos lo es también al otro ó coincide con él.—3.º Si se tienen dos planos paralelos, y por un punto de uno de ellos se trazan paralelas al otro, todas estas rectas estarán contenidas en el primero.—4.º Por un punto del espacio se puede siempre trazar un plano paralelo á otro y solamente uno; y si dos rectas que se cortan son paralelas á un plano, es paralelo á este mismo el determinado por aquéllas.—Teorema: Por dos rectas que se cruzan puede siempre pasar un sistema de dos planos paralelos y nada más que uno.—Corolarios: 1.º Dadas dos rectas que se cruzan, existe una infinidad de planos que le son paralelos, pero la dirección de estos planos es única.—2.° Dos ángulos cuyos lados son respectivamente paralelos, tienen sus planos también paralelos.— Teorema: Dos ángulos cuyos lados son respectivamente paralelos son iguales, si dichos lados están dirigidos en el mismo ó en contrario sentido, y suplementarios, si dos lados están en el primer caso y los otros dos en el segundo.—Teorema: Los segmentos de dos paralelas comprendidos por dos planos paralelos, son iguales. — Teorema: Tres planos paralelos cortan á dos rectas cualesquiera en partes proporcionales.— Estudiar la recíproca, añadiendo la condición de que dichos planos han de ser paralelos.—Corolarios: 1.° Caso en que haya más de dos rectas.—2.° Si todas ó cierto número de ellas partiesen de un punto. (Párrafos 495 al 505.)

Problema.—Por un punto trazar una recta paralela á un plano. (Párrafo 545.)

PAPELETA 6.ª

Geometría plana.—*Lugares geométricos.*—Teorema: Si se traza la perpendicular á una recta en su punto medio, cualquier punto de dicha perpendicular equidista de los extremos de la recta, y todo punto fuera de la perpendicular dista desigualmente de los mismos extremos.— Recíprocas.— Definición del lugar geométrico.—Teorema: La bisectriz de un ángulo es el lugar geométrico de los puntos del plano equidistantes de los lados de dicho ángulo.—Corolario: Lugar geométrico de todos los puntos de un plano equidistantes de dos rectas, trazadas en dicho plano y que se corten.—Observación: Proposiciones que hay que demostrar para establecer un lugar geométrico. (Párrafos 28 al 34.)

Polígonos regulares convexos.—Generalidades: Prueba de la existencia de estos polígonos; línea quebrada regular; polígono regular inscripto y circunscripto de igual número de lados.—Teorema. Al perímetro de todo polígono regular se le puede circunscribir é inscribir una circunferencia.—Escolios: 1.° Centro, radio y apotema; 2.° Angulos en el centro.— Observación.—Sector poligonal regular. Teorema: Los polígonos regulares de igual número de lados son semejantes y sus lados proporcionales á sus radios y apotemas.— *Polígonos regulares estrellados.*—Definición é idea general de su existencia: Cualidades que los caracterizan.—Género y especie. (Párrafos 329 al 336.)

Geometría en el espacio.—*Posiciones relativas de rectas y planos.*—Rectas y planos perpendiculares. — Definición.— Teorema: Si una recta es perpendicular á otras dos no paralelas entre sí, pero paralelas á un plano ó situadas en él, será también perpendicular á todas las demás que estén en las mismas condiciones, y, por lo tanto, será perpendicular al plano.—Escolio: Averiguar si una recta es perpendicular á un plano.—Teorema: Si dos rectas son paralelas, todo plano perpendicular á una de ellas lo es también á la otra; y si dos planos son paralelos, toda perpendicular á uno lo es también al otro.—Recíprocamente.—Teorema: Por un punto dado se puede siempre trazar un plano perpendicular á una recta y nada más que una.—Teorema: Por un punto se puede siempre trazar una perpendicular á un plano y nada más que una.—Teorema: Si se tienen un plano y una recta perpendiculares á otra recta dada, aquella recta es paralela al plano ó está situada en él.—Corolarios: 1.° Si á una recta se traza un plano perpendicular en uno de sus puntos ó por un punto exterior, este plano será el lugar geométrico de todas las perpendiculares trazadas á la recta por el punto considerado; 2.° El lugar geométrico de los puntos del espacio que equidistan de los extremos de una recta es el plano perpendicular á ésta en su punto medio. Teorema: Si desde un punto exterior á un plano se trazan á éste una perpendicular y varias oblicuas, se verifica: 1.°, 2.° y 3.°—Recíprocamente. (Párrafos 505 al 517.)

Problema. — Por un punto trazar un plano paralelo á una recta. (Párrafo 546.)

PAPELETA 7.ª

Geometría plana.— *Paralelas.*—Definición.—Propiedades.—Teorema: Por un punto fuera de una recta puede siempre trazársele una paralela.—Principio fundamental.—Corolario 1.° si una recta encuentra á otra, encuentra sus paralelas. Corolario 2.° Si una recta corta perpendicularmente á otra, es también perpendicular á sus paralelas.—Corolario 3.° Si una recta es paralela á otra, lo es también á las paralelas á ésta.—Paralelas cortadas por secantes.—Definiciones de los diversos ángulos que se forman.—Teorema: Si una secante corta á dos paralelas, los cuatro ángulos agudos que resultan en los dos puntos de intersección son iguales, así como los cuatro ángulos obtusos. Recíproca: Si dos rectas son cortadas por una secante y forman cuatro ángulos agudos ú obtusos iguales entre sí, las rectas son paralelas siempre que los internos ó externos del mismo lado de la secante sean de distinta especie. Caso en que los ángulos son rectos.—Corolarios: 1.° Si las rectas son paralelas los ángulos alternos internos son iguales; 2.° Los alternos externos son iguales; 3.° Los correspondientes son iguales; 4.° Los internos de un mismo lado de la secante son suplementarios; 5.° Los externos del mismo lado de la secante son suplementarios; 6.° Recíprocamente.—Dos rectas cortadas por una secante son paralelas cuando son iguales los ángulos alternos internos, ó los alternos externos, ó los correspondientes, ó bien si son suplementarios los ángulos del mismo lado de la secante, internos ó externos.—Escolio: Si dos rectas cortadas por una secante forman ángulos internos de un mismo lado de la secante, que no sean suplementarios, dichas rectas se cortan por el lado en que la suma de los ángulos es menor que dos rectas.—Consecuencias: 1.ª Si se traza una perpendicular y una oblicua á una recta, ambas se cortan por el lado del ángulo agudo; 2.ª Si se trazan dos perpendiculares á dos rectas que se corten, dichas perpendiculares se han de cortar también.—Teorema: Los segmentos de paralelas comprendidos entre otras dos paralelas, son iguales.—Corolario: Dos rectas paralelas equidistan en toda su extensión. (Párrafos 34 al 46.)

Medida de la circunferencia.—Principio general que sirve de base para hallar la medida de la circunferencia.—Deducciones que se desprenden de dicho principio: 1.ª Límite común á la apotema del polígono regular inscripto y al radio del circunscripto, cuando aumenta el número de lados; 2.ª Extensión de las propiedades de los polígonos; 3.ª Aplicación de los dos anteriores á un arco ó á una línea quebrada regular. — Teorema: Las longitudes de dos circunferencias están en la relación de los radios de las mismas.—Corolarios: 1.° Relativo á la correspondencia de las longitudes de las circunferencias con las de sus radios.— 2.° Relación entre los arcos semejantes y sus radios.—Longitud de la circunferencia.—Teorema: La relación entre la longitud de una circunferencia cualquiera y la de su diámetro, es constante.—Corolario: Valor del radio en función de la circunferencia y viceversa.—Escolio: Valores hallados para π por Arquímides, Ad Metio y Ptolomeo. (Párrafos 372 al 379.)

Geometría en el espacio. — Planos perpendiculares.—Definición.—Teorema: Si una recta es perpendicular á un plano, todo plano que pase por esta recta, ó le sea paralelo, será perpendicular al primero. — Corolarios: 1.° Planos perpendiculares que se pueden trazar á otro por una recta que le sea perpendicular ú oblicua; 2.° Si la recta está en el plano ó es paralela al mismo.—Escolios: 1.° Consecuencia de estos corolarios y de la definición: Lugar geométrico de las perpendiculares trazadas á un plano por los distintos puntos de una recta; 2.° Si varios planos son paralelos, todo plano perpendicular á uno de ellos lo es también á los demás.—Teorema: Si dos planos son perpendiculares, toda perpendicular á uno de ellos está situada en el otro ó le es paralela.—Teorema. Si dos planos son perpendiculares, y en uno de ellos se traza una perpendicular á su intersección con el otro, será perpendicular también á este último.—Teorema: La intersección de dos planos perpendiculares á un tercero es perpendicular á este último.—Corolarios: 1.° Si dos planos son perpendiculares á un tercero, la intersección de aquéllos lo es también á las intersecciones que producen los mismos sobre dicho tercero; 2.° Si tres planos son perpendiculares de dos en dos, la intersección de dos cualesquiera de ellos es perpendicular al tercero y las tres intersecciones lo son entre sí.—Horizontales y verticales. (Párrafos 517 al 528.)

Problema: Por un punto dado trazar un plano paralelo á otro dado. (Párrafo 547.)

PAPELETA 8.ª

Geometría plana.—*Angulos de lados paralelos ó perpendiculares.* — Teorema: Dos ángulos cuyos lados son, respectivamente, paralelos, son iguales, si tienen los lados paralelos dirigidos en el mismo ó en opuesto sentido, y suplementarios si dos de sus lados están en el mismo sentido y los otros dos en opuesto.—Corolario: Dos ángulos cuyos lados son, respectivamente, perpendiculares, son iguales ó suplementarios, según sean de la misma ó diferente especie.—Observaciones sobre el paralelismo de dos rectas: 1.ª Cuando la secante gira disminuyendo el ángulo que forma con la recta. 2.ª Magnitud de las secantes sucesivas.— Consecuencia: Dos rectas paralelas pueden considerarse como dos rectas que se cortan en el infinito, formando un ángulo igual á cero. — Observación sobre proposiciones recíprocas. (Párrafos 46 al 50.)

Medida de la circunferencia.—Consideraciones que manifiestan la dificultad de medir una curva con una unidad lineal recta, conduciendo á tomar para longitud de la curva el límite de la longitud de una quebrada inscripta, cuyo número de lados aumenta, tendiendo á cero cada uno de ellos.—Teorema: La longitud del perímetro de una línea quebrada inscripta en una curva cuyos lados tienden hacia cero, aumentando el número de éstos indefinidamente, tiende á ser igual á la longitud de la curva, llegando á serlo en el citado límite, y esto independientemente de la naturaleza de la línea inscripta y de la ley ó condiciones según las cuales aumenta el número de lados y tiende á cero cada uno de ellos.—Lema: Dadas una curva plana, convexa, una línea quebrada inscripta cualquiera y la circunscripta correspondiente, terminadas en los extremos de la curva, las longitudes de los perímetros de estas dos líneas tienden á ser iguales cuando los lados de la inscripta tienden hacia cero, aumentando su número, cualquiera que sea el modo como lo verifiquen.—Corolario y demostración del teorema. (Párrafos 363 al 371.)

Problemas.—Hallar geométricamente dos segmentos de recta cuya suma y producto sean conocidos.—Transformar un triángulo en un cuadrado equivalente. (Párrafos 312 y 448.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Proyecciones, ángulos y mínimas distancias.*—Proyecciones.—Definiciones: Proyección ortogonal; ídem oblicua; línea proyectante; plano de proyección.—Teorema: La proyección de una recta sobre un plano, es otra recta.—Corolarios: 1.° Si la recta es perpendicular al plano; 2.° Si es paralela á la dirección de la proyectante en la proyección oblicua; 3.° Si es limitada y paralela al plano de proyección; 4.° Para una recta cualquiera limitada, la proyección ortogonal es menor que la recta; 5.° Para obtener la proyección de una recta, basta obtener la de dos de sus puntos y unirlos por una recta.—Escolio: La determinación de una recta, conocida la proyección.—Teorema: Las proyecciones de dos rectas paralelas sobre un plano, son paralelas.—Recíproca: Condiciones que hay que agregar para que ésta pueda ser cierta. (Párrafos 528 al 534.)

Problema: Por un punto trazar un plano perpendicular á otro. (Párrafo 552.)

PAPELETA 9.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Polígonos.*—Definiciones: Polígonos, lados, perímetro, vértices, ángulos, diagonales, polígonos convexos y cóncavos, equiláteros, equiángulos, regulares, irregulares; clasificación de los polígonos por el número de lados. *Triángulos.*—Clasificación: Por sus lados, por sus ángulos, base, altura, catetos, hipotenusa; designación de lados y ángulos.—Propiedades.—Teorema: En todo triángulo un lado cualquiera es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia; condición para formar un triángulo con tres rectas dadas.—Corolario: Si dos triángulos tienen un lado común y un lado del primero corta á un lado del segundo, la suma de los lados que no se cortan es menor que la de los que se cortan.—Teorema: Si en un triángulo disminuye ó aumenta un ángulo, permaneciendo constantes los lados que lo forman, el lado opuesto disminuye ó aumenta también.—Corolario 1.°: Si dos triángulos tienen dos lados del uno iguales á dos del otro, el tercer lado del primero será mayor ó menor que el tercer lado del segundo, según que el ángulo opuesto á aquél sea mayor ó menor que el opuesto á éste.—Corolario 2.° Si dichos ángulos fuesen iguales, los terceros lados deberían serlo.—Recíprocos del teorema y corolarios anteriores.—Teorema: En todo triángulo se verifica, que si un lado es mayor, igual ó menor que otro, el ángulo opuesto al primero estará en las mismas circunstancias respecto al opuesto al segundo.—Corolario: Si el triángulo es isósceles, á lados iguales se oponen ángulos iguales, y si es equilátero es también equiángulo.—Recíprocos del teorema y corolario.—Escolio: Propiedades de que goza la altura de un triángulo isósceles.—Teorema: La suma de los tres ángulos de un triángulo, es igual á dos rectos.—Corolarios: 1.° Un ángulo cualquiera de un triángulo es el suplemento de la suma de los otros dos.—2.° Si un triángulo tiene dos ángulos respectivamente iguales á dos ángulos de otro triángulo, los tres ángulos son también iguales. 3.° Cualquier ángulo externo de un triángulo, es igual á la suma de los dos que no le son adyacentes.—4.° Un triángulo sólo puede tener un ángulo recto ú obtuso.—5.° En un triángulo rectángulo los dos ángulos agudos son complementarios.—6.° Dos triángulos cuyos lados sean respectivamente paralelos ó perpendiculares, tienen sus ángulos respectivamente iguales. (Párrafos 50 al 66.)

Medida de la circunferencia.—Escolios que se derivan de la relación que liga la longitud de las líneas quebradas inscripta y circunscripta á una curva convexa, suponiendo invariable la longitud de la curva.—Consecuencias que se deducen: 1.ª Longitud de una quebrada inscripta á una curva, y cuyo número de lados aumenta.—2.ª Idem de una circunscripta. 3.ª Tránsito de los perímetros de las inscriptas á las circunscriptas.—4.ª Cómo puede considerarse una curva y nueva definición de tangente.—5.ª Una curva convexa es menor que una quebrada que la envuelva y mayor que otra á que envuelve, teniendo todos los mismos extremos.—6.ª Relación entre tres curvas que se envuelvan, teniendo iguales extremos. 7.ª Relación entre una curva convexa cerrada y otra que la envuelva.—8.ª Relación entre un arco convexo y su cuerda. (Párrafo 371.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Proyecciones.*—Teorema: Si dos rectas son perpendiculares y una de ellas es paralela á un plano, las proyecciones ortogonales de ambas sobre este plano son también perpendiculares.—Recíproco.—Escolio: Teorema de las tres perpendiculares.—Teorema: Si una recta es perpendicular á un plano, la proyección de la primera sobre un cierto plano es perpendicular á la traza del plano dado sobre el de proyección.—La recíproca no es cierta.—Condiciones para que la recta sea perpendicular al plano. (Párrafos 534 al 537.)

PAPELETA 10.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Propiedades de los triángulos.*—Teorema: En todo triángulo se verifica que las perpendiculares trazadas á los lados en sus puntos medios, se cortan en un mismo punto, que equidista, por consiguiente, de los tres vértices. Corolario: En un triángulo rectángulo, el punto equidistante de los tres vértices es el punto medio de la hipotenusa.—Teorema: En todo triángulo se verifica que las tres alturas se cortan en un mismo punto.—Corolario: Si el triángulo es rectángulo, las alturas se cortan en el vértice del ángulo recto.—Teorema: En todo triángulo las bisectrices de sus tres ángulos se cortan en un mismo punto, que equidista, por consiguiente, de los tres lados.—Corolario: En un triángulo equilátero el punto equidistante de los vértices, el de intersección de las alturas y el de las bisectrices coinciden en uno solo.—Escolio: Considerar prolongados más allá de los vértices los tres lados del triángulo y determinar los puntos que equidistan de las tres rectas. (Párrafos 66 al 73.)

Medida de la circunferencia.—Rectificación de la circunferencia.—Fórmula que da la longitud de un arco.—Relación de la circunferencia al diámetro.—Método de los perímetros: Primer procedimiento: $R=1$. (Párrafos 379, primera cuestión del 380 y los 382 á 386.)

Problemas: Dada una recta y un punto fuera de ella, trazar por éste otra recta que forme con la dada un ángulo conocido.—Construir un cuadrado equivalente á un círculo dado. (Párrafos 190 y 453.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Angulos de rectas y planos.*—Consideraciones y definiciones.—Teorema: Por un punto dado en un plano, la recta que se trace en él formando el mayor ángulo posible con otro plano es perpendicular á la traza del primero sobre el segundo.—Escolio: Línea de máxima pendiente.—Mínimas distancias.—Consideraciones.—Mínima distancia: 1.° De un punto á un plano.—2.° Entre una recta y un plano paralelos. 3.° Entre dos planos paralelos.—4.° Entre dos rectas que se cruzan.—Teorema: Dadas dos rectas que se cruzan, existe siempre una recta, y sólo una, que es perpendicular á ambas.—Escolio: Cuando sólo se desea la longitud de la mínima distancia. (Párrafos 537 á 545).

Semejanza de poliedros.—Puntos y rectas homólogas.—Teorema: En dos poliedros semejantes, las rectas homólogas son proporcionales á las aristas homólogas.—Teorema: Dos poliedros semejantes pueden siempre orientarse de la misma manera. (Párrafos 805 al 808).

Problema: Por un punto trazar la recta perpendicular á un plano; procedimiento según que el punto esté fuera del plano, ó en el plano. (Párrafo 550).

PAPELETA 11.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Igualdad de triángulos.*—Teorema: Dos triángulos son iguales en cualquiera de los tres casos siguientes: 1.° Cuando dos lados y el ángulo comprendido en uno de los triángulos son, respectivamente, iguales á dos lados y el ángulo comprendido en el otro. 2.° Cuando tienen análogamente iguales un lado y dos ángulos, estando dispuestos del mismo modo.—3.° Cuando son iguales los tres lados del uno ó los tres del otro.—Corolarios: 1.° Condiciones suficientes para que sean iguales dos triángulos isósceles.—2.° Idem para la igualdad de los equiláteros.—3.° Idem para la de los rectángulos.—Escolio: Elementos iguales que deben tener dos triángulos para poder deducir la igualdad de éstos. *Nuevas propiedades de los triángulos.*—Teorema: La recta que une los puntos medios de dos lados de un triángulo, es paralela al tercer lado é igual á su mitad. Teorema: En todo triángulo las tres medianas se cortan en un mismo punto, que se encuentra sobre cada una de ellas á la tercera parte desde el lado ó á las dos terceras partes desde el vértice.—Corolario: En un triángulo equilátero, este punto coincide con el que equidista de los vértices y de los lados, y es común á las tres alturas.—Teorema: En todo triángulo, el punto equidistante de los tres vértices, el común á las tres medianas y el de concurso de las tres alturas, están en línea recta y la distancia del primero de estos puntos al segundo es la mitad de la de éste al tercero. (Párrafos 73 al 82.)

Problemas: Dada una recta y un punto, trazar por éste una paralela á aquélla.—Trazar una perpendicular á una recta desde un punto fuera de ella. (Párrafos 186 y 188.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.— *Ángulos diedros.* — Definiciones. — Diedro, caras, aristas, diedros adyacentes, ídem opuestos por la arista, plano bisector.—*Ángulo rectilíneo correspondiente á un diedro.*—Teorema: Si dos ángulos diedros son iguales, lo son también los rectilíneos correspondientes.— Recíproca. — Magnitud de un diedro.—Comparación con el rectilíneo correspondiente.—Clasificación.—Consecuencias: 1.ª Si un diedro es recto... 2.ª Si el rectilíneo correspondiente á un diedro es recto.. —3.ª Todos los diedros rectos son..,—4.ª Si dos diedros adyacentes tienen las caras no comunes en prolongación...—5.ª Los diedros opuestos por la arista..., y 6.ª Todos los diedros sucesivos que forman varios planos que pasan por una recta...— *Medida de los diedros*. — Teorema: Dos ángulos diedros son proporcionales á sus rectilíneos correspondientes.—Corolario: Todo diedro tiene por medida la del rectilíneo correspondiente.—Escolio: Expresión de la medida de un diedro.—Observación: La correspondencia entre los ángulos diedros y los rectilíneos, permite aplicarles varias propiedades de los ángulos cuales son... (Párrafos 558 al 569.)

Semejanza.— Definiciones. — Poliedros inversamente semejantes. — Consecuencia de la definición: En dos poliedros semejantes las aristas homólogas son proporcionales. — *Propiedades*. — Teorema: Dos tetraedros son semejantes en los cuatro casos siguientes: 1.º Cuando tienen un diedro igual comprendido por dos caras semejantes, una á una, y semejantemente dispuestas; 2.º Cuando tienen una cara semejante é iguales los tres diedros adyacentes y semejantemente dispuestos; 3.º Cuando tienen igual un ángulo triedro y semejantes y semejantemente colocadas las tres caras que lo constituyen; 4.º Cuando tienen respectivamente iguales y semejantemente dispuestos sus diedros.—Teorema: Si se corta una pirámide por un plano paralelo á la base, la pirámide total y la deficiente son semejantes. (Párrafos 797 al 801.)

PAPELETA 12.ª

GEOMETRÍA PLANA. — *Cuadriláteros*. — Clasificación.—Propiedades. — Teorema: En todo paralelógramo se verifica: 1.º Los lados opuestos son iguales; 2.º Los ángulos opuestos también; 3.º Los ángulos que tienen un lado común son suplementarios, y 4.º Las diagonales se cortan en dos partes iguales.—Teorema: Un cuadrilátero convexo es paralelógramo si se verifica una de las cuatro condiciones siguientes: 1.ª Tener los lados opuestos iguales; 2.ª Tener los ángulos opuestos iguales; 3.ª Ser iguales y paralelos los lados opuestos; 4.ª Cortarse las diagonales en su punto medio, y 5.ª Ser suplementarios los ángulos que tienen un lado común.—Teorema: En el rombo, además de las propiedades del paralelógramo, se verifica que las diagonales son perpendiculares ó bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen.—Recíprocamente: Si en un paralelógramo las diagonales son perpendiculares ó bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen la figura, es un rombo. (Párrafos 82 al 87.)

Areas.—Teorema: El área de un trapecio es igual al producto de la altura por la semisuma de las bases.—Teorema: El área de un polígono regular convexo es igual á la mitad del producto de la longitud de perímetro por la apotema.—Area del sector poligonal regular.—Escolio: Area del triángulo equilátero y demás polígonos regulares en función del lado.—Area de un polígono cualquiera. (Párrafos 401, 402, 404 y 405.)

Problemas: Dada una recta y en ella un punto, trazar por éste otra recta que forme con la dada un ángulo conocido. Transformar un triángulo dado en otro equivalente é isósceles, conservando uno de sus ángulos. (Párrafos 189 y 446.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.— *Ángulos poliedros.*—Definiciones, Aristas, vértice, caras, ángulo plano, plano diagonal, ángulos poliedros, cóncavos y convexos, caracteres distintivos de unos y otros.—Demostrar que puede hallarse siempre un plano que corte á todas las aristas de un ángulo poliedro convexo, siendo también convexo el polígono resultante.—Clasificación de los ángulos poliedros, según el número de sus caras.—Definición de ángulos poliedros regulares. (Párrafos 569 á 575.)

Areas.—Poliedros. — Generalidades. — Teorema: El área de la superficie lateral de una pirámide regular, es igual á la mitad del producto del perímetro de la base por la apotema.—Teorema: El área de la superficie lateral de un tronco de pirámide regular, es igual al producto de la semisuma de los perímetros de las dos bases por la apotema.—Corolario: El área lateral de un tronco de pirámide regular en función de la sección paralela á las bases, y equidistante de ellas, es igual á la apotema multiplicada por el perímetro de dicha sección.—Teorema: El área de la superficie lateral de un prisma, es igual al producto de su arista lateral por el perímetro de la sección recta.—Corolario: Caso particular de ser recto el prisma.—Escolio: Area total de una pirámide regular, de un tronco de la misma ó de un prisma. (Párrafos 816 al 824.)

PAPELETA 13.ª

GEOMETRIA PLANA.—Polígonos en general.—Teorema. El número de diagonales de un polígono es igual á $\frac{n(n-3)}{2}$, siendo n el número de lados.—Teorema: En todo polígono convexo la suma de sus ángulos internos es igual á tantas veces dos ángulos rectos como lados tiene, menos cuatro rectos, ó á tantas veces dos rectos como lados tiene menos dos.—Escolio: Descomposición de un polígono en triángulos, partiendo de un punto interior, en un lado ó en un vértice.—Teorema: Si se prolongan en el mismo sentido todos los lados de un polígono convexo, la suma de los ángulos externos que resultan es igual á cuatro ángulos rectos.—Corolario: No existe ningún polígono convexo con más de tres ángulos internos que sean agudos. (Párrafos 92 al 97).

Areas.—En las figuras mixtilíneas.—Fórmula de Sipson. — En el círculo.—Teorema: El área de un círculo es igual... Corolario: En función del diámetro y en función de la circunferencia. — Teorema: El área de un sector es igual á la mitad del producto de su arco por el radio.—Comparación de las áreas de un círculo y de un sector del mismo radio.—Teorema: El área de un segmento circular es igual al producto de la mitad del radio por la diferencia entre su arco y la mitad de la cuerda del arco doble. (Párrafos 406, 407 y 409 al 415.)

Problemas.—Construir un polígono semejante á otro dado sobre una recta dada ó conocida la relación de semejanza $\frac{m}{n}$

Transformar un triángulo en otro equivalente y equilátero. (Párrafos 321 y 447.)

Prisma.—Definiciones: Prisma; caras laterales; bases; alturas; tronco de prisma; forma en que puede considerarse engendrada la superficie lateral de un prisma; cilindros inscrito y circunscrito á un prisma regular.—Propiedades del paralelepípedo. — Clasificación. — Teorema: En todo paralelepípedo, se verifica: 1.º Las caras opuestas son iguales y paralelas.—2.º Los triedros opuestos son simétricos.—3.º Las diagonales se cortan en un mismo punto y en partes iguales.—4.º Toda recta que pase por este punto y se limite en la superficie del poliedro, queda dividida en partes iguales por dicho punto.—Corolario: 1.º Dos caras opuestas cualesquiera pueden ser consideradas como base.—2.º Todo plano que corte á cuatro aristas paralelas de un paralelepípedo, lo verifica según un paralelogramo.—3.º Un paralelepípedo queda determinado, conocido un triedro y la longitud de las tres aristas que lo forman.—4.º Las cuatro diagonales de un paralelepípedo rectángulo son iguales.—Teorema: En un paralelepípedo rectángulo, el cuadrado de la diagonal es igual á la suma de los cuadrados de las tres aristas que concurren en un mismo vértice.—Corolario: En un cubo.—*Propiedades de un prisma.*—Teorema: Las secciones causadas en un prisma por planos paralelos son polígonos iguales.—Corolario: Sección de un plano paralelo á las bases.—Escolio: Sección recta. (Párrafos 726 al 737.)

Semejanza de poliedros.—Teorema: Dos poliedros son semejantes si están compuestos del mismo número de tetraedros semejantes y semejantemente dispuestos.—Recíprocamente: Dos poliedros semejantes pueden descomponerse en igual número de tetraedros semejantes y semejantemente colocados. (Párrafos 801 al 803).

Homotecia.—(Párrafo 803.)

PAPELETA 14.ª

GEOMETRÍA PLANA —*Igualdad de polígonos.*—Consideraciones que inducen á determinar la igualdad de dos polígonos con el menor número de condiciones posible.—Dos polígonos de igual número de lados son iguales en cualquiera de los casos siguientes: 1.º Si tienen de dos en dos iguales todos los lados menos uno y todos los ángulos formados por lados iguales; 2.º Si todos los ángulos menos uno, y todos los lados menos los que formen el ángulo exceptuado, son iguales de dos en dos, en ambos polígonos; 3.º Si tienen iguales todos los lados y todos los ángulos, menos tres consecutivos; 4.º Si tienen un lado igual, é iguales de dos en dos las distancias de todos los vértices á los extremos de dichos lados; 5.º Si se componen del mismo número de triángulos iguales de dos en dos é igualmente dispuestos en cada polígono.—Escolio: Número de condiciones para determinar la igualdad de dos polígonos. (Párrafos 97 al 100.)

Comparación de áreas.—Consecuencias que se deducen al comparar las áreas de dos paralelogramos ó de dos triángulos: 1.º Dos paralelogramos ó dos triángulos de la misma base y de la misma altura son equivalentes; 2.º Las áreas de dos paralelogramos ó de dos triángulos son entre sí como los productos de...—Teorema: Si dos triángulos tienen dos ángulos (uno de cada triángulo) iguales ó suplementarios, la relación de sus áreas es igual á la relación de los productos de los números que miden los dos lados que forman cada uno de los expresados ángulos. (Párrafos 415 al 417)

Problemas: Dados el radio y la amplitud de un arco, calcular su longitud.—Hallar la amplitud de un arco cuya longitud sea igual al radio.—Dadas la longitud y amplitud de un arco, hallar la longitud de su radio. (Párrafo 331 en los casos 3.°, 4.° y 5.°)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO. — *Angulo triedro*.—Definiciones: Triedro simétrico. Caso de coincidencia de los triedros simétricos. — Triedros suplementarios. — Teorema: Si un triedro es suplementario de otro, éste lo es de aquél. — Teorema: En dos triedros suplementarios, cada diedro de uno de ellos, es el suplemento de la cara correspondiente del otro.—Escolio: Propiedad correlativa ó suplementaria. (Párrafos 575 al 583.)

Problema: Hallar el radio de una esfera sólida. (Párrafos 700 y 701)

PAPELETA 15.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Simetría en los polígonos*.—Definiciones: Puntos simétricos; centro; eje; polígonos simétricos; igualdad de éstos; manera de hacerlos coincidir; simetría entre los elementos de un mismo polígono.—*Circunferencia*.—Definiciones: Circunferencia, centro, arco, radio, secante, cuerda, diámetro, tangente, normal, círculo, sector circular, arcos iguales, suma de arcos. — Propiedades que se deducen de las definiciones: 1.ª Una circunferencia es el lugar geométrico de los puntos de un plano que equidistan...; 2.ª Todos los radios de una circunferencia...; 3.ª El diámetro es la mayor...; 4.ª El diámetro divide á la circunferencia y al círculo...—Teorema: Por tres puntos que no estén en línea recta se puede siempre hacer pasar una circunferencia, y sólo una.—Escolio: Puede considerarse una recta como el límite de una circunferencia cuyo radio haya ido creciendo hasta hacerse infinito. (Párrafos 100 al 111).

Comparación de áreas.—Teorema: El cuadrado construído sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo es equivalente á la suma de los cuadrados construídos sobre los catetos.—Corolarios: 1.° Los cuadrados construídos sobre los tres lados de un triángulo rectángulo son proporcionales á las proyecciones de estos lados sobre la hipotenusa; 2.° Los cuadrados construídos sobre las cuerdas que parten de los extremos de un mismo diámetro son proporcionales á las proyecciones de estas cuerdas sobre dicho diámetro. (Párrafos 417 al 419).

Problema: Dados dos círculos, trazar una tangente común á sus circunferencias.—Discusión—Escolio: Las tangentes se encuentran en un mismo punto de la línea de los centros y ésta es bisectriz del ángulo que forman.—Estas tangentes son iguales. (Párrafos 211 al 214).

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Angulos triedros*.—Teorema: En todo triedro una cara cualquiera es menor que la suma y mayor que la diferencia de las otras dos. Corolarios: 1.° Si tres ángulos son tales, que teniendo el vértice común uno de ellos es igual á la suma de los otros dos, las tres rectas que lo forman están en un mismo plano; 2.° Si en el interior de un triedro se traza una recta cualquiera que pase por el vértice y se imaginan los ángulos planos que forma con dos aristas de una cara, la suma de estos ángulos es menor que la de las otras dos caras; 3.° Si dos triedros tienen una cara común, y una cara del primero corta á otra cara del segundo, la suma de las caras que no se cortan es menor que la de las que se cortan; 4.° En todo triedro, á mayor ángulo diedro, se opone mayor cara.—Escolio: En todo triedro isoedro, los diedros opuestos á las caras iguales, son iguales.—En todo triedro, á mayor cara se opone mayor diedro.—Si un triedro tiene las tres caras iguales, lo serán también los tres diedros, y, por consiguiente, será regular. (Párrafos 583 al 586).

Areas.—Fórmula para las áreas de las superficies de los poliedros regulares. (Párrafo 824.)

Problema.—Por dos rectas que se cruzan, hacer pasar dos planos paralelos. (Párrafo 549.)

PAPELETA 16.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Propiedades relativas de la recta y la circunferencia*.—Cuerdas.—Teorema: En una misma circunferencia ó circunferencias iguales, los arcos iguales son subtendidos por cuerdas iguales, y en los desiguales, al mayor corresponde cuerda mayor. — Recíprocamente.—Teorema: En un mismo círculo ó en círculos iguales, las cuerdas iguales equidistan del centro, y de las desiguales, la mayor dista menos.—Recíprocamente. —Teorema: El diámetro perpendicular á una cuerda divide á ésta y á los dos arcos subtendidos por ella en dos partes iguales. — Corolarios: 1.° Por un punto interior á una circunferencia, la mayor cuerda que puede trazarse es un diámetro, y la menor, la que sea perpendicular á este diámetro; 2.° El lugar geométrico de los puntos medios de un sistema de cuerdas paralelas, es el diámetro perpendicular á su común dirección. Escolios: 1.° El diámetro determinado por el punto medio de un arco es perpendicular á su cuerda, la divide en dos partes iguales y también al resto de la circunferencia; 2.° Definición de saeta ó flecha. — Tangente. — Definición. — Razonamiento para probar la existencia de las tangentes. — Consecuencias: 1.ª Por un punto de una circunferencia puede siempre trazársele...; 2.ª La tangente es paralela al sistema de cuerdas paralelas... Definiciones más generales de la tangente y que tengan aplicación á cualquier curva.—Curva convexa y cóncava. Angulo de dos curvas. (Párrafos 111 al 122)

Comparación de áreas.—Areas de figuras semejantes.—Teorema: Las áreas de dos triángulos semejantes son proporcionales á los cuadrados de sus lados homólogos, y la relación de dichas áreas es igual al cuadrado de la relación de semejanza.—Teorema: Las áreas de dos polígonos semejantes son proporcionales á los cuadrados de sus lados homólogos, ó bien la relación de dichas áreas es igual al cuadrado de la relación de semejanza. Corolarios: 1.° Las áreas de dos polígonos regulares de igual número de lados son proporcionales á los cuadrados de sus radios y apotemas; 2.° El área del polígono construído sobre la hipotenusa es igual á la suma de las áreas de los polígonos semejantes, construídos sobre los catetos.—Teorema: Las áreas de dos círculos son proporcionales á los cuadrados de sus radios, ó á los cuadrados de sus diámetros.—Corolarios: 1.° Si tomando como diámetro la hipotenusa y los catetos de un triángulo rectángulo se construyen tres círculos, se tendrá que el círculo construído sobre la hipotenusa...; 2.° Lúnulas.—Teorema: Las áreas de dos sectores semejantes son proporcionales á los cuadrados de sus radios.—Teorema: Las áreas de dos segmentos semejantes son proporcionales á los cuadrados de sus radios. (Párrafos 420 al 427.)

Problema.—Dados dos polígonos, construir un tercero equivalente al primero y semejante al segundo. (Párrafo 454.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Areas*.—Teorema: El área de la superficie engendrada por una recta limitada que gira alrededor de otra, situadas ambas en un mismo plano, y la primera en una sola región respecto á la segunda, es igual al producto de la proyección de la recta generatriz sobre el eje, por la circunferencia cuyo radio es la parte de perpendicular trazada á dicha generatriz en su punto medio, comprendida entre ésta y el eje.—Teorema: El área de la superficie egendrada por una línea quebrada regular, que gira alrededor de un eje situado en su plano y que pasa por su centro sin cortarla, es igual al producto de la circunferencia inscrita en la misma por la proyección de la generatriz sobre el eje. Corolario: El área de la superficie engendrada por un arco de circunferencia que gira alrededor de un diámetro que no lo corta, es igual á la circunferencia á que pertenece dicho arco, multiplicada por la proyección de éste sobre el eje. (Párrafos 833 al 836.)

PAPELETA 17.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Propiedades relativas de la recta y la circunferencia*. — Normales. — Definición. — Teorema: Toda oblicua que parte de un punto no situado en la circunferencia, tiene su longitud comprendida entre las dos normales...—Escolio: Distancia de un punto á una circunferencia.—Secantes y tangentes.—Teorema: Dos paralelas interceptan en una circunferencia... (Párrafos 122 al 126.)

Comparación de áreas.—Areas de figuras isoperímetras.—Máximos y mínimos. Teorema: Entre todos los triángulos que tengan la misma base y el mismo perímetro, el isósceles es el que tiene mayor superficie.—Corolario: Relativo al equilátero.—Teorema: Entre todos los triángulos de la misma base y superficie equivalente, el isósceles es el de perímetro mínimo.—Corolario: Relativo al equilátero. Teorema: Si se dan dos lados para formar un triángulo, será de área máxima aquel en que el ángulo comprendido por dichos lados sea recto.—Teorema: Si se da la suma de los lados para formar un triángulo, será de área máxima aquel en que dicha suma se divida en dos partes iguales y estos lados estén en ángulo recto. (Párrafos 427 al 433.)

Problemas.—Trazar la perpendicular á una recta por un punto dado en ella.—1.° Cuando el punto dado sea el punto medio de la recta.—2.° Cuando el punto dado sea uno cualquiera; y 3.° Cuando el punto dado sea el extremo de la recta. (Párrafo 187.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO. — *Angulo triedro*.—Teorema: En todo triedro la suma de las tres caras es menor que cuatro ángulos rectos.—Escolio: Haciendo aplicación de las propiedades correlativas, demostrar: 1.° Que la suma de los diedros de un triedro está comprendida entre dos y seis rectos. 2.° Que en todo triedro el menor de los diedros, en dos rectos, es mayor que la suma de los otros dos.—Observación referente á la clasificación de los triedros por el número de ángulos diedros rectos que tengan. (Párrafos 589 al 592.)

Problema.—Trazar por una recta el plano perpendicular á otro. (Párrafo 554.)

PAPELETA 18.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Medida de líneas y ángulos.*—Preliminares.—De la medida en general: Comparación de la magnitud con la unidad; origen de los números enteros, fraccionarios é inconmensurables, según enseña la aritmética, y qué se entiende por medida de estos últimos; razón de los frecuentes casos de inconmensurabilidad en Geometría.—Consideraciones que conducen á demostrar que se obtiene la relación ó razón de dos magnitudes de la misma especie, dividiendo el número que expresa la medida de la primera, por el que expresa la medida de la segunda.—Medida directa; comparación directa con la unidad.—Medida indirecta; casos en que la naturaleza de la magnitud no permite la comparación directa: Ejemplos.—Magnitudes proporcionales: cuándo son proporcionales dos magnitudes cualesquiera.—Cuarta, media y tercera proporcional, magnitudes directa é inversamente proporcionales. (Párrafos 133 al 144.)

Comparación de áreas.—Areas de figuras isoperímetras.—Máximos y mínimos. Teorema: Entre todas las figuras planas isoperímetras, la de área máxima es el círculo.—Teorema: Entre todas las figuras equivalentes, el círculo es la del perímetro mínimo. (Párrafos 433 al 436.)

Problemas.—Sobre una recta dada construir un triángulo semejante á otro dado. Construir un polígono semejante á otro y cuyo perímetro sea igual á una recta dada. (Párrafos 320 y 322.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Igualdad de ángulos triedros.*—Teorema: Dos ángulos triedros son iguales, cuando tienen: 1.° Una cara y los dos diedros adyacentes respectivamente iguales y dispuestos igualmente. 2.° Un diedro igual, formado por caras respectivamente iguales y dispuestas de la misma manera. 3.° Las caras respectivamente iguales y dispuestas del mismo modo. 4.° Sus diedros respectivamente iguales é igualmente dispuestos.—Corolario: Determinación de un triedro.—Escolios: 1.° Triedros simétricos. 2.° Analogía con los triángulos rectilíneos. (Párrafos 592 al 595.)

PAPELETA 19.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Magnitudes proporcionales.*—Origen de la proporcionalidad y procedimiento expedito para conocerla. Teorema: Si dos magnitudes varían simultáneamente, de tal modo que á dos valores iguales de la primera correspondan otros dos valores iguales de la segunda, y á un valor de la primera que sea la suma de otros dos de la misma corresponda otro valor de la segunda que sea la suma de los correspondientes á aquéllos, dichas magnitudes serán directamente proporcionales.—Recíprocamente.—Regla general para la proporcionalidad directa.—Si falta alguna de las dos condiciones expresadas, las magnitudes no son proporcionales.—Ejemplo.—Magnitud proporcional á otras varias.—Definición.—Demostrar que cuando una magnitud es proporcional á otras varias, la relación de dos valores cualesquiera de la primera es igual al producto de las relaciones de los valores correspondientes de todas las demás. (Párrafos 144 al 152.)

Semejanza de figuras.—Definiciones: elementos homólogos; relación de semejanza; polígonos semejantes.—Semejanza de polígonos. Lema: Toda paralela á uno de los lados de un triángulo, forma con los otros dos un nuevo triángulo semejante al primero.—Teorema: Dos triángulos son semejantes: 1.° Cuando son equiángulos; 2.° Cuando tienen un ángulo igual comprendido por lados proporcionales; 3.° Cuando sus lados homólogos son proporcionales.—Corolario: 1.° Dos triángulos son semejantes cuando tienen sus lados respectivamente paralelos ó perpendiculares; 2.° Dos triángulos rectángulos son semejantes cuando tienen un ángulo agudo igual.—Escolios: 1.° En los triángulos de la igualdad de ángulos se deduce la proporcionalidad de lados y recíprocamente; 2.° y 3.° Comparación de la semejanza con la igualdad. (Párrafos 256 al 262.)

Problema.—Dado un polígono regular inscripto en una circunferencia, inscribir en ella otro doble número de lados y calcular su lado, en función del de aquél.—Escolios: 1.° Dada la cuerda de un arco, calcular la del arco mitad; 2.° El perímetro del polígono buscado es mayor que el del propuesto; 3.° Si se trata del problema inverso. (Párrafos 344 y 345.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Angulos poliedros.*—Angulos poliedros simétricos. Angulos poliedros suplementarios.—Teorema: Si un ángulo poliedro es suplementario de otro, éste lo es de aquél.—Teorema: En dos ángulos poliedros suplementarios, un diedro cualquiera de uno de ellos es suplemento de la cara correspondiente del otro.—Teorema: En un ángulo poliedro una cara cualquiera es menor que la suma de todas las demás. Teorema: En todo ángulo poliedro convexo, la suma de sus caras es menor que cuatro ángulos rectos.—Teorema: En todo ángulo poliedro se verifica que la suma de sus diedros está comprendida entre tantas veces dos rectos como aristas tenga, y este mismo número disminuido en cuatro rectos.—Igualdad de ángulos poliedros. (Párrafos 595 al 604.)

PAPELETA 20.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Medida de la línea recta.*—Consideraciones.—Casos que pueden ocurrir: 1.° $m\,n$ está contenido en $A\,B$ un número exacto de veces; 2.° Que una parte alícuota de $m\,n$ está contenida en $A\,B$ un número exacto de veces; 3.° $A\,B$ y $m\,n$ son inconmensurables.—Demostración, *a priori*, de la existencia de rectas inconmensurables, comparando la diagonal de un cuadrado con su lado.—Método práctico para medir una recta. (Párrafos 152 al 155.)

Homotecia.—Definiciones; figuras ó sistemas de puntos homotéticos; centro y relación de homotecia; homotecia directa é inversa.—Dado un sistema de puntos, determinar su homotético, para un centro y una relación dados.—Demostrar que la figura homotética de una circunferencia es otra circunferencia.—Teorema: En dos sistemas homotéticos la recta que une dos puntos cualesquiera en uno de ellos y la que une los puntos homólogos en el otro, son paralelas y están en la relación de homotecia.—Corolarios: 1.° La figura homotética de una recta es otra recta paralela á ella; 2.° Si una recta pasa por el centro de homotecia, su homotética también, y ambas coinciden y recíprocamente; 3.° El ángulo de dos rectas es igual al de sus homotéticas; 4.° La figura homotética de un polígono es otro polígono semejante al mismo, siendo iguales la relación de semejanza y la de homotecia; 5.° Las tangentes en puntos homólogos de curvas homotéticas, son paralelas. (Párrafos 279 al 284.)

Problemas sobre polígonos.—Condiciones que determinan un triángulo: construirlos dados los tres lados ó dos lados y el ángulo comprendido. (Párrafos 193 á 196.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Líneas y superficies curvas.*—*Líneas curvas en general.*—Generación.—Líneas curvas planas y de doble curvatura; elemento de la curva.—Plano osculador.—Tangente y normal; planos tangente y normal.—Angulos de flexión y de torsión.—Puntos singulares.—*Superficies en general.*—Generación y clasificación de las superficies.—Propiedades generales.—Generatrices; directrices; leyes de generación; ejemplo de generación de una superficie por generatrices diversas. (Párrafos 604 al 618.)

PAPELETA 21.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Medida de un arco.* Amplitud de un arco: conceptos en que puede considerarse.—Procedimiento que se sigue en la práctica para obtener su relación en la circunferencia.—Divisiones de la circunferencia; ventajas é inconvenientes de las dos divisiones adoptadas; forma de pasar de una á otra división.—Transportador; sus clases; uso del transportador; arcos semejantes.—Arcos correspondientes.—Teorema: Dos ángulos cualesquiera son proporcionales á los arcos comprendidos entre sus lados y descriptos desde sus respectivos vértices, como centro con igual radio.—Corolario: Los arcos semejantes tienen el mismo valor gradual. (Párrafos 155 al 166.)

Propiedades de las figuras semejantes.—Puntos y rectas homólogas.—Teorema: En dos polígonos semejantes las rectas homólogas son proporcionales á los lados homólogos.—Teorema: La relación entre los perímetros de dos polígonos semejantes es igual á la relación de semejanza de los mismos.—Teorema: Todas las rectas que parten de un mismo punto cortan proporcionalmente á dos secantes cualesquiera paralelas.—Corolario: Las rectas quedan divididas como las paralelas.—Recíprocamente: Si dos paralelas son cortadas en segmentos proporcionales por varias rectas...—(Párrafos 270 al 276).

Problemas.—Hallar la cuarta proporcional á tres rectas dadas.—Hallar una tercera proporcional á dos rectas dadas y un segmento $x = \frac{a\,b\,c\,d}{a'\,b'\,c'}$. Dados dos polígonos semejantes, construir un tercero semejante á ellos y cuya área sea igual á la diferencia de las áreas de los dados. (Párrafos 307 al 310 y 451.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Superficies en general.*—*Plano tangente.*—Teorema: Todas las tangentes á las diferentes líneas que se pueden trazar en una superficie, por uno de sus puntos, se hallan en un mismo plano.—Escolios: 1.° Determinación del plano tangente; 2.° Cómo puede considerarse el plano tangente; 3.° Plano que es á la vez tangente y secante; 4.° Consideraciones sobre el plano tangente en los puntos singulares.—Normal y plano normal.—*Superficies de revolución.*—Paralelos.—Meridianos.—Teorema: Todos los meridianos de una superficie de revolución son iguales.—Teorema: El plano tangente á una superficie de revolución es perpendicular al del meridiano que pasa por el punto de contacto. (Párrafos 618 al 630.)

PAPELETA 22.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Medida de ángulos.* Evaluación en grados.—Consideraciones que inducen á referir la medida del ángulo á la del arco comprendido entre sus ados y que tenga el vértice por centro.—Teorema: Todo ángulo tiene la misma medida que el arco comprendido entre sus lados y descripto con un radio arbitrario desde el vértice como centro.—Reducir un ángulo expresado en grados, minutos y segundos á su verdadera medida.—Angulos en el círculo.—Definiciones.—Teorema: Todo ángulo inscripto en una circunferencia tiene la misma medida que la mitad del arco comprendido por sus lados.—Corolarios: 1.º Todos los ángulos inscriptos en un mismo arco son iguales; 2.º Dos ángulos inscriptos en cada uno de los arcos que determina una cuerda son suplementarios; 3.º Todo ángulo inscripto en una circunferencia es recto; 4.º Un ángulo inscripto en un arco es agudo, recto ú obtuso, según que el arco sea mayor, igual ó menor que la semicircunferencia; 5.º En todo cuadrilátero inscripto en una circunferencia los ángulos opuestos son suplementarios. (Párrafos 166 al 175.)

Homotecia.—Teorema: Dos sistemas son homotéticos si existen en su plano dos puntos tales que, uniendo uno de ellos con los puntos del primer sistema y el otro con los homólogos del segundo, resulten rectas, respectivamente, paralelas y que estén en la misma relación.—Corolarios: 1.º Dos polígonos semejantes de igual ú opuesta orientación, son homotéticos directos ó inversos; 2.º Dos circunferencias cualesquiera son siempre homotéticas directa é inversamente; los dos centros de homotecia dividen armónicamente á la línea de los centros. (Párrafos 284 y 285.)

Problemas.—Dado un polígono regular inscripto, circunscribir otro semejante y calcular su lado en función del lado del propuesto. (Párrafo 346.)

Geometría en el espacio.—*Superficie cónica.*—Generación y definiciones.—Definición de superficie cónica.—Superficie cónica, cerrada ó abierta.—Cono.—Base y altura del cono.—Cono circular, recto ú oblicuo.—Cómo puede engendrarse el cono circular recto.—Cono equilátero.—Secciones paralelas y antiparalelas.—Tronco de cono de 1.ª y 2.ª especie.—Nuevo medio de generación del cono. (Párrafos 638 al 641.)

PAPELETA 23.ª

Geometría plana.—*Medida de ángulos.*—Teorema: Todo ángulo formado por dos secantes que se cortan en un punto del círculo tiene la misma medida que la semisuma de los arcos comprendidos por sus lados y por sus prolongaciones. Teorema: Todo ángulo formado por dos secantes que se cortan fuera del círculo, tiene la misma medida que la semidiferencia entre el mayor y el menor de los arcos interceptados por sus lados.—Arco capaz de un ángulo dado.—Lugar geométrico desde el cual se ve una recta bajo el mismo ángulo; ídem bajo el ángulo suplementario. (Párrafos 175 al 180.)

Problemas: Construir un polígono igual á otro dado.—Métodos: 1.º Construyendo los lados y ángulos de un polígono iguales á los de otro. 2.º Descomponiendo el polígono dado en triángulos. 3.º Trazando desde los vértices del citado polígono perpendiculares á una recta cualquiera. 4.º Trazando por todos los vértices del polígono dado paralelas á una dirección arbitraria. 5.º Construyendo un polígono simétrico del dado con respecto á un eje ó centro. 6.º Por el método de las cuadrículas. (Párrafo 206.)

Geometría en el espacio.—*Propiedades de la superficie cónica.*—Teorema: En una superficie cónica las secciones paralelas son curvas semejantes.—Teorema: En un cono oblicuo de base circular, toda sección antiparalela á dicha base es un círculo.—Plano tangente.—Desarrollo de la superficie lateral de un cono. (Párrafos 641 al 647.)

Volúmenes.—Teorema: El volumen engendrado por un triángulo que gira alrededor de un eje trazado por uno de sus vértices en el mismo plano y exterior á dicho triángulo, tiene por medida el producto del área de la superficie engendrada por el lado opuesto al vértice situado en el eje, por el tercio de la longitud de la altura correspondiente á este lado.—Teorema: El volumen engendrado por un sector poligonal regular que gira alrededor de un diámetro exterior al mismo, tiene por medida el producto del área de la superficie engendrada por la línea quebrada que le sirve de base por el tercio de la apotema correspondiente á la misma.—Corolario: El volumen engendrado por un sector circular, tiene por medida el área de la superficie engendrada por el arco [illegible] le sirve de base multiplica[illegible] del radio. (Párrafos 878 [illegible])

PAPELETA 24.ª

Líneas proporcionales.—Segmentos.—Origen, sentido, signos adoptados para representar los sentidos.—Consecuencias. Lema 1.º: La distancia de un punto á otro es igual á la diferencia de las distancias del origen al segundo y al primero de dichos puntos.—Lema 2.º: Si se dan dos puntos fijos sobre una recta indefinida, existen siempre sobre ella otros dos, y únicamente dos, para los cuales las relaciones de las distancias de cada uno de ellos á los dados, tienen un mismo valor absoluto determinado.—Escolio: Segmentos aditivos y sustractivos. (Párrafos 229 al 237.)

Geometría en el espacio.—*Superficie cilíndrica.*—Generación y definiciones: Superficie cilíndrica; generatriz; eje; cilindro; bases; altura; cilindro recto, oblicuo y circular; cómo puede engendrarse este último; tronco de cilindro.—Propiedades.—Teorema: Las secciones causadas en una superficie cilíndrica por planos paralelos, son iguales.—Corolario: La proyección oblicua ú ortogonal de una curva cuyo plano es paralelo al de proyección es igual á dicha curva.—Escolio: Sección recta.—Plano tangente.—Desarrollo de la superficie lateral de un cilindro. (Párrafos 647 al 655.)

Volúmenes.—Teorema: Un tronco de prisma triangular equivale á tres tetraedros que tengan por bases las del tronco y por vértices los de la base superior del mismo.—Corolario: Si el tronco fuese un prisma....—Teorema: El volumen de una pirámide es igual al tercio del producto del área de la base por la longitud de la altura.—Corolario 1.º El volumen de un tronco de prisma triangular es igual al producto del área de la base inferior por el tercio de la suma de las tres perpendiculares trazadas á la misma por los vértices de la superior; caso en que el tronco de prisma sea recto, y determinar dicho volumen en función de la sección recta cuando el prisma sea oblicuo.—Corolario 2.º El volumen de un tronco de paralelepípedo es igual al producto de su base por la cuarta parte de la suma de las perpendiculares trazadas á la base inferior desde los vértices de la superior; determinar este volumen en función de la sección recta.—Escolio: Volumen de un tetraedro regular en función de la arista a. (Párrafos 862 al 867.)

PAPELETA 25.ª

Geometría plana.—*Observaciones generales sobre los problemas.*—Procedimientos generales: Sintético y analítico.—Ejemplos: del 1.º Trazar la bisectriz de un ángulo cuyo vértice no se conoce; del 2.º Dado un punto y una circunferencia, trazar por aquél una tangente á ésta.—Métodos especiales.—Sustituciones sucesivas; por simetría; superposición; reducción al absurdo; intersección de lugares geométricos.—Construcciones auxiliares. (Párrafos 219 al 229.)

Segmentos proporcionales.—Entre paralelas.—Teorema: Cuando una serie de paralelas corta á dos rectas, la relación de dos segmentos cualesquiera de una de éstas es igual á la relación de los segmentos correspondientes de la otra.—Escolio: Enunciado más breve de este teorema.—En un triángulo.—Teorema: Toda paralela á uno de los lados de un triángulo divide á los otros dos en partes proporcionales.—Recíprocamente: Si sobre dos lados de un triángulo están respectivamente situados dos puntos que los dividan en partes proporcionales, la recta que los une es paralela al tercer lado. (Párrafos 237 al 245)

Problemas.—Trazar una circunferencia por tres puntos que no estén en línea recta.—Inscribir una circunferencia en un triángulo. (Párrafos 207 y 208)

Geometría en el espacio.—*Superficie esférica.*—Generación y definiciones; centro; esfera; radio; diámetro; casquete y segmento esféricos; zona; rebanada; bases y altura de la zona; huso; cuña; sector esférico.—Propiedades.—Teorema: Por cuatro puntos que no estén en un mismo plano se puede siempre hacer pasar una superficie esférica, y sólo una.—Escolio: Un plano puede considerarse como límite de una superficie esférica cuyo radio se ha hecho infinito. (Párrafos 655 al 659.)

Volúmenes.—Teorema: Un tronco de pirámide de bases paralelas es equivalente á la suma de tres pirámides que tengan la misma altura que el tronco y cuyas bases sean las dos de éste y una media proporcional entre ellas.—Volumen de un poliedro cualquiera.—Caso en que el poliedro esté formado por dos caras paralelas y una serie de trapecios ó triángulos laterales. (Párrafos 867 y 869 al 871.)

PAPELETA 26.ª

Geometría plana.—Segmentos proporcionales.—Proporción armónica.—Definición.—Dividir una recta en una relación dada. (Párrafos 237 al 240.)

Segmentos proporcionales.—En un círculo.—Rectas antiparalelas.—Teorema: Cuando un ángulo es cortado por dos rectas antiparalelas, el producto de los dos segmentos que resultan á partir del vértice sobre un mismo lado es constante.—Recíproco: Si dos rectas cortan á los lados de un ángulo de modo que el producto de los dos segmentos contados sobre cada lado...—Corolario: Cuando las antiparalelas se corten en un punto de uno de los lados del ángulo. (Párrafos 248 al 252)

Homotecia.—Teorema: Dos sistemas homotéticos á un tercero, son homotéticos entre sí.—Corolario: Dos sistemas homotéticos de un tercero respecto á centros distintos y á una misma relación de homotecia, son iguales.—Escolio: Demostrar que los tres centros de homotecia están en línea recta.—Definición general de semejanza. (Párrafos 286 al 290.)

Geometría en el espacio.—*Volúmenes.*—Cuerpos limitados por superficies curvas.—Teorema: El volumen de un cilindro cualquiera es igual...—Idem cuando el cilindro sea circular recto.—Escolio: El volumen de un tronco de cilindro de revolución es igual...—Teorema: El volumen de un cono cualquiera es igual... Idem si es de revolución.—Escolio: Volumen que engendra un rectángulo cuando gira alrededor de uno de sus lados.—Idem un triángulo rectángulo alrededor de un cateto.—Teorema: El volumen de un tronco de cono de bases paralelas y de primera especie, equivale...—Corolario: Idem en el caso de ser el tronco de revolución.—Escolio: Caso de un tronco de cono en que difieran muy poco *R* y *r*. (Párrafos 871 al 878.)

PAPELETA 27.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Problemas.*—Construir un triángulo rectángulo, conociendo: 1.° Un cateto y un ángulo agudo; 2.° La hipotenusa y un ángulo agudo; 3.° Los dos catetos, y 4.° La hipotenusa y un cateto.—Construir un triángulo isósceles, conociendo: 1.° Un lado y la base; 2.° Un lado y uno de los dos ángulos iguales; 3.° Un lado y el ángulo en el vértice; 4.° La base y uno de los dos ángulos iguales, y 5.° La base y el ángulo opuesto.—Construir un paralelogramo, conocidos dos lados contiguos y el ángulo comprendido.—Escolio: Elementos que se necesitan para construir el rombo, el rectángulo y el cuadrado. (Párrafos 201 al 206.)

Segmentos proporcionales.—En el círculo.—Teorema: Si se toma un punto cualquiera en el plano de un círculo y se trazan varias secantes, el producto de los dos segmentos determinados por la circunferencia sobre cada una de ellas, á partir de aquel punto, es constante.—Recíprocamente: Cuando dos rectas limitadas, prolongadas si es necesario, se cortan en un punto tal que den lugar á la relación indicada, los cuatro extremos de dichas rectas están sobre una misma circunferencia.—Corolario 1.° La perpendicular trazada desde un punto de la circunferencia á un diámetro cualquiera, es media proporcional entre los dos segmentos que el pie de la primera determina en el segundo.—Recíprocamente: Si desde un punto se traza á una recta limitada, una perpendicular que resulte media proporcional entre los dos segmentos que su pie determina en aquélla, dicho punto pertenece á la circunferencia que tiene por diámetro la mencionada recta.—Corolario 2.° Si de un punto parten una tangente y una secante á una circunferencia, la tangente es media proporcional entre la secante entera y su parte externa.—Recíprocamente: Cuando sobre los dos lados de un ángulo se tengan tres puntos tales, que el segmento contado desde el vértice en el lado que sólo haya un punto, sea medio proporcional entre los dos segmentos del otro lado, la circunferencia determinada por estos tres puntos es tangente al primer lado.—Escolio: Potencia de un punto con relación á un círculo. (Párrafos 252 al 256.)

Areas.—Teorema: El área de una zona es igual al producto de la circunferencia de un círculo máximo de su esfera por la altura.—Teorema: El área de un casquete es igual á su altura multiplicada por una circunferencia de círculo máximo de su esfera.—Corolario: Expresión de esta área en función de la cuerda del arco generador.—Teorema: El área de la superficie esférica es igual á...—Teorema: El área de un huso es igual á la cuarta parte de la superficie esférica, multiplicada por el número que expresa.

Problema.—En una esfera de dos metros de radio ¿cuál es el área del huso correspondiente á un diedro de 15° 9' y 10''? (Párrafos del 836 al 842.)

PAPELETA 28.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Problema.*—Dado un punto y una circunferencia, trazar por aquél una tangente á ésta.—Casos: 1.° El punto es dé sobre la circunferencia; 2.° Punto exterior á la circunferencia; 1.ª y 2.ª solución.—Escolios: 1.° Hacer ver que la recta que une el punto en que se cortan dos tangentes á una misma circunferencia, con el centro de ésta, es bisectriz del ángulo formado por aquéllas; 2.° Trazar una tangente á una circunferencia paralela á una dirección dada. (Párrafos 209 al 211).

Semejanza de figuras.—Teorema: Dos polígonos son semejantes cuando se componen del mismo número de triángulos, semejantes de dos en dos, é igualmente dispuestos.—Recíprocamente.—Dos polígonos semejantes pueden descomponerse...—Escolio.—Teorema: Dos polígonos de igual número de lados son semejantes cuando se sabe que todos los lados menos uno, en cada polígono, son de dos en dos proporcionales, é iguales, del mismo modo, los ángulos en que no intervengan los lados exceptuados.—Teorema: Dos polígonos de igual número de lados son semejantes, si consta que todos los ángulos menos uno del primero son iguales respectivamente á otros tantos del segundo, y que los lados que forman estos ángulos, menos los del exceptuado, son proporcionales.—Corolario: Casos de semejanza de algunas figuras.—Escolio: Condiciones de semejanza. (Párrafos 262 al 270.)

Problema.—Inscribir un cuadrado en una circunferencia y deducir la longitud del lado en función del radio.—Corolarios: 1.° Longitud de la apotema; 2.° Lado del cuadrado circunscripto, y 3.° Cómo se pasa del cuadrado á los polígonos de 8, 16, 32... 2.ⁿ lados. (Párrafos 351 y 352.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Superficie esférica.*—Plano tangente.—Teorema: La tangente en un punto á una curva cualquiera trazada en la superficie esférica, es perpendicular al radio que pasa por dicho punto.—Corolarios: 1.° El plano tangente en un punto á una superficie esférica es perpendicular al radio que pasa por dicho punto.—Recíprocamente. 2.° El plano tangente á una superficie esférica sólo tiene un punto común con ella.—Recíprocamente.—Escolios: 1.° Por un punto dado en la superficie esférica se puede siempre trazar un plano tangente y sólo uno.—2.° A lo largo de la circunferencia común á la esfera y al cono, son asimismo comunes los planos tangentes, y la superficie cónica es tangente á la esférica en toda la extensión de la curva.—3.° A una esfera pueden trazarse infinitos planos tangentes, paralelos á una dirección dada. (Párrafos 666 al 669).

Volúmenes.—Teorema: Todo prisma triangular equivale á la mitad de un paralelepípedo de doble base y de la misma altura.—Teorema: Todo prisma tiene por expresión de su volumen el producto...—Teorema: Dos pirámides triangulares de bases equivalentes y alturas iguales, son equivalentes. (Párrafos 859 al 862.)

PAPELETA 29.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Posiciones relativas de dos circunferencias.*—Posiciones distintas que pueden tener.—Línea de los centros.—Definición.—Teorema: En dos circunferencias secantes la línea de los centros es perpendicular á la cuerda común á las dos circunferencias en su punto medio.—Corolario: Si las circunferencias son tangentes, la línea de los centros pasa por el punto de contacto y la perpendicular en este punto á dicha línea de los centros es tangente á las dos curvas.—Teorema: La línea de los centros comparada con los radios de las circunferencias: 1.° En dos circunferencias exteriores es mayor que la suma de los radios; 2.° En dos circunferencias tangentes exteriormente es igual á la suma; 3.° En dos circunferencias secantes es menor que la suma y mayor que la diferencia; 4.° En dos tangentes interiormente es igual á la diferencia; 5.° En dos interiores es menor que la diferencia, y 6.° En dos concéntricas es nula.—Recíprocas. (Párrafos 126 al 133.)

Segmentos proporcionales.—En un triángulo.—Teorema: En todo triángulo la bisectriz de un ángulo divide al lado opuesto en dos segmentos aditivos y la bisectriz del ángulo externo en dos segmentos substractivos que son proporcionales á los otros dos lados.—Recíprocamente. (Párrafos 245 y 246.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Volúmenes.*—Conceptos que puede tener la palabra volumen.—Poliedros.—Teorema: Si dos paralelepípedos rectángulos de la misma base tienen iguales, son iguales.—Si tres paralelepípedos rectángulos de la misma base tienen sus alturas de modo que la de uno de ellos sea igual á la suma de las de los otros dos, el paralelepípedo correspondiente á la primera es igual á la suma de los que corresponden á las otras alturas.—Corolario 1.°: El volumen de un paralelepípedo rectángulo de base constante es proporcional á su altura.—Corolario 2.°: Dos paralelepípedos rectángulos que tengan iguales dos aristas, son proporcionales á las terceras.—Corolario 3.°: Dos paralelepípedos rectángulos son proporciones á los productos de sus respectivas bases y alturas.—Escolio: Dimensiones de un paralelepípedo rectángulo.—Teorema: El volumen de un paralelepípedo rectángulo es igual al producto de la medida de su base por la de su altura.—Corolario 1.°: El volumen de un paralelepípedo rectángulo es igual al producto de sus tres aristas ó dimensiones.—Corolario 2.°: Volumen de un cubo. (Párrafos 849 al 855.)

Problema.—Hallar la menor distancia entre dos rectas que se cruzan. (Párrafo 555.)

PAPELETA 30.ª

GEOMETRÍA PLANA.—Polígonos regulares estrellados.—Definición é idea general de su existencia.—Cualidades que los caracterizan.—Género y especie. (Párrafos 236 á 239.)

Problemas.—Inscribir en una circunferencia un decágono y un pentágono regulares convexos y calcular sus lados en función del radio. (Párrafos 355 al 358.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Superficie esférica.*—Teorema: Las secciones planas de una esfera son círculos.—Escolio: Fórmula $r = \sqrt{R^2 - d^2}$; ¿cuándo produce la sección círculo máximo ó menor?—Consecuencias de esta expresión: 1.° Dos círculos menores equidistantes del centro, son iguales y recíprocamente; 2.° De dos círculos menores cualesquiera, el mayor dista menos del centro y recíprocamente; 3.° Para determinar un círculo menor, se necesitan tres puntos.—De la definición del círculo máximo, se deduce: 1.° Todos los círculos máximos de la misma esfera..; 2.° Dos círculos máximos se cortan mutuamente...; 3.° Un Círculo máximo divide á la esfera y á su superficie en dos..; 4.° Una recta, sólo puede cortar á la superficie esférica..; 5.° Cualquier semicírculo máximo sirve para engendrar...; 6.° Dos puntos bastan para determinar un círculo máximo. (Párrafos 657 al 663.)

Volúmenes.—Teoremas: Dos paralelepípedos que tengan una cara común, y las opuestas á ésta en un mismo plano y comprendidas entre dos mismas paralelas, son equivalentes.—Teorema: Dos paralelepípedos que tengan la misma base y la misma altura, son equivalentes.—Teorema: Todo paralelepípedo puede transformarse en otro rectángulo del mismo volumen, de base equivalente y de la misma altura.—Teorema: El volumen de un paralelepípedo cualquiera es igual al producto de la medida de su base por la de su altura. (Párrafos 855 al 859.)

Problema.—Por una recta trazar un plano paralelo á una recta dada. (Párrafo 548.)

PAPELETA 31.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Problemas.—Consideraciones preliminares.* — Instrumentos: Regla, escuadra, escuadra de muleta, falsa escuadra.—Reglas para el dibujo. (Párrafos 180 al 186.)

Propiedades de las figuras semejantes.—Teorema: Dos polígonos semejantes, situados en un mismo plano, pueden siempre colocarse de modo que sus lados homólogos sean paralelos.—Escolio: Orientación y nuevo enunciado del anterior teorema. (Párrafos 276 al 279.)

Medida de la circunferencia.—Relación de la circunferencia al diámetro.—Método de los perímetros.—Segundo procedimiento: $R = \frac{1}{2}$. (Párrafo 386.)

Problema.—Dado un punto en el plano de dos rectas que no pueden prolongarse, trazar por él otra recta que concurra al vértice del ángulo formado por aquéllas. (Párrafo 323.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Superficie esférica.*—Polos.—De la definición de éstos se deduce: 1.° Que todos los círculos paralelos tienen los mismos polos.—2.° Todo círculo máximo que pase por los polos de otro círculo cualquiera, tiene su plano perpendicular al de éste.—3.° La recta que pasa por los dos polos de un círculo, además de estas dos condiciones, satisface á las de ser perpendicular al plano de dicho círculo, pasar por su centro y por el de la esfera.—Teorema: Todos los puntos de una circunferencia trazada sobre la esfera, equidistan de uno cualquiera de sus polos.—Escolios: 1.° Distancia polar, radio esférico.—2.° Compás esférico. (Párrafos 663 al 666.)

Comparación de los cuerpos por su magnitud, forma y posición.—Igualdad.—Generalidades. — *Igualdad de poliedros.* — Teorema: Dos tetraedros son iguales cuando tienen iguales y dispuestos de la misma manera: 1.° Un diedro y los dos ángulos que lo forman; 2.° Una cara y los tres diedros adyacentes; 3.° Sus aristas. Teorema: Dos pirámides son iguales cuando tienen iguales un ángulo triedro formado por la base y dos caras laterales, además de serlo estos polígonos y estar dispuestos de la misma manera.—Escolio: Dos pirámides regulares son iguales, si tienen iguales bases y alturas. Teorema: Dos prismas son iguales cuando las tres caras que forman un triedro en el primero son iguales á las tres que forman otro triedro en el segundo, estando semejantemente colocadas.—Escolios: 1.° Dos prismas rectos son iguales si lo son las bases y alturas.—2.° Dos paralelepípedos rectángulos si tienen sus aristas iguales.—3.° Dos cubos.—4.° Dos troncos de prisma recto, cuando tienen iguales bases ó iguales de dos en dos y dispuestas del mismo modo las aristas laterales.—Teorema: Dos poliedros son iguales cuando se componen de igual número de tetraedros iguales é igualmente dispuestos. (Párrafos 757 al 766.)

PAPELETA 32.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Areas.*—Definiciones: áreas: figuras equivalentes: iguales y semejantes: medida de las superficies. *Determinación de las áreas.*—En las figuras rectilíneas.—Teorema: Si dos rectángulos de la misma base tienen alturas iguales, son iguales; si un rectángulo tiene la misma base que otros dos y su altura es igual á la suma de las de éstos, el primer rectángulo es igual á la suma de los segundos. — Corolarios: 1.° Dos rectángulos que tengan bases iguales, son proporcionales á sus alturas; 2.° Dos rectángulos de alturas iguales son proporcionales á sus bases; 3.° Todo rectángulo es proporcional á su base y á su altura; 4.° La relación de las áreas de dos rectángulos es igual á la relación de los productos de los números que miden sus respectivas bases y alturas.—Escolio: Dimensiones de un rectángulo.—Teorema: El área de un rectángulo es igual al producto del número que mide su base por el que mide su altura.—Corolario: Area de un cuadrado.—Teorema: Area de un paralelogramo. — Teorema: Area de un triángulo; hallar esta área en función del lado, cuando el triángulo es equilátero. (Párrafos 389 al 399.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Propiedades de los triedros.*—Teorema: Si en un triedro un ángulo diedro disminuye ó aumenta permaneciendo constantes las caras que lo forman, la tercera cara disminuye ó aumenta también.—Corolarios: 1.° Si en dos triedros dos caras del uno son respectivamente iguales á dos del otro, la tercera cara del primero será mayor ó menor que la tercera del segundo, según que el diedro opuesto á aquélla sea mayor ó menor que el opuesto á ésta; 2.° Si los diedros comprendidos por las caras iguales, fuesen iguales, las terceras caras lo serán también.—Teorema: Si dos diedros son tales que las caras del uno son iguales, respectivamente, á las del otro, también son iguales los ángulos diedros que se corresponden; es decir, los que en cada triedro se oponen á las caras que son iguales. (Párrafos 586 al 589.)

Comparación de volúmenes.—Teorema: Los volúmenes de dos prismas ó de dos pirámides, son entre sí como los productos de sus bases por sus alturas.—Teorema: Los volúmenes de dos pirámides semejantes, son proporcionales á los cubos de sus aristas homólogas.—Teorema: Los volúmenes de dos poliedros semejantes, son proporcionales á los cubos de sus aristas homólogas.—Teorema: Los volúmenes de dos conos de revolución semejantes, de dos troncos de los mismos y de dos cilindros de revolución también semejantes, son proporcionales á los cubos de sus líneas homólogas. (Párrafos 893 al 897.)

Problema.—Por un punto trazar un plano perpendicular á estas dos. (Párrafo 553.)

PAPELETA 33.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Relaciones métricas entre los elementos de un cuadrilátero inscriptible.*—Teorema: La suma de los cuadrados de los cuatro lados de un cuadrilátero, es igual á la suma de los cuadrados de sus diagonales, más el cuadrado del duplo de la recta que une los puntos medios de las mismas.—Corolario: Cuándo es paralelogramo.—Teorema: En todo cuadrilátero inscriptible en una circunferencia el producto de las diagonales es igual á la suma de los productos de los lados opuestos. (Párrafos 300 al 303.)

Problema.—Trazar una circunferencia que pase por un punto dado y sea tangente á una recta en un punto conocido. Describir una circunferencia tangente á otra circunferencia y á una recta conociendo el punto de contacto con la última. (Párrafos 214 y 217.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Volúmenes.* Teorema: El volumen de un sector esférico es igual...—Teorema: El volumen de una esfera es igual...

Areas y volúmenes.—Estudio comparativo de las áreas y volúmenes correspondientes á los cuerpos engendrados por la revolución de un círculo, y el cuadrado y triángulo equilátero circunscriptos, girando alrededor de un eje común, diámetro de dicho círculo.

Hallar las fórmulas en función del radio del círculo inscripto y deducir la igualdad de relaciones entre los volúmenes y áreas totales.

Generalizar la propiedad á poliedros cualesquiera circunscriptos á la esfera. (Párrafos 898 y 899.)

Problema.—Por un punto trazar un plano perpendicular á una recta. (Párrafo 554.)

PAPELETA 34.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Cuadriláteros.*—Teorema: El rectángulo además de las propiedades del paralelogramo, tiene iguales las diagonales.—Recíprocamente: Si las diagonales de un paralelogramo son iguales, la figura es un rectángulo.—Escolio: Propiedades de las diagonales de un cuadrado, por ser éste á la vez rectángulo y rombo. — Teorema: En todo trapecio la recta que une los puntos medios de los lados no paralelos es paralela á las bases; la parte de dicha recta, comprendida entre aquellos lados, es igual á la semisuma de éstas, y la parte comprendida entre las diagonales es igual á la semidiferencia de las mismas bases. Base media.—Igualdad de paralelogramos.—Teorema: Dos paralelogramos son iguales cuando dos lados y el ángulo comprendido en uno de ellos son iguales á los mismos elementos del otro; dos rectángulos, cuando son respectivamente iguales dos lados contiguos; dos rombos, si tienen iguales un lado y un ángulo; y dos cuadrados, si tienen igual lado. (Párrafos 87 al 92.)

Relaciones métricas entre los elementos de un triángulo.—Teorema: La suma de los cuadrados de dos lados de un triángulo es igual al duplo del cuadrado de la mediana relativa al tercer lado, más el duplo del cuadrado de la mitad de este tercer lado.—Teorema: La diferencia de los cuadrados de dos lados de un triángulo es igual al duplo del tercer lado, multiplicado por la proyección sobre él de la mediana correspondiente al mismo. (Párrafos 295 y 298.)

Problemas: Construir la media proporcional á dos rectas dadas demostrando que la media geométrica es menor que la media aritmética.—Transformar un polígono en triángulo equivalente. (Párrafos 310, 311 y 449.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Areas.*—Superficies curvas.—Consideraciones que conducen á referir el área de una superficie curva á la de una poliedral.—Teorema: El área de la superficie lateral de un cono de revolución, es igual á la mitad del producto de la circunferencia de la base por la generatriz.—Teorema: El área de la superficie lateral de un tronco de cono de revolución de bases paralelas y de primera especie, es igual al producto de la semisuma de las circunferencias de las bases por la generatriz.—Corolario: Area del tronco, en función de sección paralela á las bases y equidistante de ellas. (Párrafos 825 al 830.)

Volúmenes.—Fórmula de Simpson. (Párrafo 889.)

PAPELETA 35.ª

GEOMETRÍA PLANA.—Línea quebrada.—Definición y clasificación: Lados: Líneas quebradas cóncava y convexa: Figuras abiertas y cerradas.—Una línea poligonal convexa sólo puede ser cortada por una recta en dos puntos.—Si una recta y una quebrada tienen los extremos confundidos...—Teorema: Si dos líneas poligonales convexas tienen sus extremos confundidos envolviendo la una á la otra, la que envuelve es mayor que la envuelta. Toda línea quebrada convexa es menor que cualquiera otra quebrada que la envuelva completamente. (Párrafos 3 al 7.)

Problemas; Dividir geométricamente una recta en media y extrema razón.—Escolio: Valores de los segmentos en función de la recta.—Transformar un triángulo dado en otro equivalente y equilátero. (Párrafos 314, 315 y 417.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO. — *Areas.*—Teorema: El área de superficie lateral de un cilindro cualquiera es igual al perímetro de la sección recta por la generatriz.—Escolio: Cuando el cilindro sea de revolución, hallarla en función de la circunferencia de la base; ídem del radio de la base.—Teorema: El área de la superficie lateral de un tronco de cilindro de revolución, es igual á la circunferencia de su base multiplicada por el eje.—Areas totales del cono y tronco de cono de revolución y del cilindro de revolución. (Párrafos 830 al 833.)

Comparación de áreas.—Teorema: En dos poliedros semejantes, las áreas de sus superficies son proporcionales á los cuadrados de las líneas homólogas.—Teorema: Las áreas de las superficies laterales de dos conos de revolución semejantes, de dos troncos de los mismos y de dos cilindros de revolución, también semejantes, son proporcionales á los cuadrados de sus generatrices ó de los radios de sus bases. (Párrafos 830 al 892.)

PAPELETA 36.ª

GEOMETRÍA PLANA.—Cuerpo: Sus propiedades físicas.—Volumen.—Dimensiones.—Superficie.—Línea.—Punto.—Consideraciones.—Representación gráfica de los elementos geométricos: Figuras.—Geometría: Su objeto.—Clasificación de las líneas y superficies: Línea recta.—Propiedades.—Línea curva.—Línea quebrada y mixta.—Superficie plana.—Superficie curva.—Superficies poliedrales y mixtas.—Representación gráfica del plano.—División de la Geometría.—Propiedades de la línea recta y de la línea quebrada.—Consecuencias de la definición de la línea recta: 1.ª Entre dos puntos sólo puede existir una línea recta.—2.ª Si dos rectas tienen dos puntos comunes, coinciden en toda su extensión.—3.ª Para determinar una recta son necesarios dos puntos.—Segmento de la recta; regiones de un plano; rectas iguales y rectas desiguales; suma de dos segmentos. (Introducción y párrafos 1 al 3.)

Problemas: Dados los perímetros de dos polígonos regulares semejantes, uno inscripto y otro circunscripto á una misma circunferencia, calcular los perímetros de los polígonos de iguales condiciones y de doble número de lados.—Transformar un triángulo en otro equivalente que tenga su base en la dirección de la del dado y por vértice un punto conocido. (Párrafos 350 y 415.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Superficies regladas desarrollables.* (Párrafos 630 y 634 al 638.)

Superficie esférica.—Polos.—De la definición de éstos se deduce: 1.º Que todos los círculos paralelos tienen los mismos polos.—2.º Todo círculo máximo que pase por los polos de otro círculo cualquiera tiene su plano perpendicular al de éste.—3.º La recta que pasa por los dos polos de un círculo, además de estos dos condiciones satisface á las de ser perpendicular al plano de dicho círculo, pasar por su centro y por el de la esfera. Teorema: Todos los puntos de una circunferencia trazada sobre la esfera, equidistan de uno cualquiera de sus polos.—Escolios: 1.º Distancia polar, radio esférico.—2.º Compás esférico. (Párrafos 663 al 666.)

Problema: Por dos rectas que se cruzan, hacer pasar dos planos paralelos. (Párrafo 549.)

Trigonometría.—Texto: Gómez Pallete.

Undécima edición (1908).

PAPELETA 1.ª

Elementos que fijan la posición de un punto.—Conveniencia y necesidad de aplicar á la Geometría los procedimientos algebraicos.—Determinación de la posición de un punto en una línea con relación á otro fijo.—Justificación de los signos que deben utilizarse.—Problema. Determinar la distancia entre dos puntos, considerada su posición con relación á un tercero tomado como origen.—Principios de Descartes. (Párrafos 1 al 6.)

Fórmulas trigonométricas.—Relaciones más usuales entre las líneas trigonométricas de un mismo ángulo.—Dado el seno de un ángulo, hallar el coseno y la tangente.—Dado el coseno hallar el seno y la tangente.—Dada la tangente, hallar el seno y el coseno. (Párrafos 44 al 48.)

Problema: Resolver un triángulo conocido un lado y los ángulos adyacentes. (Párrafo 95, primer caso.)

PAPELETA 2.ª

Elementos que fijan la posición de un punto.—Comprobación de la regla de signos de Descartes, discutiendo el problema de dividir una recta en media y extrema razón. (Párrafo 6.)

Fórmulas trigonométricas.—Relaciones entre las líneas trigonométricas de dos ángulos iguales y de signos contrarios. (Párrafo 48.)

Problema: Resolver un triángulo rectángulo, del que se conocen la hipotenusa y un ángulo agudo. (Párrafo 94.)

PAPELETA 3.ª

Elementos que fijan la posición de un punto.—Posición de un punto situado en un plano.—Signos de las abscisas y ordenadas.—Fijar la posición de un punto cuyas coordenadas sean conocidas. (Párrafos 7 al 12.)

Fórmulas trigonométricas. — Angulos complementarios.—Relación entre sus líneas trigonométricas. (Párrafos 49 y 50.)

Problema: Resolver un triángulo conociendo dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos (segundo caso).—Discusión, tomando en cuenta los valores angulares.—Obtener directamente el valor del lado desconocido.—Transformar los valores obtenidos para adaptarlos al cálculo logarítmico. (Párrafos 96 y 97.)

PAPELETA 4.ª

Elementos que fijan la posición de un punto.—Posición de un punto en el espacio; ejes; planos coordenados; abscisas y ordenadas en el plano ó en el espacio.—Determinación de los signos. — Líneas quebradas que pueden seguirse, para llegar á un punto desde el origen.—Fijar la posición de un punto cuando se conocen las coordenadas. (Párrafos 12 al 17.)

Fórmulas trigonométricas. — Problema. Dados los senos y cosenos de dos ángulos, determinar el seno y coseno de su suma ó diferencia. (Párrafo 51.)

Problema: Resolver un triángulo, conociendo dos lados y el ángulo comprendido. (Párrafos 98 y 99.)

PAPELETA 5.ª

Elementos que fijan la posición de una recta.—Posición de una recta en un plano. — Angulos positivos y negativos.—Discusión del ángulo formado por dos rectas. (Párrafos 17 al 21.)

Fórmulas trigonométricas. — Problema. Dado el seno y coseno de un ángulo, determinar el seno y coseno del ángulo doble y triple y las tangentes de $a \pm b$ y de $2a$. (Párrafos 52 al 56.)

Problema: Resolver un triángulo rectángulo conociendo la hipotenusa y un cateto. (Párrafo 94, caso segundo.)

PAPELETA 6.ª

Líneas trigonométricas.—Su necesidad. Definición de las líneas trigonométricas. (Párrafos 21 al 25.)

Fórmulas trigonométricas.—Relaciones entre las líneas trigonométricas de dos ángulos suplementarios.—Idem íd. de los ángulos que se diferencian en π.—Alteración de los valores de las líneas trigonométricas de un ángulo, cuando se le agrega un número par ó impar de semicircunferencias. — Determinar las líneas trigonométricas de un ángulo en función de las de otro menor de 90°.—Aplicación al ángulo de 1.726°.—Caso en que el ángulo sea negativo y aplicación al ángulo $\alpha = -1385°$. (Párrafos 56 al 59.)

Problema: Resolver un triángulo cuando se conoce un cateto y un ángulo agudo. (Párrafo 94, caso tercero.)

PAPELETA 7.ª

Líneas trigonométricas.—Estudio de los valores y signos de las líneas trigonométricas, cuando el ángulo varía desde cero á cuatro rectos; y agregando un número cualquiera de circunferencias.—Límite de los valores de las líneas trigonométricas.—Obtención de los valores absolutos de las líneas trigonométricas de un ángulo mayor de 90°, en relación con las de otro menor que un recto. (Párrafos 25 al 29.)

Fórmulas trigonométricas.—Transformar en producto la suma y diferencia de los senos y cosenos de dos ángulos.—Demostrar que la suma de los senos de dos ángulos, es á su diferencia, como la tangente de la semisuma de estos ángulos es á la de la semidiferencia. (Párrafos 59 y 60.)

Problema: Resolver un triángulo rectángulo, conociendo sus dos catetos. (Párrafo 94, caso cuarto.)

PAPELETA 8.ª

Líneas trigonométricas.—Dado el seno de un ángulo, determinar éste.—Dado el coseno, determinar el ángulo correspondiente. (Párrafos 29 y 30.)

Problema: Resolver un triángulo conociendo dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos.—Discusión.—Obtener directamente el valor del lado desconocido.—Transformar los valores obtenidos para adaptarlos al cálculo logarítmico. (Párrafos 96 y 97.)

PAPELETA 9.ª

Proyecciones de las líneas rectas.—Proyección de un punto sobre una recta.—Idem de una recta sobre un eje.—Idem sobre tres ejes coordenados.—Suma algebraica de las proyecciones de una línea quebrada sobre un eje. (Párrafos 31 al 35.)

Fórmulas trigonométricas.—Problema 1.°: Dado el coseno de un ángulo, determinar el seno y coseno de su mitad. (Párrafo 63.)

Problema: Resolver un triángulo conociendo los tres lados.—Discusión. (Párrafos 100 al 104.)

PAPELETA 10.ª

Proyecciones de líneas rectas.—Proyección de una recta situada en el plano de dos ejes coordenados.—Valor de la proyección de una recta sobre otra en función de la magnitud de la primera y del ángulo formado con la segunda.—Medida del ángulo que forman dos rectas que se cruzan en el espacio y generalización de la fórmula anterior. (Párrafos 35 y 36.)

Fórmulas trigonométricas.—Problema 1.°: Dado el coseno de un ángulo, determinar el seno y coseno de su mitad. (Párrafo 63.)

Problema: Hallar el área de un triángulo, conociendo dos lados y el ángulo comprendido. (Párrafo 104, caso primero.)

PAPELETA 11.ª

Proyecciones de las líneas rectas.—Hallar la distancia entre dos puntos dados por sus coordenadas rectangulares.—Idem si los dos puntos están colocados en uno de los planos de dos ejes.—Idem en el caso de que uno de los puntos coincida con el origen. (Párrafo 37.)

Tablas trigonométricas.—Descripción de las tablas trigonométricas de Schrön. Uso de estas tablas cuando los ángulos ó las líneas están expresados en ellas. (Párrafos 73 al 78.)

Problema: Hallar el área de un triángulo cuando se conocen dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos. (Párrafo 104, caso tercero.)

PAPELETA 12.ª

Proyecciones de las líneas rectas.—Valor de la suma de los cuadrados de los cosenos de los ángulos que una recta forma con tres ejes rectangulares.—Valor de la proyección ortogonal sobre un eje de la recta que una los extremos de una quebrada. (Párrafos 38 y 39.)

Tablas trigonométricas.—Problema directo del manejo de las tablas para ángulos mayores de 3° y menores de 87°. (Párrafos 78 y 79.)

Problema: Hallar el área de un triángulo cuando se conozcan dos ángulos y un lado. (Párrafo 104, caso segundo.)

PAPELETA 13.ª

Proyecciones de líneas rectas.—Problema 1.°: Dadas las coordenadas de un punto con relación á tres ejes cualesquiera, determinar la abscisa ortogonal del mismo punto con respecto á una recta que, pasando por el origen, forme con los ejes ángulos conocidos. (Párrafo 40.)

Tablas trigonométricas.—Problema inverso del manejo de las tablas para ángulos mayores de 3° y menores de 87°. (Párrafos 80 al 83.)

Problema: Hallar el área de un triángulo cuando se conocen los tres lados. (Párrafo 104, caso cuarto.)

PAPELETA 14.ª

Proyecciones de las líneas rectas.—Problema 2.°: Determinar el ángulo de dos rectas, conocidos los que forman con tres ejes coordenados rectangulares.—Caso en que las rectas estén situadas en el plano de los ejes ó paralelo á él.—Caso en que las rectas sean perpendiculares entre sí. (Párrafos 41 al 44.)

Relaciones entre los elementos de un triángulo rectilíneo.—Demostrar á qué es igual el cuadrado de un lado.—Idem que los senos de dos ángulos son proporcionales á los lados opuestos. (Párrafos 83 al 87.)

Problema: Resolver un triángulo conociendo un lado y dos ángulos. (Párrafo 95.)

PAPELETA 15.ª

Líneas trigonométricas.—Valores de las líneas trigonométricas cuando el ángulo *a* crece de cero grados á cuatro rectos y cuando se le aumenta un número cualquiera de circunferencias. (Párrafos 25 al 27.)

Relaciones entre los elementos de un triángulo rectilíneo.—Demostrar que la suma de dos lados es á su diferencia como la tangente de la semisuma de los ángulos opuestos es á la de la semidiferencia.—Demostración analítica de que el conocimiento de los tres ángulos no determina el triángulo. (Párrafos 87 y 88.)

Problema: Resolver un triángulo rectángulo del que se conocen la hipotenusa y un ángulo agudo. (Párrafo 94, caso primero.)

PAPELETA 16.ª

Elementos que fijan la posición de un punto.—Aplicar la regla de signos de Descartes al problema de dividir una recta en media y extrema razón, discutiendo las distintas hipótesis que pueden hacerse. (Párrafo 6.°)

Relaciones entre los elementos de un triángulo rectilíneo.—Demostrar que en un triángulo rectángulo, un cateto es igual á la hipotenusa multiplicada por el coseno del ángulo adyacente ó por el seno del opuesto.—Idem que un cateto es igual á otro, multiplicado por la tangente del ángulo opuesto al primero. (Párrafo 89.)

Problema: Resolver un triángulo conociendo los dos lados y el ángulo comprendido. (Párrafos 98 y 99.)

PAPELETA 17.ª

Relaciones entre los elementos de un triángulo rectilíneo.—Transformar en producto la suma ó diferencia de dos cantidades positivas.—Transformar en monomio un binomio de la forma $A \cos a \pm B \operatorname{sen} a$. (Párrafos 90 al 94.)

Problema: Resolver los cuatro casos del triángulo rectángulo. (Párrafo 94.)

Excmo. Sr.: Para determinar de un modo concreto las relaciones del Alto Comisario de nuestra zona de acción en Marruecos con los Comandantes generales de Ceuta, Melilla y Larache, así como las atribuciones de aquel funcionario desde el punto de vista militar, y teniendo en cuenta la unidad de mando que establece el Real decreto de 27 de Febrero último, las Instrucciones para su cumplimiento, de igual fecha, y el estado de derecho que el funcionamiento de la acción española de aquella zona ha venido á adquirir con la ratificación, por ley de 2 del mes actual, del convenio hispano-francés de 27 de Noviembre último,

El Rey (q. D. g.), de acuerdo con el Consejo de Ministros, se ha servido disponer lo siguiente:

Artículo 1.° La organización militar de nuestras fuerzas en Marruecos está basada en la división regional, para que así pueda ejercerse una acción eficaz é inmediata en un país donde los medios de comunicación son muy difíciles ó apenas existen.

En su consecuencia, y con el objeto de asegurar en cada territorio la unidad de acción y de dirección, con arreglo á las Instrucciones del Alto Comisario, preciso es que conserven los Comandantes generales de ellos la autonomía necesaria para la mejor ejecución y cumplimiento de las funciones que les están asignadas, las cuales son en primer término asegurar en el territorio de su mando el orden interior y el regular y provechoso funcionamento de todos los servicios.

Art. 2.° El Alto Comisario tendrá desde el punto de vista militar, el carácter de Inspector general de todas las fuerzas de la zona española y determinará en líneas generales la política que haya de observarse, de acuerdo con las instrucciones del Gobierno, quedando á cargo de los Comandantes generales respectivos la manera de desarrollarla en la forma que estimen conveniente, teniendo en cuenta las peculiares condiciones de los habitantes de cada comarca, que nadie mejor que la Autoridad inmediata puede apreciar.

Art. 3.° Para auxiliar al Alto Comisario en el desempeño de la misión militar que se le confía, tendrá á sus órdenes un Gabinete militar con el personal estrictamente necesario.

Art. 4.° Corresponderá al Alto Comisario marcar la orientación general que deba seguirse para que nuestra influencia vaya extendiéndose progresivamente, sin perder de vista que las particularidades bien informantes de los varios territorios en que está dividida la zona que tenemos asignada, exigirán en cada una procedimientos distintos, según las noticias ó informes que respecto del particular le comuniquen los Comandantes generales respectivos.

Art. 5.° Se tenderá á que sean adquiridos en el país los artículos de consumo que éste pueda facilitar para la tropa y los de pienso para el ganado, utilizando así uno de los medios más eficaces de beneficiar á la población indígena con nuestra presencia, asociando sus intereses á los nuestros.

Art. 6.° Los Comandantes generales disponen de todas las tropas y servicios que estén bajo su mando, distribuyéndolas en la forma que estimen conveniente, y continuarán con las mismas atribuciones que hoy tienen, si bien habrán de atenerse, por lo que se refiere á la política general que haya de seguirse, á las instrucciones que reciban del Alto Comisario.

Art. 7.° Todo lo concerniente á construcciones, instalación de servicios, abastecimientos y compra de terrenos para fines militares en su territorio, dependerá de su aprobación como asunto de su exclusiva competencia, en forma igual á la hoy establecida, salvo determinación especial del Gobierno y con arreglo siempre á la orientación general marcada por el Alto Comisario.

Art. 8.° Tendrán la iniciativa de todas las operaciones de policía que deban llevarse á cabo en sus territorios, dando conocimiento de ellas al Gobierno y al Alto Comisario cuando la importancia del caso lo requiera, pero no ejecutarán, sin previa autorización del Gobierno ni sin conocimiento del Alto Comisario, aquellas que afecten ó puedan afectar á la política general.

Art. 9.° Darán conocimiento al Alto Comisario de cuanto afecte á la marcha de la política en su respectivo territorio, informándole minuciosamente de la actitud de las cabilas y de las relaciones que con ellas mantengan.

Art. 10. Se entenderán directamente con este Ministerio, como en la actualidad, dando conocimiento al Alto Comisario de todo lo que se relacione con las medidas políticomilitares que adopten á consecuencia de las instrucciones que dicho funcionario les hubiese dado ó de las que reciban directamente del Ministerio de la Guerra.

Art. 11. El despacho de los asuntos locales militares concernientes á cada una de las tres zonas de Ceuta, Melilla y Larache, corresponderá exclusivamente á los Comandantes generales, que para ello se entenderán directamente con el Ministerio de la Guerra, y cuando se ausenten del territorio á consecuencia de autorización concedida por el Ministro de la Guerra, lo comunicarán al Alto Comisario para su conocimiento.

De Real orden lo digo á V. E. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. E. muchos años. Madrid, 24 de Abril de 1913.

LUQUE.

Señor ...

MINISTERIO DE HACIENDA

REAL ORDEN

Ilmo. Sr.: La Real orden de 14 de Junio de 1907 ordenó suspender las operaciones preparatorias y subastas anunciadas para la venta de montes y terrenos del Estado ó de los Ayuntamientos, bienes abandonados, baldíos ó incultos y demás bienes de los pueblos ó de las provincias.

Dicha Real orden fué en parte derogada en lo que se refiere á los montes de la propiedad del Estado por otra de 21 de Noviembre de 1903, que limitó los efectos de la suspensión acordada á los montes que arrojaran una extensión superficial superior á 30 hectáreas.

Más tarde, y vista la relación de los montes del Estado que la Junta de Colonización consideró que no reunían condiciones para el establecimiento de las colonias reguladas por la ley de 30 Agosto de 1907, dispuso la Real orden de 12 de Marzo de 1910 la enajenación de esos montes, viniendo en definitiva á quedar subsistente la suspensión decretada por la Real orden de 14 de Junio de 1907, sólo en cuanto á 14 montes del Estado, únicos que la Junta de Colonización aceptó á los fines de su institución.

Por lo que afecta á los bienes de los pueblos, debe tenerse presente que la ley llamada de Colonización Interior alcanzó únicamente con carácter potestativo á los montes de los pueblos, y reconoció el derecho de los Ayuntamientos á enajenarlos con determinadas condiciones dentro de esa Ley, pero sin excluir su enajenación por otros procedimientos; precisamente uno y otro día acuden las Corporaciones municipales al Poder Central, pidiendo autorización para enajenarlos al amparo del artículo 15 del Real decreto de 15 de Noviembre de 1909, sobre descentralización administrativa.

Resultan, por tanto, limitados en gran parte, cuando no anulados en derecho, los efectos de la Real orden de 14 de Junio de 1907, y como la experiencia ha demostrado que las prescripciones de la misma, al propio tiempo que han disminuído los ingresos del Estado al dejar de percibir éste las participaciones que del producto de las ventas de dichos bienes le corresponden, no han producido beneficio alguno para los pueblos.

S. M. el Rey (q. D. g.), se ha servido resolver:

1.° Que queden derogadas las disposiciones de la Real orden de 14 de Junio de 1907.

2.° Que como consecuencia de ello se levante la suspensión acordada por dicha Real orden y se proceda á tramitar los expedientes relativos á las enajenaciones de los bienes á que tal Real orden se refiere.

3.° Que lo dispuesto en el anterior número, no es de aplicación á los montes del Estado que la Junta de Colonización ha declarado aptos para los fines de su institución, y á los de los pueblos que se hayan sometido á los preceptos de la ley de 30 de Agosto de 1907, ó que se sometan en lo sucesivo. Cuando este último caso ocurra, se suspenderá inmediatamente la tramitación del expediente de venta de la finca de que se trate.

De Real orden lo digo á V. I. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 12 de Abril de 1913.

SUAREZ INCLAN.

Señor Director general de Propiedades é Impuestos.

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA Y BELLAS ARTES

REALES ÓRDENES

Ilmo. Sr.: Resuelto por Real orden de 11 de Febrero próximo pasado, que todas las vacantes que ocurran en la Sección tercera del Escalafón, se provean con los Profesores más antiguos de igual asignatura en los Institutos de capital de Distrito universitario, y habiendo ocurrido una de éstas por fallecimiento de D. Julián Saracala y Urobiaga que la desempeñaba,

S. M. el Rey (q. D. g.) ha tenido á bien disponer pase á figurar en la Sección tercera del Escalafón, el Profesor numerario de Dibujo del Instituto general y técnico de Valencia, D. Eduardo Arévalo y Carbó, por ser el que reúne las condiciones exigidas en la expresada Real orden designándole el número que por su antigüedad le corresponda y expidiéndole el procedente nombramiento en la forma reglamentaria.

De Real orden lo digo á V. I. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 16 de Abril de 1913.

LOPEZ MUÑOZ.

Señor Subsecretario de este Ministerio.

Ilmo. Sr.: Vistas las consultas elevadas á este Ministerio sobre la forma en que por virtud de lo dispuesto en el artículo 13 de la ley de Presupuestos vigente habrá de verificarse el pago de los derechos á que se refiere el artículo 15 del Real decreto de 20 de Julio de 1900,

S. M. el Rey (q. D. g.) ha tenido á bien disponer que los alumnos de Gimnasia, Caligrafía y Dibujo abonen la mitad de los derechos que menciona dicho artículo 15 del Real decreto de 20 de Julio de 1900 en papel de pagos al Estado, y la otra mitad en metálico, debiendo destinarse ésta á satisfacer exclusivamente las mejoras del material de aquellas enseñanzas.

De Real orden lo digo á V. I. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 14 de Abril de 1913.

LOPEZ MUÑOZ.

Señor Subsecretario de este Ministerio.

Ilmo. Sr.: S. M. el Rey (q. D. g.) ha tenido á bien confirmar en el cargo de Profesor numerario de Dibujo del Instituto general y técnico, de Valencia, á don Eduardo Arévalo y Carbó, con el haber anual de 5.500 pesetas, como comprendido en la séptima categoría del Escalafón por Real orden de esta fecha con el número 288 sextuplicado provisional.

De Real orden lo digo á V. I. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 16 de Abril de 1913.

LOPEZ MUÑOZ.

Señor Subsecretario de este Ministerio.

ADMINISTRACIÓN CENTRAL

CONSEJO DE ESTADO

Secretaría.

En el Cuestionario publicado en la Gaceta del 22 de Abril para las oposiciones á tres plazas de Oficiales letrados, se han observado las siguientes erratas importantes:

Tema 9.° El último epígrafe debe pasar al final del tema 8.°

Tema 105.—Debe decir el último epígrafe «Disposiciones administrativas referentes á plagas del campo, etc.»

Tema 175.—Las dos últimas preguntas forman una sola.

Tema 260.—Donde dice interdicción, léase intervención.

Tema 379.—Deben añadirse al final las palabras «acerca de su alcance».

Tema 414.—Las dos últimas preguntas forman una sola.

Tema 534.—Donde dice « ... impuestos, Derechos reales, etc.», debe decir « ... impuestos de Derechos reales».

Tema 567.—Las dos últimas preguntas forman una sola.

Tema 579.—Dice «Las funciones», debe decir «Los funcionarios».

Tema 598.—La palabra «Tribunales» sustitúyase por «principales».

Lo que se rectifica á los efectos oportunos.

Madrid, 24 de Abril de 1913.—El Secretario general, Francisco Martínez Fresneda.

MINISTERIO DE HACIENDA

Junta clasificadora de las obligaciones procedentes de Ultramar.

SECRETARÍA

Esta Junta, en sesión de 10 del corriente, ha tomado los siguientes acuerdos:

1.° Rectificar el segundo apellido del acreedor número 87 de la relación 8.122, publicada en la Gaceta de 12 de Julio de 1912, cuyo resguardo fué expedido por la Ordenación de Pagos de Guerra á nombre de Longinos Martínez Puerto, y debe ser Longinos Martínez Puente.

2.° Anular por extravío los resguardos números 63.234, 74 666 y 74.804, expedidos por las sumas de 87,25, 117,75 y 550 pesetas á nombre de Ignacio Cano Martín, José Cordán García y Pedro Lafont Mata, acreedores números 10 de la relación 7.392, 45 de 7... y 8 de la 7.671, debiendo expedirse nuevos resguardos por igual cantidad y á nombre de los mismos interesados.

3.° Anular los resguardos 89.433, 86.714 y 86.831, importantes 170, 447,60 y 472 02 pesetas, expedidos á nombre de José Portolés Fúster, Pedro Varicat Nofre y Jaime Nono Vila, acreedores números 43 de la relación 7.692, publicada en 27 de Junio de 1912, y 53 y 170 de la relación 7.939, publicada en 18 de Junio de 1912, debiendo expedirse nuevos resguardos á nombre de los mismos interesados por las sumas de 171, 447,50 y 472 pesetas, respectivamente, verdaderos alcances de los causantes.

4.° Anular, por hallarse inservible, el resguardo número 99.638, expedido á favor de Raimundo Herrero Mario, número 22 de la relación 8 050, publicada en la Gaceta de 4 de Julio de 1912, por la suma de 149,75 pesetas, debiendo expedirse otro nuevo por igual cantidad y á nombre del mismo acreedor.

5.° Anular la clasificación del crédito número 37 de la relación 8.460, publicado en la Gaceta de 19 de Noviembre último á nombre de D. Manuel María López Méndez, y que se dé de baja definitiva en la expresada relación.

Lo que se publica en la Gaceta á los efectos oportunos.

Madrid, 23 de Abril de 1913.—El Secretario, Ricardo Cisneros.—V.° B.°: El Presidente, Pérez Oliva.

MINISTERIO DE LA GOBERNACIÓN

Dirección General de Correos y Telégrafos.

Instruyéndose en esta Dirección General, por delegación del Tribunal de Cuentas del Reino, expediente administrativo de reintegro de 50 pesetas, abonadas por el Estado como indemnización de un certificado, por el presente se llama, cita y emplaza á D. Claudio López de Neira ó á sus herederos, caso de haber fallecido, para que dentro del plazo de diez días, á contar desde la publicación de este edicto en la Gaceta de Madrid y en el *Boletín Oficial* de la provincia de Lugo, comparezca por sí ó por medio de representante en forma, en la Abogacía del Estado, de esta Dirección General, á recoger y contestar el pliego de cargos que le resultan en dicho expediente, en la inteligencia de que, transcurrido el plazo indicado sin verificarlo, se le declarará en rebeldía, parándole el perjuicio que haya lugar.

Madrid, 21 de Abril de 1913.—El Director general, Sagasta.

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA Y BELLAS ARTES

Subsecretaría.

Hallándose vacante en la Facultad de Medicina de esa Universidad, la Cátedra de Medicina legal y Toxicología;

S. M. el Rey (q. D. g.) ha resuelto que su provisión se anuncie al turno de concurso de traslación entre Catedráticos numerarios que le corresponde, á tenor de lo preceptuado en el Real decreto de 30 de Diciembre de 1912.

De Real orden, comunicada por el señor Ministro, lo digo á V. S. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. S. muchos años. Madrid, 16 de Abril de 1913.—El Subsecretario, A. Mendoza.

Señor Rector de la Universidad de Granada.

Se halla vacante en la Facultad de Medicina de la Universidad de Granada, la Cátedra de Medicina legal y Toxicología, la cual ha de proveerse por traslación, conforme á lo dispuesto en el Real decreto de 30 de Diciembre de 1912 y Real orden de esta fecha.

Los Catedráticos numerarios de Universidad, Auxiliares que tengan reconocido derecho al amparo del Real decreto de 26 de Agosto de 1910, y todos aquellos que reunan las condiciones que determina el Real decreto de 10 de Septiembre de 1911 que deseen ser trasladados á la misma, podrán solicitarla en el plazo improrrogable de veinte días, á contar desde la publicación de este anuncio en la Gaceta de Madrid.

Sólo pueden aspirar á dicha Cátedra los Profesores que desempeñen ó hayan desempeñado en propiedad otra de igual asignatura, y los Auxiliares arriba mencionados que tengan el título científico que exige la vacante y el profesional que les corresponda.

Se elevarán las solicitudes, acompañadas de la hoja de servicios, á esta Subsecretaría, por conducto y con informe del Jefe del Establecimiento en que sirvan.

Este anuncio se publicará en los *Boletines Oficiales* de las provincias, y por medio de edictos en todos los Establecimientos públicos de enseñanza de la Nación, lo cual se advierte para que las Autoridades respectivas dispongan que así se verifique desde luego, sin más aviso que el presente.

Madrid, 16 de Abril de 1913.—El Subsecretario, A. Mendoza.

MADRID.—Est. Tip. "Sucesores de Rivadeneyra".—Paseo de San Vicente, núm. 20.