

## PUNTOS DE SUSCRICION

MADRID: En la Administración de la GACETA, Ministerio de la Gobernación, piso entresuelo.

PROVINCIA: En las Depositarias-Pagadoras de Hacienda, ó directamente por carta al Jefe de la Sección, acompañando valores de fácil cobro.

LOS ANUNCIOS Y TODA CLASE DE ENCLAVACIONES se reciben en dicha Administración de la GACETA DE MADRID, de doce á cuatro de la tarde, todos los días, menos los festivos.

En la misma oficina se hallan de venta ejemplares de esta publicación oficial.



## PRECIOS DE SUSCRICION

MADRID.....	Por un mes....	Pesetas.. 5
PROVINCIAS, INCLUIDO LAS ISLAS )	Por tres meses.....	20
BALBAES Y CANARIAS.....	Por tres meses.....	30
ULTRAMAR.....	Por tres meses.....	40
EXTRANJERO.....	Por tres meses.....	45

El pago de las suscripciones será adelantado, no admitiéndose sellos de correos para realizarlo.

## Importante!

Se advierte á los señores suscritores no realicen el pago de cualquiera recibo de este periódico oficial sin fijar la atención en su legitimidad, comparándolo con los de meses anteriores.

## GACETA DE MADRID

## PARTE OFICIAL

## PRESIDENCIA DEL CONSEJO DE MINISTROS

SS. MM. el REY, la REINA Regente (Q. D. G.) y Augusta Real Familia continúan en esta Corte sin novedad en su importante salud.

## ADMINISTRACIÓN CENTRAL

## MINISTERIO DE MARINA

## Depósito hidrográfico.

## AVISO A LOS NAVEGANTES

NÚMERO 29—21 FEBRERO 1893.

En cuanto se reciba á bordo este aviso, deberán corregirse los planos, cartas y derroteros correspondientes.

Las demoras son verdaderas, y las relativas á la visibilidad de las luces están dadas desde el mar.

## COREA

## Costa W.

ROCA ANEGADA AL SE. DEL ISLOTE WARREN, PROXIMIDADES DE TCHERMULPO

(Notice to Mariners, núm. 545, Tokio, 1892.)

Núm. 153, 1893.—El comandante del buque de guerra japonés *Tenriu* descubrió el 8 de Octubre próximo pasado al SE. del islote Warren una roca que queda en baja mar con un metro de agua y que ha sido situada á 2 cables al WSW. del arrecife que indican las cartas á 3 cables al ESE. de la isla Warren.

Posición aproximada: 37° 8' 45" N., 132° 33' 24" E.

Carta núm. 617 A. de la sección VI.

## OCÉANO PACÍFICO DEL SUR

## Perú.

BAJO AL WSW. DE LAMBAYEQUE

(A. a. N., núm. 23/143. Paris, 1893.)

Núm. 154, 1893.—El capitán del *Tropique*, de la Compañía marítima del Pacífico, comunica haber pasado el día 8 del mes de Diciembre próximo pasado sobre un bajo de 6 metros de agua situado en 6° 46' 30" S., 73° 47' 56" W., á unas 4 millas al WSW. de la ciudad de Lambayeque.

Carta núm. 46 de la sección VII.

## ISLAS BRITÁNICAS

## Inglaterra (Costa SE.)

BOYA LUMINOSA EN LA RADA DE LAS DUNAS

(Notice to Mariners, núm. 8. Trinity House. London, 1893.)

Núm. 155, 1893.—Una boya plana sin mira pintada á fajas verticales negras y blancas, y que muestra de noche una luz intermitente (de gas), ha reemplazado la boya Elbow en la rada de las Dunas.

Cuaderno de faros núm. 84 B. de 1887.

## MAR NEGRO

## Rusia.

NOTICIAS SOBRE LA ROCA SPITFIRE

(Notice to Mariners, núm. 52. London, 1893.)

Núm. 156, 1893.—Según informa el *Board of Trade* sobre la roca Spitfire, situada en la proximidad S. del estrecho de Kertch hay 5,2 metros de agua en lugar de 7,3 metros.

Posición aproximada: 45° 1' 20" N., 42° 49' 49" E.

Carta núm. 101 de la sección III.

## OCÉANO ATLÁNTICO DEL NORTE

## Estados Unidos.

LUCES DE ENFILACIÓN EN LA ENTRADA DE FERNANDINA (FLORIDA)

(Notice to Mariners, núm. 5. Light-House Board.

Washington, 1893.)

Núm. 157, 1893.—Desde el 14 del presente mes han quedado establecidas las siguientes luces de enfilación, que sirven de guía en la entrada del puerto Fernandina.

*Enfilación de la isla Amelia.*—Dos luces fijas blancas (linternas tubulares), visibles en todo el horizonte y que iluminan sobre dos armazones de madera situadas en la parte NE. de la isla Amelia, de las cuales la luz anterior está á 4,9 metros de elevación en una armazón pintada de negro situada cerca de la costa y la posterior se encuentra elevada 9,1 metros emplazada sobre una armazón pintada de blanco, situada á 490 metros al S. 82° W. de la luz anterior.

Posición aproximada de la luz anterior: 32° 42' 10" N., 75° 13' 49" W.

Posición aproximada de la luz posterior: 32° 42' 9" N., 75° 14' 7" W.

*Enfilación N. de Tiger Island.*—Dos luces fijas blancas (linternas tubulares), visible en todo el horizonte y que iluminan sobre dos armazones de madera pintados de blanco, situados en la parte NE. de Tiger Island: la luz anterior está elevada 3,7 metros á 45 metros de la costa; la luz posterior se encuentra elevada 9 metros, á 400 al N. 87° W. de la luz anterior.

Posición aproximada de la luz anterior: 30° 42' 38" N., 75° 16' 31" W.

Posición aproximada de la luz posterior: 30° 42' 39" N., 75° 16' 46" W.

*Enfilación S. de Tiger Island.*—Dos luces fijas rojas (linternas tubulares), visibles en todo el horizonte establecidas en dos armazones de madera pintados de blanco, situados en la parte SE. de la isla Tigre; la luz anterior está elevada 3,3 metros, á 30 metros de la costa, y la luz posterior tiene 5,5 metros de elevación situada á 122 metros al S. 20° W. de la luz anterior.

Posición aproximada de la luz anterior: 30° 41' 37" N., 75° 15' 41" W.

Posición aproximada de la luz posterior: 30° 41' 34" N., 75° 15' 42" W.

Las alturas están relacionadas al nivel medio del mar.

Cuaderno de faros núm. 85 de 1888.

El Director, LUIS PASTOR Y LANDERO.

## MINISTERIO DE FOMENTO

## PROGRAMAS

de las asignaturas de ingreso

en la

## ESCUELA SUPERIOR DE ARQUITECTURA

## Programa de Aritmética.

Nociones preliminares.

## LECCIÓN PRIMERA.

Objeto de las Matemáticas.—Cantidad en general.—Cantidad matemática.—Clasificación ó división de las Matemáticas.

Objeto de la Aritmética.—Unidad: condiciones que debe reunir.—Número entero, abstracto, concreto.—Teoría general de la numeración hablada.—Principio convencional; base de un sistema; diferentes sistemas que pueden imaginarse; aplicación al llamado decimal.—Numeración escrita: números enteros; valores absoluto y relativo de las cifras.—Números quebrados propiamente tales y números mixtos; su numeración verbal y escrita.—Ejercicios de escritura y lectura de toda clase de números.—Operaciones de composición y descomposición con los números.

## LECCIÓN 2.ª

Adición de números abstractos.—Locuciones que denotan adición de datos.—Resultado: modo de ejecutarla en diferentes casos.—Alteraciones del resultado cuando varían los datos. Sustracción.—Locuciones que denotan sustracción.—Datos y

resultado.—Modo de hacer la sustracción en diferentes casos.—Origen de las cantidades llamadas sustractivas ó negativas.—Signo que las caracteriza: interpretación del significado de este signo.—Alteraciones de los resultados cuando varían los datos.

Pruebas de una operación.—Pruebas de la adición y sustracción.—Adición y sustracción de números concretos.—Condición general para efectuarlas.—Ejemplos.

## LECCIÓN 3.ª

Multiplicación de números abstractos: definición general: locuciones que denotan multiplicación.—Datos.—Resultado.—Casos varios en la multiplicación.—Tabla pitagórica.—Resolución en los varios casos de la multiplicación.—Número de cifras que ha de contener el producto de dos factores.—Producto de varios factores.—Abreviaciones cuando uno ó ambos factores terminan en ceros.—Alteraciones del producto cuando varían alguno ó algunos factores.—Caso en que uno de los factores se reduce á cero ó á la unidad.

Multiplicación de números concretos.—Ejemplos.

## LECCIÓN 4.ª

División de números abstractos.—Definición general.—Datos.—Resultados: locuciones que conducen á una división.—Casos que pueden ocurrir en la división de números enteros respecto al número de cifras de cada uno de los datos y de las que haya de contener el cociente.—Modo de efectuar la división en todos los casos.—Divisiones exacta é inexacta.—Cocientes incompleto y completo en la división inexacta.—Alteraciones del cociente cuando varían dividiendo ó divisor ó ambos.—Caso en que el divisor se reduce á la unidad.—Caso particular cuando dividiendo y divisor son iguales.—Abreviaciones cuando dividiendo ó divisor terminan en uno ó más ceros.—División de números enteros concretos.—Ejemplos.—Pruebas de la multiplicación y división.

## LECCIÓN 5.ª

Potencias y raíces de los números en general.—Formación de las potencias de los números enteros.—Extracción de la raíz cuadrada de los números enteros.—Cantidades incommensurables: qué se entiende por valor aproximado de un número por defecto ó por exceso y qué por error.—Límite de los errores en la extracción de la raíz cuadrada.

## LECCIÓN 6.ª

Extracción de la raíz cúbica de los números enteros exacta ó aproximadamente.

## LECCIÓN 7.ª

Divisibilidad de los números enteros.—Teoremas en que se funda la divisibilidad de un número por otro.—Procedimiento general para averiguar los caracteres de divisibilidad por un número.—Aplicación á los números 2, 3, 5, 7 y 11.—Números primos absolutos.—Números primos entre sí.—Formación de una tabla de números primos absolutos (Criba de Eratóstenes).—Caracteres para reconocer que un número es primo.

## LECCIÓN 8.ª

Factores simples y compuestos de los números enteros: investigación de los Factores simples y formación de los compuestos.—Mínimo común múltiplo.—Teoría general.—Investigación del mínimo común múltiplo de dos ó más números.—Máximo común divisor de dos ó más números.—Teoría general.—Investigación del máximo común divisor de dos ó más números por divisiones sucesivas.—Idem por la descomposición de los números dados en factores simples.

## LECCIÓN 9.ª

De las fracciones en general.—Su origen.—Fracciones propiamente tales.—Términos de la fracción.—Cuál es la unidad de una fracción propia.—Fracciones llamadas impropias.—Números fraccionarios.—Alteraciones del valor de una fracción cuando se alteran uno ó ambos de sus términos por adición, sustracción, multiplicación ó división por una misma cantidad.—Números mixtos.—Reducción de números mixtos á forma fraccionaria.—Extracción de la parte entera de un número fraccionario.—Transformación de un número fraccionario cualquiera en otro cuyo denominador sea dado.—Casos en que esta transformación dará valor exacto ó aproximado.

## LECCIÓN 10.ª

Simplificación de quebrados: Principio en que se funda.—Cuándo, quebrados ó números fraccionarios referidos á unidades abstractas, se dice que son homogéneos.—Reducción de quebrados á un común denominador: principio en que se funda.

Adición, sustracción, multiplicación y división de quebrados: reducción de quebrados de quebrados á un solo quebrado. Las mismas operaciones con números mixtos.

LECCIÓN 11.<sup>a</sup>

Formación de potencias y extracción de las raíces cuadrada y cúbica de los números fraccionarios en general.—Casos en que los denominadores no son cuadrados ni cubos perfectos.

LECCIÓN 12.<sup>a</sup>

Fraciones decimales.—Modo especial de escribirlas y leerlas.—Caso en que el número dado tiene enteros.—Modo de considerar las fracciones decimales formando parte del sistema general de la numeración verbal y escrita.—Alteraciones del valor de una fracción decimal cuando se añaden ó quitan ceros á la derecha de la última cifra significativa, ó cuando se interponen entre la coma y la primera cifra de la fracción decimal, y cuando dicha coma se corre á derecha ó izquierda.—Escritura de una fracción decimal en forma de quebrado ordinario.—Transformación de un número fraccionario en decimal.—Casos que pueden presentarse: fracción decimal exacta, inexacta, periódica ó mixta.—Modo de reconocerlo de antemano.—Dada una fracción decimal, hallar la fracción ordinaria que la ha dado origen ó sea su fracción generatriz.—Operaciones de adición, sustracción, multiplicación, potencias y raíces de las fracciones decimales.—Extracción aproximada de las raíces cuadradas y cúbicas con un error menor que una unidad decimal determinada.

LECCIÓN 13.<sup>a</sup>

Transformación de fracciones ordinarias irreducibles en otras más sencillas de valor aproximado: límite del error.—Transformación de una fracción ordinaria irreducible en fracción continua.—D-mostración de que esta fracción ha de ser precisamente limitada.—Modo de obtener por la fracción continua otras fracciones de valor aproximado á la fracción generatriz, pero en términos menores que los de ésta.—Reducidas, su formación: Razonar que los valores de las reducidas de lugar impar son menores que los de la fracción generatriz y las de lugar par mayores.—Límite del error al detenerse en una reducida cualquiera.

Transformación de una fracción decimal en fracción continua.—Casos en que, al hacer esta transformación, resultará fracción continua limitada ó ilimitada.

LECCIÓN 14.<sup>a</sup>

Razones y proporciones por diferencia y por cociente.—Términos de que constan: sus propiedades: razones directas é inversas: determinación de uno de sus términos conociendo tres.

LECCIÓN 15.<sup>a</sup>

Regla de tres simple y compuesta.—Aplicación á determinar el interés simple.

LECCIÓN 16.<sup>a</sup>

Números llamados complejos ó denominados.—Unidades lineales.—Superficiales.—Cúbicas y de peso: su explicación.—Exposición del sistema legal antiguo de medidas y pesas españolas desde principios de este siglo hasta el establecimiento del sistema llamado métrico decimal.—Exposición del sistema métrico decimal.—Equivalencias de las unidades del sistema antiguo con sus análogos del métrico decimal y vice-versa.

LECCIÓN 17.<sup>a</sup>

Transformaciones de los números complejos en el sistema antiguo de pesas y medidas.—Reducción de unidades de especies superiores á inferiores: de unidades de especie inferior á las superiores que le siguen: de un número complejo á otro equivalente fraccionario con relación á la unidad de una de las especies del complejo.—Adición, sustracción, multiplicación y división de los números complejos.—Ejemplos en cada una de estas operaciones.

LECCIÓN 18.<sup>a</sup>

Transformación de los números complejos del sistema métrico decimal en incomplejo con relación á cualquiera de sus especies, ó vice-versa.—Adición, sustracción, multiplicación y división de los números complejos en el sistema métrico decimal.—Ejemplos con números concretos en cada una de estas operaciones.

LECCIÓN 19.<sup>a</sup>

Teoremas de los errores absolutos y relativos.—Aplicación de esta teoría á la suma ó diferencia de los números aproximados.—Idem al producto de dos ó más factores aproximados.—Idem al cociente de dos números.

LECCIÓN 20.<sup>a</sup>

Multiplicación y división abreviadas, fijado de antemano el límite de error.

Obras de texto: Cirode: Serret, Cortázar.

Programa de Álgebra.

Álgebra elemental.

LECCIÓN 1.<sup>a</sup>

Preliminares. Definición del Algebra. Cantidades algebraicas. Cantidades positivas y negativas. Valor absoluto. Adición, sustracción, multiplicación y división de monomios.

LECCIÓN 2.<sup>a</sup>

De los polinomios en general.—Preliminares. Adición y sustracción. Multiplicación. Casos particulares de multiplicación de binomios. Simplificaciones que pueden presentarse en el cálculo algebraico. División y fracciones algebraicas.

LECCIÓN 3.<sup>a</sup>

De los polinomios enteros.—Definiciones. Multiplicación.—Propiedades.—Colorarios.—División.—Observaciones relativas á la teoría de la división. Método de los coeficientes indeterminados.

LECCIÓN 4.<sup>a</sup>

Teoría de los radicales aritméticos.—Definiciones.—Reducción al mismo índice.—Multiplicación y división de radicales. Fórmula del binomio.—Potencia de un polinomio.—Raíces de los polinomios.—Caso de la raíz cuadrada.—Observaciones.

LECCIÓN 5.<sup>a</sup>

De los polinomios fraccionarios.—Simplificación y reducción á un común denominador.—Operaciones con las fracciones.

LECCIÓN 6.<sup>a</sup>

Ecuaciones de primer grado.—Principios generales y su uso.—Ecuaciones de primer grado con una ó varias incógnitas.

Métodos de eliminación: sustitución, adición, comparación, y de Bezout.

LECCIÓN 7.<sup>a</sup>

Discusión de los casos que pueden presentarse en la resolución de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.

Casos de incompatibilidad y de indeterminación en un sistema cualquiera.

De los problemas algebraicos que conducen al planteamiento de ecuaciones de primer grado.

Interpretación de las soluciones negativas.

LECCIÓN 8.<sup>a</sup>

Continuación de las ecuaciones de primer grado.—Teoría de los errores relativos.—Soluciones de la forma  $\frac{m}{o}$ . Teoremas sobre los límites. Soluciones de las formas  $\frac{o}{o}$  y  $\frac{\infty}{\infty}$ .

LECCIÓN 9.<sup>a</sup>

Inecuaciones de primer grado.—Inecuaciones de primer grado con una incógnita. Resolución de varias inecuaciones con varias incógnitas.

LECCIÓN 10.<sup>a</sup>

Teoría de las determinantes.—Definiciones.—Propiedades.—Resolución de un sistema general de ecuaciones lineales.—Discusión de las fórmulas precedentes.—Observaciones.—Simplificaciones relativas al cálculo de las determinantes.—Multiplicación de las determinantes.

LECCIÓN 11.<sup>a</sup>

Ecuaciones de segundo grado.—De la raíz cuadrada.—Resolución de una ecuación de segundo grado con una incógnita. Discusión de las raíces de la ecuación de segundo grado.

LECCIÓN 12.<sup>a</sup>

Discusión del trinomio  $a x^2 + b x + c$ . Examen del caso en que el coeficiente de  $x^2$  es muy pequeño.—Ecuaciones bicuadradas. Propiedad notable del trinomio  $x^4 + p x^2 + q$ .—Problemas del máximo resueltos por ecuaciones de segundo grado. Problemas del máximo ó mínimo resueltos con el auxilio de los procedimientos elementales.

LECCIÓN 13.<sup>a</sup>

Teoría de las progresiones.—Progresiones por diferencia ó aritméticas. Interpolación de términos medios. Adición de varios términos consecutivo.

Progresiones por cociente ó geométricas. Interpolación de medios.

Teoremas sobre las potencias de los números.

Progresiones geométricas decrecientes.

LECCIÓN 14.<sup>a</sup>

Logaritmos.—Definición y propiedades de un sistema de logaritmos. Formación, disposición y uso de las tablas.—Reglas de interés compuesto.—Anualidades.

LECCIÓN 15.<sup>a</sup>

Análisis combinatorio.—Coordinaciones.—Permutaciones.—Combinaciones.—Observaciones acerca de las teorías precedentes. Fórmula del binomio de Newton.

LECCIÓN 16.<sup>a</sup>

Del triángulo aritmético.—Suma de las potencias semejantes de los términos de una progresión aritmética.—Aplicación de las teorías precedentes á la suma de las pilas de balas.

Obras de texto: *Traité d'Algebre*, par H. Laurent.

Programa de Geometría elemental.

PRIMERA PARTE

Geometría en el plano.

LECCIÓN 1.<sup>a</sup>

Definiciones. Línea recta, ángulos. Principios fundamentales. Líneas perpendiculares entre sí. Ángulos rectos, complementarios, suplementarios y opuestos por el vértice. Teoremas relativos á la igualdad y suma de ángulos.

LECCIÓN 2.<sup>a</sup>

Perpendiculares, oblicuas y paralelas.—Principios fundamentales concernientes á la perpendicular y oblicuas trazadas á una recta desde un punto exterior. Propiedades de los puntos situados en la bisectriz de un ángulo y fuera de ella. Relaciones entre los ángulos formados por un sistema de líneas paralelas y una secante. Paralelas entre paralelas. Ángulos cuyos lados son respectivamente paralelos ó perpendiculares entre sí. Triángulos en general; sus propiedades y casos de igualdad; relaciones entre los lados y ángulos opuestos.

LECCIÓN 3.<sup>a</sup>

Suma de los ángulos de un polígono.—Suma de los ángulos de un triángulo cualquiera. Idem de ángulos interiores y exteriores en polígonos convexos. Cuadriláteros; su clasificación. Lados y ángulos opuestos. Diagonales. Condiciones para que un cuadrilátero sea paralelogramo. Rectángulo, cuadrado y rombo.

LECCIÓN 4.<sup>a</sup>

Circunferencia.—Definiciones; circunferencia, círculo. Una recta no puede encontrar á la circunferencia en más de dos puntos. Relaciones entre los arcos y las cuerdas. Arcos iguales ó desiguales en un mismo círculo ó en círculos iguales. Propiedad del diámetro perpendicular á una cuerda. Cuerdas iguales ó desiguales en un mismo círculo ó en círculos iguales. Relación entre la longitud de una cuerda y su distancia al centro. Teoremas de tangentes, normales y oblicuas. Arcos interceptados por líneas paralelas. Determinación de la circunferencia. Posiciones respectivas de dos circunferencias. Relaciones entre la distancia de los centros y la suma de los radios.

LECCIÓN 5.<sup>a</sup>

Medida de ángulos en general. Divisiones sexagesimal y centesimal de la circunferencia. Usos del transportador. Ángulos en el centro é inscritos. Idem cuyo vértice es inte-

rior ó exterior al círculo y cuyos lados son secantes á la circunferencia. Construcción de ángulos. Mayor medida común á dos líneas rectas. Inconveniente del método general en el caso de incommensurabilidad. La diagonal y el lado de un cuadrado son incommensurables. Problemas sobre ángulos.

LECCIÓN 6.<sup>a</sup>

Construcción de triángulos. Casos diversos. Su resolución y discusión.

LECCIÓN 7.<sup>a</sup>

Trazado de paralelas y perpendiculares.—Paralela á una recta por un punto dado fuera de ella. Perpendicular á una recta en su punto medio. División de un arco de círculo ó de un ángulo en partes iguales. Por tres puntos hacer pasar una circunferencia. Problemas sobre tangentes. Trazar una tangente á una circunferencia por un punto ó paralela á una recta dada. Casos que pueden ocurrir. Inscrición de un círculo en un triángulo. Sobre una recta describir un segmento capaz de un ángulo dado. Trazado de tangentes comunes á dos círculos.

LECCIÓN 8.<sup>a</sup>

Generalidades relativas á la resolución de problemas. Métodos analítico y sintético. Relaciones entre ambos. Método de las sustituciones sucesivas. Idem por dobladura.

Métodos por reducción al absurdo y por intersección de lugares geométricos. Aplicación de estos diversos métodos á algunos problemas.

LECCIÓN 9.<sup>a</sup>

Líneas proporcionales. Puntos conjugados armónicos. Rectas cortadas en partes proporcionales por una serie de paralelas. Paralela á uno de los lados de un triángulo. Relación de los segmentos determinados sobre un lado de un triángulo por la bisectriz del ángulo opuesto. Circunferencia considerada como lugar geométrico de los puntos cuyas distancias á dos fijos están en una relación determinada.

LECCIÓN 10.<sup>a</sup>

Líneas proporcionales en el círculo. Lados de un ángulo cortados por dos rectas ayparalelas. Producto constante de los segmentos interceptados por una circunferencia sobre las transversales que parten de un punto. Propiedad de la tangente con relación á la secante entera y á su parte externa.

LECCIÓN 11.<sup>a</sup>

Polígonos semejantes. Definiciones. Casos de semejanza de triángulos. Estudio comparativo entre los casos de igualdad y de semejanza de los triángulos. Relación según la cual se cortan las medianas de un triángulo. Polígonos compuestos de un mismo número de triángulos semejantes é igualmente dispuestos. Igualdad entre la relación de semejanza de los perímetros de dos polígonos, y la de dos rectas homólogas. Paralelas cortadas por una serie de secantes que parten de un punto.

LECCIÓN 12.<sup>a</sup>

Relaciones métricas entre las diferentes partes de un triángulo rectángulo. Teorema de Pitágoras. Teoremas concernientes á las relaciones entre los elementos de un triángulo cualquiera. Aplicación de estos principios al cálculo de las alturas de un triángulo en función de los lados. Suma de cuadrados de dos lados de un triángulo y de los cuatro lados de un cuadrilátero. Estudio de lugares geométricos. Diferencia de los cuadrados de dos lados de un triángulo. Producto de dos lados de un triángulo. Cuadrilátero inscripible.

LECCIÓN 13.<sup>a</sup>

Problemas relativos á las líneas proporcionales. División de una recta en partes que guarden entre sí una relación determinada. Escala ordinaria y de transversales. Su construcción y uso. Cuarta proporcional á tres rectas. Media proporcional á otras dos. Límite de la diferencia entre la media aritmética y la geométrica de dos longitudes. Por un punto dado trazar una recta que concorra con otras dos no prolongables. Construcción de polígonos semejantes. Dividir una recta en media y extrema razón. Circunferencia que pasa por dos puntos y es tangente á una recta ó á un círculo.

LECCIÓN 14.<sup>a</sup>

Polígonos regulares. Relación de semejanza entre dos polígonos regulares del mismo número de lados. Polígonos estrellados. Teoría fundamental de su trazado. Inscrición del cuadrado, del exágono regular, del triángulo equilátero, de los dos decágonos y de los dos pentágonos regulares. Inscrición de los pentadecágonos regulares. Conocido el lado de un polígono regular inscripto, calcular el del inscripto de doble número de lados. Dado el lado de un polígono regular inscripto calcular el del semejante circunscripto. Dados el radio y la apotema de un polígono regular, calcular estos elementos para otro de doble número de lados é igual perímetro. Consecuencias más importantes.

LECCIÓN 15.<sup>a</sup>

Desarrollo de la circunferencia. Límite hacia el cual tiende el perímetro de una línea quebrada inscripta. Relación de dos circunferencias cualesquiera. Relación de la circunferencia al diámetro. Cálculo de esta relación por el método de los perímetros y por el de los isoperímetros. Construcción gráfica para determinar el desarrollo de una circunferencia. Problemas numéricos.

LECCIÓN 16.<sup>a</sup>

Transversales. Segmentos; regla de los signos. Teorema de Meneláus. Caso en que la transversal es la bisectriz de uno de los ángulos. Relación de los segmentos determinados sobre un lado de un triángulo, por la bisectriz del ángulo opuesto, ó por las rectas de unión de sus vértices con un punto cualquiera en su plano. Cuadrilátero completo.

LECCIÓN 17.<sup>a</sup>

Relaciones inarmónicas.—Relaciones inarmónicas de cuatro puntos en línea recta, y diferentes valores de ellas. Haz de cuatro rectas cortado por dos transversales, y relaciones inarmónicas á que da origen. La relación inarmónica de cuatro puntos es proyectiva. Problemas gráficos. Relación inarmónica que resulta uniendo un punto cualquiera de la circunferencia con cuatro puntos fijos de la misma, cuando varía la posición del primero. Constancia entre las relaciones inarmónicas de dos haces que tienen respectivamente los mismos ángulos.

LECCIÓN 18.<sup>a</sup>

Sistemas homográficos. Propiedades de las divisiones homográficas. Determinada la homografía por tres puntos de

una división y los tres conjugados de otra, hallar gráficamente en cada sistema los puntos homólogos de los dados en el otro. Soluciones diversas. Determinación gráfica en cada sistema de los puntos correspondientes á los de otros situados en el infinito. Divisiones homográficas en una misma recta y determinación de los puntos dobles. Posición relativa de los puntos dobles y de los correspondientes á los situados en el infinito. Ordenación de los puntos conjugados según que los puntos dobles sean reales ó imaginarios.

LECCIÓN 19.<sup>a</sup>

*Propiedades proyectivas de series y haces homográficos.* Proyecciones central y paralela de figuras sobre una recta cualquiera situada en su plano. Haces homográficos que tienen un rayo común. Teoremas correlativos sobre propiedades de series y haces homográficos situados en posiciones especiales.

*Problema.* Conocidos dos haces homográficos, determinar gráficamente en uno de ellos los rayos homólogos ó rayos dados en el otro.

LECCIÓN 20.<sup>a</sup>

*Figuras homológicas.*—Caso en que dos figuras situadas en un plano son homológicas. Elementos necesarios para definir la homología de dos figuras. Rectas límites. Relación inarmónica de cuatro puntos en línea recta y de cuatro rectas de un haz en dos figuras homológicas. Eje de homología en el infinito. Conversión de la homología en afinidad y en homotecia.

LECCIÓN 21.<sup>a</sup>

*Relación armónica.* Definiciones. Relación de las distancias de los cuatro puntos de una división armónica, á un quinto punto situado en la misma recta y tomado como origen. División armónica de un segmento por dos puntos; valor de la distancia de uno de ellos á su conjugado. Dados tres puntos de una relación armónica, determinar gráficamente el cuarto conjugado con uno de los dados. Haces armónicos. Polar con relación á un ángulo.

LECCIÓN 22.<sup>a</sup>

*Polo y polar en el círculo.* Teorema fundamental. Consecuencias más importantes. Teorema relativo á las polares de los diferentes puntos de una recta. Problemas. Método de las polares recíprocas. Transformación de las propiedades métricas y descriptivas. Aplicaciones á los polígonos inscriptos y circunscriptos.

LECCIÓN 23.<sup>a</sup>

*Figuras homotéticas.* Centro y relación de homotecia. Sistemas homotéticos directos é inversos. Teoremas fundamentales. Sistemas homotéticos á un tercero. Semejanza. Resolución de problemas por el método llamado de las figuras semejantes. Determinación del centro de semejanza de dos figuras. Posición de los centros de semejanza de dos circunferencias cuando sus radios toman los valores cero ó infinito.

LECCIÓN 24.<sup>a</sup>

*Ejes radicales.* Potencia de un punto con relación á un círculo. Lugar geométrico de los puntos de igual potencia respecto á dos círculos. Corolarios. Construcción del eje radical de dos círculos exteriores. Ejes radicales de tres círculos considerados dos á dos. Corolarios. Producto de las distancias de uno cualquiera de los centros de semejanza de dos círculos á dos puntos antihomólogos. Posición de dos pares de puntos de igual potencia. Intersección de dos cuerdas antihomólogas. Problema: círculo tangente á otros tres.

LECCIÓN 25.<sup>a</sup>

*Áreas de polígonos.* Área del rectángulo, del paralelogramo y del triángulo. Calcular el área y los radios de los círculos inscriptos en función de los lados del triángulo. Área de un trapecio. Idem de un polígono cualquiera. Relación de áreas de dos polígonos semejantes. Cuadrados construidos sobre los lados de un triángulo rectángulo. Áreas de polígonos regulares. Relación de áreas de dos polígonos regulares.

LECCIÓN 26.<sup>a</sup>

*Área del círculo.* Relación de las áreas de dos círculos. Cálculo de la superficie de un círculo de radio dado. Cálculo del radio cuando se conoce la superficie. Área de un círculo cuya circunferencia tiene una longitud determinada. Idem del sector circular. Relación del sector al círculo y de dos sectores semejantes. Problemas sobre el área del sector y del segmento. Relación de las áreas de dos segmentos.

LECCIÓN 27.<sup>a</sup>

*Problemas sobre áreas.* Construir un triángulo equivalente á un polígono dado. Transformar un triángulo en otro equivalente y que tenga la misma base. Idem en otro equivalente é isósceles conservando uno de sus ángulos. Transformación de un triángulo en otro equivalente y equilátero. Convertir un triángulo en otro equivalente que tenga su base en la dirección de la del primero y por vértice un punto conocido. Idem en otro que tenga dos vértices en puntos dados y el tercero en una línea conocida. Construir un cuadrado equivalente á un triángulo. Sobre una recta construir un rectángulo equivalente á un polígono. Construir un polígono equivalente á un polígono  $P$  y semejante á otro  $Q$ . Dadas dos figuras semejantes, construir una tercera semejante á ellas y equivalente á su suma ó diferencia. Construir un polígono semejante á otro, y cuya área esté con la del primero en la relación de dos rectas dadas.

LECCIÓN 28.<sup>a</sup>

*Áreas aproximadas.* Fórmulas de Simpsón y de Poncelet. Máximo y mínimo de áreas á igualdad de perímetros. Área máxima correspondiente á un polígono cuyos lados se conocen. Idem en el caso en que se den el perímetro y el número de lados.

## SEGUNDA PARTE

## Geometría en el espacio.

LECCIÓN 29.<sup>a</sup>

*Del plano.* Posiciones relativas de una recta y un plano. Teoremas. Determinación del plano. Teoremas relativos al paralelismo de rectas y planos. Ángulo de dos rectas. Teoremas sobre rectas y planos perpendiculares entre sí.

*Proyecciones.* Central y paralela de una figura sobre un plano cualquiera. Proyecciones de dos rectas paralelas. Idem de dos rectas perpendiculares entre sí sobre un plano paralelo á una de ellas. Ángulo de recta y plano. Mínima distancia entre dos rectas.

LECCIÓN 30.<sup>a</sup>

*Ángulos diedros y poliedros.* Definiciones. Plano perpendicular á otro por una recta situada en éste. Relación de

dos ángulos diedros. Lugar geométrico de los puntos equidistantes de las caras de un ángulo diedro. Línea de máxima pendiente de un plano con relación á otro cualquiera: sus propiedades. Teoremas relativos á los planos perpendiculares entre sí. Ángulos poliedros. Teoremas relativos á las sumas de las caras. Triedros suplementarios. Casos de igualdad de dos ángulos triedros. Cuadrilátero alabeado.

LECCIÓN 31.<sup>a</sup>

*Generalidades sobre los poliedros.* Relaciones entre las caras opuestas de un paralelepípedo y entre sus diagonales. Paralelepípedo rectángulo. Secciones de un prisma por planos paralelos. Área lateral. Volumen del prisma. Transformación del prisma oblicuo en otro recto equivalente y descomposición del paralelepípedo en dos prismas triangulares. Volumen de un paralelepípedo rectángulo. Idem de un paralelepípedo cualquiera. Volumen de un prisma cualquiera. Aplicaciones y ejemplos.

LECCIÓN 32.<sup>a</sup>

*Propiedades generales de la pirámide.* Definiciones. Pirámide deficiente y tronco de pirámide. Propiedades de las secciones producidas en la pirámide por planos paralelos á la base. Relaciones entre los elementos de la pirámide deficiente con los de la total, siendo la sección paralela á la base. Área lateral de una pirámide. Área total de tetraedro regular en función de la arista. Igualdad de tetraedros. Equivalencia de dos pirámides triangulares de igual altura y bases equivalentes. Volumen de la pirámide. Volumen de un tetraedro regular en función de la arista. Equivalencia de un tronco de pirámide, de bases paralelas, á la suma de tres pirámides cuya altura común es la del tronco, y sus bases respectivas las dos del tronco y la medid proporcional entre ellas.

LECCIÓN 33.<sup>a</sup>

*Volumen del tronco de prisma triangular.* Su equivalencia á la suma de tres pirámides, cuya base común es la inferior del tronco y sus vértices los de la base superior.

Conociendo la base de un paralelepípedo recto truncado y sus aristas laterales, determinar el volumen. Volumen de un poliedro cuyas bases son dos polígonos cualesquiera, y cuyas caras laterales son trapecios ó rectángulos. Aplicaciones.

*Figuras simétricas.* Definiciones. Teoremas relativos á ellas. Figuras simétricas de una recta y un plano. Teoremas relativos á los poliedros simétricos. Poliedros semejantes. Relación de volúmenes de dos poliedros semejantes. Idem de sus áreas.

LECCIÓN 34.<sup>a</sup>

*Propiedades generales de los poliedros convexos.* Teorema de Euler. Teoremas concernientes á las relaciones que existen entre los diferentes elementos constitutivos de un poliedro. Condiciones de igualdad y semejanza de dos poliedros convexos. Número de condiciones necesarias para determinar un poliedro convexo.

LECCIÓN 35.<sup>a</sup>

*Cuerpos redondos.* Cilindro y cono de revolución. Definiciones. Límite hacia el cual tienden las áreas laterales de los prismas regulares inscriptos y circunscriptos á un cilindro. Área lateral del cilindro. Figura de su desarrollo. Volumen de un cilindro. Cono de revolución. Límite á que tienden las áreas laterales de las pirámides regulares inscripta y circunscripta al cono. Área lateral del cono. Figura de su desarrollo. Volumen de un cono. Área lateral y volumen de un tronco de cono de bases paralelas. Ejemplos.

LECCIÓN 36.<sup>a</sup>

*Esfera.* Sección plana de la esfera. Círculos máximos y menores. Equidistancia de los puntos de la circunferencia de un círculo de la esfera á uno de sus polos. Determinación del radio de una esfera sólida. Intersección de dos esferas. Por cuatro puntos no situados en un plano se puede hacer pasar una sola esfera.

LECCIÓN 37.<sup>a</sup>

*Triángulos esféricos.* Ángulo de dos curvas situadas en la superficie esférica. Medida de dos arcos de círculo máximo. Teoremas relativos á los polígonos esféricos. Triángulos esféricos polares. Igualdad de triángulos esféricos. Camino más corto entre dos puntos de una superficie esférica. Teorema relativo á la perpendicularidad y oblicuidad entre arcos de círculo máximo. Corolarios y observaciones más importantes. Arco de círculo máximo tangente á una circunferencia de círculo menor.

LECCIÓN 38.<sup>a</sup>

*Problemas sobre triángulos esféricos.* Trazar sobre la superficie esférica un círculo máximo que pase por dos puntos. Idem por un punto dado sobre la superficie esférica, un arco de círculo máximo perpendicular á otro dado. Dividir un arco de círculo máximo en dos partes iguales por medio de otro perpendicular. Hallar el polo del círculo que pasa por tres puntos. Por un punto dado en la superficie esférica, trazar una circunferencia de círculo máximo que forme un ángulo dado con otra de la misma especie.

LECCIÓN 39.<sup>a</sup>

*Construcción de triángulos esféricos.* 1.º Conociendo un cateto y la hipotenusa. 2.º un ángulo y el cateto opuesto. 3.º tres cualesquiera de sus seis elementos. Problemas. Trazar por un punto dado un arco de círculo máximo tangente á una circunferencia de círculo menor. Describir una circunferencia de círculo máximo tangente á dos menores dadas.

LECCIÓN 40.<sup>a</sup>

*Áreas en la superficie esférica y volumen de la esfera.* Definiciones. Áreas engendradas por una recta que gira alrededor de un eje situado con ella en un mismo plano, y por una línea quebrada regular alrededor de un diámetro que no la corta. Áreas de la zona, del casquete y de la superficie esférica. Equivalencia entre el área de un casquete esférico y un círculo. Determinar el radio de una esfera cuya superficie es conocida. Medidas del uso y triángulo esféricos. Problemas. Volumen de la esfera del sector y segmento esféricos. Volumen de una pirámide esférica. Relaciones entre las superficies y volúmenes de una esfera y de un cilindro recto circunscripto.

LECCIÓN 41.<sup>a</sup>

*Poliedros regulares convexos.* No pueden existir más que cinco. Construir un poliedro regular conociendo su arista. Aplicación al tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro é icosaedro. Todo poliedro regular convexo es inscriptible y circunscriptible á una esfera. Corolarios. Área y volumen de un poliedro regular. Propiedad de los centros de las caras de un poliedro regular.

LECCIÓN 42.<sup>a</sup>

Generalidades sobre las superficies. Áreas y volúmenes de cilindros y conos cualesquiera.

LECCIÓN 43.<sup>a</sup>

*Propiedades proyectivas de las figuras.* Las descriptivas son proyectivas. Excepción de las relaciones métricas en general. Investigación de las propiedades de una figura por el método llamado de proyección. Relación homográfica entre una radiación y una cualquiera de sus secciones planas y entre dos radiaciones. Propiedades proyectivas de dos sistemas cualesquiera en el espacio.

LECCIÓN 44.<sup>a</sup>

Homología y homotecia en el espacio. Figuras homológicas en el espacio. Centro, plano y coeficiente de homología. Relación inarmónica de cuatro puntos en línea recta en dos figuras homológicas. Plano en el infinito. Centro de homología en el infinito. Conversión de la homología en afinidad y en homotecia. Relación de homotecia positiva ó negativa. Figuras homotéticas de una esfera y un plano. Sistemas homotéticos en el espacio. Posición relativa de los centros de homotecia de cuatro sistemas homotéticos dos á dos.

Obras de texto y consulta: *Traité de Geometrie*, de E. Rouché y Ch. de Comberousse.—*Lecciones de Geometría*, de Girard.—*Geometría elemental*, de D. Z. G. de Galdames.—*Introducción á la Geometría superior*, por D. José Echeagaray.—*Elementos de Geometría proyectiva*, por Luigi Cremona.—*Apuntes acerca de las teorías de la homografía é involución*, por el P. Obispo.—*Tratado de homografía é involución*, de Montero Gabuti.

## Programa de Algebra superior.

LECCIÓN 1.<sup>a</sup>

*Introducción al análisis algebraico.*—Definiciones y teoremas fundamentales.—De la continuidad.

LECCIÓN 2.<sup>a</sup>

*De la función simple algebraica, de la exponencial y de la logarítmica.*—Preliminares.—De los exponentes fraccionario, incommensurable, negativo y cero.—De la función exponencial.—Continuidad de las funciones algebraica y exponencial.—Propiedad fundamental de ésta.—De los logaritmos.—Concordancia de la definición neperiana de los logaritmos con la nueva definición.—Del módulo de un sistema de logaritmos.

LECCIÓN 3.<sup>a</sup>

*Teoría de las imaginarias.*—Preliminares. De las cantidades imaginarias.—De las cuatro operaciones.—Del módulo y del argumento.

LECCIÓN 4.<sup>a</sup>

*Teoría y cálculo de los radicales algebraicos.*—Aplicación de las teorías anteriores.—De las funciones de variables imaginarias.

LECCIÓN 5.<sup>a</sup>

*Teoría de las funciones derivadas.*—Definiciones. Derivada de una suma, de un producto y de un cociente. Derivadas de las funciones de funciones y de las funciones compuestas. Teorema de las funciones homogéneas.

LECCIÓN 6.<sup>a</sup>

Derivadas de las funciones implícitas, simples, circulares y de variable imaginaria. Aplicación de los principios precedentes.

LECCIÓN 7.<sup>a</sup>

*Continuación de las funciones derivadas.*—Propiedades. Teorema de Taylor. Extensión al caso de diversas variables. Continuidad de las funciones implícitas.

LECCIÓN 8.<sup>a</sup>

*Teoría general de las ecuaciones.*—Nociones fundamentales.—Teorema de d'Alembert.—Corolarios.—Relaciones entre los coeficientes y las raíces de una ecuación algebraica.—De los divisores algebraicos.

LECCIÓN 9.<sup>a</sup>

*Continuación de la teoría general de las ecuaciones.*—Teoría de las raíces iguales. Descomposición de las ecuaciones algebraicas de raíces iguales en varias otras de menor grado.—De la irreductibilidad.—Ecuaciones irreductibles.—Nota sobre las ecuaciones en general. Ecuaciones algebraicas y trascendentes.—Transformación de las ecuaciones; sus transformables. Aplicaciones.—Investigación de las raíces commensurables.

LECCIÓN 10.<sup>a</sup>

*Separación de las raíces.*—Marcha que debe seguirse para resolver una ecuación. Método para las ecuaciones algebraicas y para las trascendentes. Proposiciones fundamentales.—Límites de las raíces. Límite superior é inferior de las raíces de una ecuación. Investigación del límite superior de las raíces positivas. Primer método y método llamado de Newton. Tercer método ó de agrupamiento de los términos.

LECCIÓN 11.<sup>a</sup>

*Continuación de la separación de las raíces.*—Métodos de las sustituciones sucesivas.—Teorema de Descartes. Permanencias y variaciones. Corolarios.

LECCIÓN 12.<sup>a</sup>

*Continuación de la separación de las raíces.*—Teorema de Rolle. Corolario.—Teoremas de Fourier y de Sturm.—Aplicaciones.

LECCIÓN 13.<sup>a</sup>

*Fórmulas de aproximación para el cálculo de las raíces.*—Fórmulas de aproximación de Newton y de Fourier.—Interpretación geométrica del método de Newton.—Método de falsa posición.

## LECCIÓN 14.

*Continuación de la anterior.*—Métodos de Lagrange y de las sustituciones sucesivas.—De las ecuaciones que pueden resolverse rebajando su grado. Ecuaciones binomias.—Teoremas de Moivre y de Cotes.

## LECCIÓN 15.

*Continuación de la anterior.*—Ecuaciones de tercero y cuarto grado. Ejemplos.

## LECCIÓN 16.

De la eliminación y de las funciones simétricas.—Raíces de las ecuaciones que contienen parámetros variables. Nota sobre la división de los polinomios. Suma de las potencias semejantes de las raíces de una ecuación.—De la eliminación en general. Eliminación por las funciones simétricas. Polinomios multiplicadores.

## LECCIÓN 17.

Continuación de la anterior.—Métodos de eliminación de Bézout y Cauchy. Investigación de las raíces comunes a dos ecuaciones. Resolución de dos ecuaciones con dos incógnitas.

## LECCIÓN 18.

Teorema general de Bézout.—Aplicaciones de la eliminación. Problema general de la transformación de ecuaciones. Condición para que una ecuación tenga una raíz múltiple. Método rápido de eliminación.

## LECCIÓN 19.

Estudio de las fracciones racionales.—Fórmula de Lagrange.—Descomposición de las fracciones racionales en fracciones simples. Modo de conducir el cálculo de las fracciones simples. Objeto de la descomposición de las fracciones racionales en fracciones simples.

Obra de texto:—*Traité d'Algebre*, par H. Laurent.

## Programa de Trigonometría.

## LECCIÓN 1.

Trigonometría—su acepción—división en rectilínea y esférica.—*Trigonometría rectilínea*.—Casos á que puede reducirse la resolución de triángulos.—Caso dudoso.—Fundamento de la resolución de triángulos.—Líneas trigonométricas de un arco; su definición y notación.—Las líneas trigonométricas no son proporcionales á sus arcos correspondientes.—Límites de los valores de las líneas trigonométricas de un arco que varía de  $0^\circ$  á  $360^\circ$  y signos que les corresponden.

## LECCIÓN 2.

Dados el seno y el radio de un arco, expresar en función suya los valores de todas las demás líneas trigonométricas del mismo arco. Simplificación de estas fórmulas tomando el radio por unidad.—Fórmulas más usuales de las líneas trigonométricas de un arco en función de otras líneas trigonométricas del mismo.

Fórmulas que comprenden todos los arcos correspondientes á una línea trigonométrica dada por su valor absoluto y su signo.

Fórmulas de las líneas trigonométricas con sus signos correspondientes cuando el arco se compone de un número exacto de cuadrantes.

Fórmulas de los valores de las líneas trigonométricas cuando el arco está expresado por un número exacto de cuadrantes con más ó menos un arco  $\pi$ .

## LECCIÓN 3.

Determinar las fórmulas de los senos y cosenos de la suma ó diferencia de dos arcos en función del radio y de los senos y cosenos de estos arcos.

Tangentes cotangentes, secantes y cosecantes de la suma ó diferencia de dos arcos en función de las tangentes y secantes de estos arcos.

## LECCIÓN 4.

Fórmulas del seno y coseno del arco duplo en función del radio y del seno y coseno del arco sencillo y viceversa.—Fórmulas de las tangentes, cotangentes, secantes y cosecantes de un arco duplo en función de las líneas trigonométricas del arco sencillo y viceversa.—Discusión de estas fórmulas.

## LECCIÓN 5.

Transformar en producto ó cociente la suma ó la diferencia de los senos ó cosenos, del seno y coseno, ó de las tangentes y cotangentes de dos arcos.

Transformar en producto la diferencia de los cuadrados de los senos, de los cosenos, ó del seno y el coseno de dos arcos.

Modo de hacer homogéneas las fórmulas trigonométricas cuando en ellas se ha supuesto el radio igual á la unidad.

## LECCIÓN 6.

Principios en que se funda la resolución de triángulos y de la formación de las tablas trigonométricas.—Demostración de que en todo triángulo los senos de los ángulos son proporcionales á sus lados opuestos.—Idem de que todas las líneas trigonométricas del arco que mide el ángulo de un triángulo son proporcionales á su lado opuesto.—Demostración de que en arcos sumamente pequeños pueden considerarse, sin error sensible en las aplicaciones, los senos proporcionales á los arcos ó viceversa, aunque esta proposición no sea rigurosamente exacta.

Tablas trigonométricas de las líneas naturales.—Idem de los logaritmos de estas líneas.—Disposición y uso de las de Callet ó sus análogas.

Transformación para el cálculo logarítmico de expresiones binomias de las formas de  $a \pm b$  y de  $A \sin x \pm B \cos x$ .

## LECCIÓN 7.

Resolución de triángulos rectilíneos dados tres de sus elementos constitutivos.—División de los triángulos en rectángulos y oblicuángulos.—Recuerdo del principio general en que se funda una resolución.

Fórmulas llamadas «analogías» para la resolución de los triángulos rectángulos.—Preparación de estas fórmulas para el cálculo logarítmico.

Fórmulas para la resolución de los triángulos oblicuángulos.—Preparación de las mismas para el cálculo logarítmico.—Caso dudoso; su discusión.—Teorema de Moivre y sus aplicaciones trigonométricas.

## Trigonometría esférica.

## LECCIÓN 8.

Nociones preliminares.—Definición de triángulo esférico y de trigonometría esférica.—Resolución gráfica.—Resolución por el cálculo.—Limitación en el valor de los lados del triángulo esférico.—Relación entre los triángulos esféricos y ángulos triédros correspondientes.

Relación entre los lados y ángulos de un triángulo esférico.—Casos de igualdad de los triángulos esféricos en una misma esfera ó en sus esferas iguales.

Línea más corta entre dos puntos de una superficie esférica—su demostración.—Triángulo esférico suplementario.

Límites entre los que se halla comprendida la suma de los ángulos de un triángulo esférico.—Consecuencias de esto.—

Triángulos esféricos birrectángulos ó trirectángulos.—Superficie de un triángulo esférico—su determinación.—Qué se entiende por *exceso esférico*.

## LECCIÓN 9.

Deducción de las fórmulas para la resolución de los triángulos esféricos.—Teoremas fundamentales.—Transformación de las fórmulas fundamentales hasta dejarlas en la forma conveniente para la aplicación del cálculo logarítmico en el caso de ser los triángulos rectángulos.

## LECCIÓN 10.

Resolución de los triángulos esféricos rectángulos. Teoremas deducidos en este caso de las fórmulas generales.

## LECCIÓN 11.

Resolución de los triángulos esféricos oblicuángulos.—Transformación de las fórmulas fundamentales hasta obtenerlas en la forma conveniente para la aplicación del cálculo logarítmico.—Deducción de las fórmulas llamadas analogías de Neper y de Delambre.—Aplicación de estas fórmulas á la resolución de los triángulos esféricos oblicuángulos.—Caso dudoso, su discusión.

## LECCIÓN 12.

Aplicación de la trigonometría esférica á hallar el área de un triángulo rectilíneo en que se conocen dos lados y el ángulo comprendido.

Hallar el área de un cuadrilátero rectilíneo en función de sus diagonales y del ángulo que forman.—Ejercicios prácticos.

Obras de Texto: Cortázar y Ciróde.

## Programa de Geometría analítica.

## LECCIÓN 1.

Nociones generales.—Manera de traducir analíticamente el problema geométrico: ecuación resultante.—Interpretación de los valores positivos y negativos de las incógnitas.—Homogeneidad de las funciones y de las ecuaciones: grado de la homogeneidad: coeficientes numéricos.—Ecuaciones que comprenden cantidades concretas de diferente especie.

## LECCIÓN 2.

Construcción de expresiones algebraicas ya sean racionales ó irracionales: casos particulares de simplificación.—Construcción de ángulos dados por sus líneas trigonométricas.—Construcción de superficies y volúmenes teniendo en cuenta el principio de la homogeneidad.

## Geometría analítica de dos dimensiones.

## LECCIÓN 3.

Sistemas de coordenadas.—Coordenadas rectilíneas y coordenadas polares.—Transformación de coordenadas: cambio en el mismo sistema: cambio de un sistema á otro.—Lugares geométricos.—Ecuaciones y construcción de los mismos.—Ejemplos diversos de lugares geométricos.

## LECCIÓN 4.

Línea recta.—Clasificación general de las líneas, su relación con el grado de sus ecuaciones.—Líneas de primer orden.—Estudio y construcción de las ecuaciones de primer grado con dos variables en coordenadas rectilíneas y en coordenadas polares.—Problemas sobre la línea recta.

## LECCIÓN 5.

Teorías generales.—Líneas de segundo orden.—Tangente y subtangente.—Normal y subnormal.—Problemas relativos á las tangentes.—Aplicación de la teoría de las tangentes á la discusión de las curvas: sentido de la concavidad: ordenadas máximas y mínimas.—Inflexiones.

## LECCIÓN 6.

Asíntotas rectilíneas: definición.—Asíntotas paralelas ó no al eje de las  $y$ .—Aplicación á las curvas de segundo grado.—Centros: su definición y determinación.—Díametros: deducir de la ecuación de una curva la de su diámetro.—Díametros rectilíneos; ejes; vértices; diámetros conjugados.

## LECCIÓN 7.

Ecuación general de segundo grado.—Discusión de la ecuación general de segundo grado con dos variables: diferentes clases de líneas que representa en el caso general y en los casos particulares.—Discusión de los géneros elipse, hipérbola y parábola.

## LECCIÓN 8.

Reducción de la ecuación general de segundo grado con dos variables á su más simple expresión por el cambio de ejes coordenados.—Casos en que representa elipse, hipérbola ó parábola.

## LECCIÓN 9.

Circunferencia: formas diversas de la ecuación que representa esta curva.—Teoremas relativos á la circunferencia.—Posiciones relativas de dos circunferencias.—Ecuación de la tangente: caso en que sea paralela á una dirección dada.—Cuerda de los contactos.—Poles y polares.

## LECCIÓN 10.

Elipse.—Ecuación de la elipse referida á sus ejes.—Propiedades principales de la elipse.—Teoremas referentes á las ordenadas de esta curva.—Centro, ejes, focos y directrices de la elipse.—Ecuación de la tangente y de la normal.—Ángulos de estas líneas con los radios vectores.

## LECCIÓN 11.

Díametro de la elipse: cuerdas suplementarias: diámetros conjugados y ángulos que forman.—Teoremas referentes á los diámetros conjugados.—Ecuación de la elipse referida á los mismos.—Área de la elipse.

## LECCIÓN 12.

Problemas gráficos referentes á la elipse.—Trazado de la elipse: 1.º dada la distancia de los focos y la longitud de uno de sus ejes; 2.º conociendo las longitudes de estos; 3.º dadas la magnitud y posición de dos diámetros conjugados; 4.º dado un arco de la curva: Métodos de trazado.

Determinar los ejes de una elipse conociendo la posición y magnitud de dos diámetros conjugados. Trazar una tangente á la elipse: 1.º por un punto dado sobre la curva ó exterior á ella; 2.º paralela á una recta dada.

Polo y polar en la elipse.

## LECCIÓN 13.

Hipérbola.—Ecuación de la hipérbola referida á sus ejes.—Propiedades principales de la hipérbola.—Centro, ejes, focos y directrices.—Ecuaciones de la tangente y de la normal.—Ángulos que forman estas líneas con los radios vectores.

## LECCIÓN 14.

Díametros de la hipérbola, cuerdas suplementarias y diámetros conjugados.—Ángulos que forman dos de estos entre sí.—Teoremas referentes á los diámetros conjugados.

## LECCIÓN 15.

Ecuación de las asíntotas en la hipérbola.—Caso en que esta curva sea equilateral.—Teoremas referentes á las asíntotas.—Ecuación de la hipérbola referida á sus asíntotas.

## LECCIÓN 16.

Problemas gráficos referentes á la hipérbola.—Trazado de la hipérbola.—1.º dada la distancia que separa los focos y la diferencia de los radios vectores.—2.º dados sus ejes.—3.º conociendo la magnitud y posición de dos diámetros conjugados.—4.º dado un arco de la curva.—Métodos de trazado.

Construir los ejes de la hipérbola conociendo un sistema de diámetros conjugados.—Trazar una tangente á la hipérbola: primero, por un punto dado sobre la curva ó fuera de ella; segundo, paralela á una recta dada.

## LECCIÓN 17.

Parábola.—Ecuación de la parábola referida á ejes rectangulares. Caso en que uno de los ejes coordenados es eje de la parábola. Eje, vértice, parámetro, foco y directriz de la parábola.—Ecuaciones de la tangente y de la normal.—Ángulos que forma la tangente con el eje de la parábola y con el radio vector dirigido al punto de contacto. Subtangente y subnormal.

Díametros de la parábola. Área de un segmento parabólico.

## LECCIÓN 18.

Problemas gráficos referentes á la parábola.—Trazado de la parábola.—1.º dado su parámetro.—2.º dados dos puntos de la parábola y la tangente en el vértice.—3.º dado un arco de la curva. Métodos de trazado.

Determinar el eje y el vértice de una parábola dada. Trazar una tangente á la parábola.—1.º por un punto dado sobre la curva ó exterior á ella.—2.º paralela á una recta dada.

## LECCIÓN 19.

Coordenadas polares.—Ecuación de una curva en coordenadas polares.—Ejes de simetría, asíntotas y tangentes de las curvas expresadas en coordenadas polares.—Ecuaciones polares de la elipse, hipérbola y parábola.

## LECCIÓN 20.

Secciones cónicas.—Secciones cónicas y cilíndricas.—Método analítico y método geométrico.—Sección antiparalela.

## Geometría analítica de tres dimensiones.

## LECCIÓN 21.

Proyecciones lineales de una recta y de un sistema de rectas. Teoremas referentes á las proyecciones de rectas sobre uno ó tres ejes de proyección.

Teoremas referentes á la proyección de un área plana sobre un plano.

## LECCIÓN 22.

Sistemas de coordenadas rectilíneas.—Coordenadas rectilíneas.—Representación de las líneas y de las superficies.—Significación de las ecuaciones aisladas que tengan una, dos ó tres variables.—Ecuaciones de la línea recta, del plano y de la esfera.—Representación geométrica de las funciones de dos ó más variables.

## LECCIÓN 23.

Transformación de las coordenadas.—1.º cambio de origen.—2.º cambio de dirección de los ejes conservando el mismo origen.—3.º caso general.—Fórmulas de Euler.

## LECCIÓN 24.

Problemas sobre la línea recta.—Ecuaciones de la línea recta.—Determinar las trazas de una recta sobre uno de los planos coordenados. Hallar la distancia de una recta al origen, ó á los ejes. Determinar los ángulos que una recta forma en los ejes ó con los planos coordenados.

## LECCIÓN 25.

Hallar la ecuación de una recta que pase por un punto y sea paralela á una recta dada. Idem de una recta que pase por dos puntos dados. Determinar el punto de intersección de dos rectas conocidas por sus ecuaciones. Hallar el ángulo de dos rectas.—Distancia de un punto á una recta conocida por sus ecuaciones en coordenadas rectangulares.

## LECCIÓN 26.

Problemas sobre los planos.—Ecuación de un plano definido por su directriz y por su generatriz.—Trazas de un plano. Coordenadas en el origen.—Ángulo que forma un plano con los coordenados. Hallar la ecuación de un plano que pase por tres puntos.—Ángulo de dos planos.—Condiciones para que dos planos sean perpendiculares entre sí ó paralelos. Trazar por un punto un plano paralelo á otro determinado.—Hallar la distancia de un punto á un plano en coordenadas rectangulares.

## LECCIÓN 27.

Problemas sobre rectas y planos.—Hallar la intersección de una recta con un plano.—Condiciones para que una recta sea paralela á un plano ó esté situada en él. Ecuación de un plano que pase por un punto y una recta. Idem para el caso en que pase por una recta y sea paralelo á otra. Idem cuando pase por un punto y sea perpendicular á una recta. Determinar el ángulo que forma una recta con un plano.—Mínima distancia entre dos rectas dadas por sus ecuaciones en coordenadas rectangulares.

## LECCIÓN 28.

Superficies. Teorías generales.—Clasificación de superficies en general. Simplificación de la ecuación general de segundo grado con tres variables.

Superficies que tienen centro. Superficies que no le tienen. Casos particulares.

## LECCIÓN 29.

Investigación del centro en el caso general. Planos diametrales cualesquiera. Planos diametrales principales y pla-

nos diametrales conjugados. Propiedades de los diámetros conjugados.

LECCIÓN 30.<sup>a</sup>

Del plano tangente y de la normal á una superficie cualquiera. Plano tangente á las superficies de segundo orden.

LECCIÓN 31.<sup>a</sup>

Elipsoides.—Elipsoide. Su ecuación. Secciones en el elipsoide. Plano tangente y normal. Elipsoide de revolución. Esfera.

LECCIÓN 32.<sup>a</sup>

Hiperboloides.—Hiperboloide de una hoja; su ecuación; secciones; plano tangente y normal. Cono asintótico. Hiperboloide de revolución. Hiperboloide de dos hojas; su ecuación; secciones; plano tangente y normal. Cono asintótico.

LECCIÓN 33.<sup>a</sup>

Paraboloides.—Paraboloides elíptico é hiperbólico. Sus ecuaciones. Secciones. Plano tangente y normal.

LECCIÓN 34.<sup>a</sup>

Curvas semejantes.—Teoría general. Condiciones de semejanza en las curvas de segundo orden, estén ó no semejantemente colocadas.

LECCIÓN 35.<sup>a</sup>

Superficies desarrollables.—Superficies cónicas y cilíndricas; sus ecuaciones. Problemas sobre estas superficies.

LECCIÓN 36.<sup>a</sup>

Superficies alabeadas.—Ecuaciones de las superficies alabeadas. Casos particulares.

LECCIÓN 37.<sup>a</sup>

Interpolación.—Método gráfico. Método de Lagrange. Interpolación por medio de las diferencias.

NOTA. Obras de texto: *Elementos de Geometría analítica*, por Sonnet et Froutera.—*Leçons de Géométrie analytique*, par Lefebure de Fourcy.

Programa de Geometría descriptiva de Monge.

Preliminares.

LECCIÓN 1.<sup>a</sup>

Geometría descriptiva en general.—Su objeto. Sistemas diversos de representación.

A. Proyección cónica.—Caso general.—Casos particulares en que la imagen sea, ya semejante al original, ya de espesor reducido ó ya nulo.

B. Proyección cilíndrica.—Caso general.

Diversos sistemas particulares de representación adoptados en la práctica: 1.º Sobre un plano de proyección constituyendo, bien los planos acotados ó las proyecciones oblicuas. 2.º Sobre dos ó tres planos coordenados, determinando, ya el sistema de representación de Monge ó el axonométrico.

Consideraciones generales sobre estos diversos métodos de representación.

Ventajas é inconvenientes de las proyecciones ortogonales.

Exposición del sistema de Monge.

PRIMERA PARTE.

I.

Rectas y planos.

LECCIÓN 2.<sup>a</sup>

Diferentes posiciones que puede ofrecer un punto respecto á los planos de proyección. Su representación y designación.

Propiedades de las proyecciones de un punto y distancias de éste á los planos de proyección y á la línea de tierra.

Determinación de un punto del espacio por el conocimiento de sus proyecciones.

LECCIÓN 3.<sup>a</sup>

Representación y designación de la recta.—Sus trazas. Posiciones que puede tener en el espacio respecto á los planos de proyección.

Deducción de las posiciones que ocupa en el espacio una recta cualquiera dada por sus proyecciones. Posiciones relativas de dos rectas.

LECCIÓN 4.<sup>a</sup>

Representación y notación del plano.—Sus diferentes posiciones.

Determinación de las trazas. Rectas diversas consideradas en un plano. Horizontales y verticales de un plano. Líneas de máxima pendiente. Generación del plano.

Dada una de las proyecciones de una figura plana, determinar la otra conociendo el plano en que está situada.

LECCIÓN 5.<sup>a</sup>

Paralelismo de rectas con planos y de planos entre sí.—Ejemplos.

LECCIÓN 6.<sup>a</sup>

Intersección de rectas y planos.—Intersección de planos dados por sus trazas ó por otro cualquiera de los medios conocidos.

Idem de una recta con un plano. Casos diversos.

LECCIÓN 7.<sup>a</sup>

Perpendicularidad de dos rectas, de recta con plano y de planos entre sí.—Ejemplos.

LECCIÓN 8.<sup>a</sup>

Cambios de planos.—Adopción de nuevos planos de proyección.

Cambios de planos en el supuesto de que un punto, una recta ó un plano definido de un modo cualquiera tome una posición determinada respecto á los nuevos planos.

LECCIÓN 9.<sup>a</sup>

Giros.—Objeto de esta teoría. Giros alrededor de ejes perpendiculares á uno de los planos de proyección y oblicuos con relación á ambos.

LECCIÓN 10.<sup>a</sup>

Rebatimientos.—Objeto de esta teoría. Rebatimiento de un punto situado en un plano conocido. Casos directo é inverso.

LECCIÓN 11.<sup>a</sup>

Distancias.—Mínima distancia de un punto á una recta y á un plano.

Mínima distancia entre dos rectas y entre dos planos paralelos.

Verdaderas magnitudes de figuras situadas en planos definidos de un modo cualquiera.

Casos diversos.

LECCIÓN 12.<sup>a</sup>

Ángulos. Ángulo de dos rectas y determinación de sus bisectrices. Ejemplos.

Ángulo de una recta con un plano y de dos planos entre sí. Casos diversos.

LECCIÓN 13.<sup>a</sup>

Resolución de los diferentes casos del ángulo triedro.

II

Poliedros.

LECCIÓN 14.<sup>a</sup>

Representación y desarrollo de poliedros en general.

Prismas y pirámides.

Poliedros regulares.

Trazas de poliedros y su desarrollo.

Secciones planas é intersección de poliedros.

Casos más importantes.

SEGUNDA PARTE

LÍNEAS Y SUPERFICIES CURVAS

I

Líneas curvas.

LECCIÓN 15.<sup>a</sup>

Curvas planas, gráficas ó geométricas, consideradas en general.

Tangente y normal. Evoluta.

Inflexión.

Retroceso.

Punto múltiplo.

Ramas infinitas.

Asíntotas.

Círculo osculador.

Curvas tangentes y osculatrices.

Trazado de tangentes y normales á las curvas geométricas.

LECCIÓN 16.<sup>a</sup>

Ejemplos de curvas planas especiales. Sinusoide. Cicloide. Epicycloide. Espiral. Generación, clasificación y trazado de estas líneas y determinación de tangentes en uno cualquiera de sus puntos.

LECCIÓN 17.<sup>a</sup>

Curvas alabeadas en general. Tangente y normal. Plano normal. Plano y círculo osculador. Centro y radio de curvatura.

Puntos singulares.

Proyecciones.

Evolventes y evolutas.

II

Superficies desarrollables y envolventes.

LECCIÓN 18.<sup>a</sup>

Superficies en general. Definición, generación y clasificación. Carácter esencial y condiciones de existencia de tangentes y planos tangentes.

Normal y plano normal.

Superficies y planos diametrales. Planos de simetría.

Representación gráfica. Contorno aparente.

LECCIÓN 19.<sup>a</sup>

Superficies desarrollables. Definición y propiedades. Cono director de la superficie. Plano tangente. Arista de retroceso. Representación gráfica. Diversas maneras de engendrar la superficie desarrollable.

Casos particulares de superficies cónicas y cilíndricas.

LECCIÓN 20.<sup>a</sup>

Superficies involutas y envolventes. Definición. Ejemplos diversos.

LECCIÓN 21.<sup>a</sup>

Superficies regladas. Cono director de una superficie reglada en general. Superficie reglada determinada por dos directrices y un cono director.

Superficie desarrollable determinada por una directriz y un cono director. Utilidad del cono director en las construcciones gráficas.

LECCIÓN 22.<sup>a</sup>

Planos tangentes á las superficies desarrollables en general. Sus propiedades. Planos tangentes, dada la generatriz de contacto, desde un punto exterior ó paralelos á una recta dada.

Resolución de este problema en los casos particulares de superficies cónicas y cilíndricas. Planos tangentes comunes á estos dos géneros de superficies y sujetos á determinadas condiciones.

LECCIÓN 23.<sup>a</sup>

Secciones planas de las superficies desarrollables. Caso particular del cilindro. Puntos de la curva de sección situados sobre los contornos aparentes.

Puntos más próximos y más distantes á un plano dado, sea éste horizontal ú oblicuo al horizonte. Plano tangente en un punto cualquiera de la intersección y verdadera magnitud de esta curva.

Sección recta de un cilindro.—Métodos diversos para hallarla. Desarrollo de la superficie.

LECCIÓN 24.<sup>a</sup>

Intersección de un cono cualquiera con un plano oblicuo respecto á los planos de proyección.

Métodos diversos.

Puntos sobre los contornos aparentes.

Puntos más próximos y más distantes á un plano dado.

Tangente en un punto de la curva de intersección.

Verdadera magnitud de ésta.

LECCIÓN 25.<sup>a</sup>

Intersección de un cono de revolución con un plano. Determinación de las asíntotas en el caso que la sección sea una hipérbola.

Desarrollo de la superficie.

LECCIÓN 26.<sup>a</sup>

Hélice.—Tangentes á esta curva. Hélice desarrollable. Generación y representación de dicha superficie. Planos tangentes. Secciones planas y cilíndricas concéntricas con la hélice primitiva.

III

Superficies de revolución y de segundo grado.

LECCIÓN 27.<sup>a</sup>

Superficies de revolución. Generación y representación. Planos tangentes en un punto dado. Sus propiedades. Normal.

LECCIÓN 28.<sup>a</sup>

Ejemplos de superficie de revolución. Elipsoide. Generación y representación. Propiedades.—Plano tangente en un punto.

LECCIÓN 29.<sup>a</sup>

Hiperboloide de revolución de una y dos hojas. Generación y representación. Propiedades. Plano tangente en un punto. Cono asintótico.

LECCIÓN 30.<sup>a</sup>

Paraboloides elíptico é hiperbólico. Generación y representación.—Propiedades. Plano tangente en un punto.

LECCIÓN 31.<sup>a</sup>

Conos y cilindros circunscritos á las superficies. Metodo general para determinar la curva de contacto. Reducción de este problema al de trazado de planos tangentes.

Planos tangentes á las superficies de revolución, desde un punto exterior, por los métodos llamados del paralelo y del meridiano, ó sea mediante el empleo de involutas auxiliares cónicas ó cilíndricas. Metodo de la involuta esférica.

LECCIÓN 32.<sup>a</sup>

Plano tangente á una superficie de revolución paralelo á una recta dada adoptando como superficie auxiliar cualquiera de las involuta cónica, cilíndrica ó esférica.

LECCIÓN 33.<sup>a</sup>

Plano tangente á una superficie de revolución de segundo grado y que pase por una recta dada. Métodos diversos. Caso particular de la esfera. Sección plana de una superficie cualquiera de revolución. Puntos sobre los contornos aparentes. Puntos más próximos y más distantes á un plano cualquiera.

LECCIÓN 34.<sup>a</sup>

Superficies de segundo grado en general. Generación. Como, circunscrito á una superficie de segundo grado desde un punto exterior. Métodos diversos. Propiedades de la curva de contacto. Determinación de los puntos situados sobre los contornos aparentes y de los más próximos y más distantes á un plano cualquiera.

LECCIÓN 35.<sup>a</sup>

Cilindro circunscrito á una superficie de segundo grado y paralela, á una recta dada. Métodos diversos. Propiedades de la curva de contacto. Determinación de los puntos de esta curva situados sobre los contornos aparentes y de los que se encuentran á distancia máxima ó mínima de un plano cualquiera, ya ocupe esta una posición horizontal ó ya inclinada.

Relación entre la generatriz de un cono ó cilindro circunscrito á una superficie de segundo grado y la tangente á la curva de contacto en el pie de la generatriz.

IV.

Superficies alabeadas y helicoidales.

LECCIÓN 36.<sup>a</sup>

Generación de las superficies alabeadas. Condiciones diversas que pueden regir el movimiento de la generatriz. Generación cuando el cono director es uno de los datos. Casos particulares.

LECCIÓN 37.<sup>a</sup>

Planos tangentes en los diversos puntos de una generatriz rectilínea de una superficie alabeada. Sus propiedades y las que ofrecen los planos tangentes al cono director. Superficies alabeadas tangentes á lo largo de una misma generatriz. Metodo general para trazar el plano tangente en un punto dado sobre una generatriz de una superficie alabeada. Casos particulares de simplificación. Paraboloides tangencial y normal.

LECCIÓN 38.<sup>a</sup>

Planos tangentes á las superficies alabeadas por un punto exterior, paralelos á una recta ó conteniéndola, y paralelos á un plano.

LECCIÓN 39.<sup>a</sup>

*Hiperboloide de una hoja.*  
Sistemas de generación.  
Propiedades.  
Representación.  
Plano tangente.  
Cono asintótico.  
Secciones planas.—Discusión sobre la naturaleza de la sección.  
Caso particular en que el hiperboloide sea de revolución.

LECCIÓN 40.<sup>a</sup>

*Paraboloide hiperbólico.*  
Sistemas de generación.  
Propiedades.  
Representación.  
Plano tangente.  
Secciones planas.—Discusión sobre la naturaleza de la sección.

LECCIÓN 41.<sup>a</sup>

*Conoide recto y oblicuo.*  
Generación y representación.  
Plano tangente.  
Paraboloides tangencial y normal.  
Secciones planas.

LECCIÓN 42.<sup>a</sup>

*Corno de vaca.*  
Generación y representación.  
Cono director.  
Plano tangente.  
Paraboloides tangencial y normal.  
Secciones planas.

LECCIÓN 43.<sup>a</sup>

*Helicoide alabeado de cono ó de plano director.*  
Generación y representación.  
Secciones notables.  
Paraboloides tangencial y normal.

LECCIÓN 44.<sup>a</sup>

*Helicoides no reglados.*—Generación y representación.  
Plano tangente.  
Helicoide alabeado tangencial.  
Caso en que la generatriz curvilínea es una circunferencia cuyo plano es normal á la hélice directriz.

LECCIÓN 45.<sup>a</sup>

*Desarrollable circunscripta á varias superficies.*  
Teoría general.  
Plano tangente y desarrollable circunscripta á dos superficies.  
Plano tangente á tres ó más superficies.

## V.

*Intersección de superficies.*

LECCIÓN 46.<sup>a</sup>

*Intersección de superficies curvas en general.*  
Método para determinar la tangente en un punto cualquiera de la curva de intersección.

LECCIÓN 47.<sup>a</sup>

*Intersección de dos cilindros.*  
Puntos notables.  
Tangente á la curva de intersección.  
Casos que pueden ocurrir.  
Ramas infinitas.  
Caso en que la rama de entrada de la curva de penetración es plana.

LECCIÓN 48.<sup>a</sup>

*Intersección de dos conos.*  
Casos que pueden presentarse.  
Puntos notables.  
Tangentes.  
Ramas infinitas.

LECCIÓN 49.<sup>a</sup>

*Intersección de cono y cilindro.*  
Tangente.  
Desarrollo de una superficie cónica de base cualquiera.

LECCIÓN 50.<sup>a</sup>

*Intersección de dos superficies de revolución cuyos ejes se cortan.*  
Tangentes.  
Casos particulares de penetración de un cono ó un cilindro en una esfera.  
Propiedades de la penetración cuando la curva de entrada es plana.

LECCIÓN 51.<sup>a</sup>

*Intersección del toro con el conoide.*  
Proyecciones de las curvas de intersección y tangente en uno cualquiera de los puntos de éstas.

## VI

*Curvatura de superficies.*

LECCIÓN 52.<sup>a</sup>

*Curvatura de una superficie en cada uno de sus puntos.*  
Superficies osculadoras.  
Radios de curvatura.  
Secciones normales principales.  
Discusión de la curvatura de las secciones normales en una superficie convexa y no convexa.  
Elipsoide ó hiperboloide osculador de una superficie cualquiera en un punto.

LECCIÓN 53.<sup>a</sup>

*Líneas de curvatura de una superficie cualquiera.*  
Secciones principales.  
Ejemplos de líneas de curvatura y de secciones principales en las superficies desarrollables, de revolución, de segundo grado y alabeadas.  
Obras de texto y consulta: *Curso de Geometría descriptiva*, por D. José Antonio Elizalde.—*Tráites de Géométrie descriptive*, por M. G. F. Leroy et par M. Jules de La Gournerie.—*Geometría descriptiva*, por D. Eduardo Torroja.

Programa de cálculo diferencial.

LECCIÓN 1.<sup>a</sup>

*Nociones preliminares.*—Nociones sobre las funciones de una ó de varias variables.—Método de los límites.—Método

todo infinitesimal.—Diversos órdenes de infinitamente pequeños.

LECCIÓN 2.<sup>a</sup>

*Teoremas sobre las derivadas y las diferenciales.*—Origen y objeto del cálculo diferencial.—Función derivada.—Propiedades de las funciones derivadas.—Diferencial.—Derivadas de las funciones de función.

LECCIÓN 3.<sup>a</sup>

*Reglas de diferenciación.*—Diferencial de una suma, de un producto y de un cociente de funciones.—Diferencial de una potencia y de una expresión imaginaria.—Caso de las funciones compuestas.

LECCIÓN 4.<sup>a</sup>

*Nociones sobre las series.*—Definiciones.—Teoremas sobre la convergencia de las series.—Estudio de algunas series.—Límite de  $(1 + \frac{1}{m})^m$  cuando  $m$  crece indefinidamente.

LECCIÓN 5.<sup>a</sup>

*Diferenciación de las funciones trascendentes.*—Diferenciación de las funciones logarítmicas, de las funciones exponenciales y de las funciones circulares directas é inversas. Ejemplos.

LECCIÓN 6.<sup>a</sup>

*Diferenciación de las funciones implícitas.* Cambio de la variable independiente.—Funciones implícitas dadas por una sola ecuación. Eliminación de una constante entre la ecuación propuesta y la que se obtiene por la diferenciación.—Funciones implícitas dadas por un número cualquiera de ecuaciones.—Derivadas y diferenciales sucesivas.—Ejemplos. Cambio de la variable independiente.

LECCIÓN 7.<sup>a</sup>

*Diferenciación de las funciones de varias variables independientes.*—Diferenciales, parciales y totales. Propiedades de la diferencial total.—Diferenciación de una función compuesta de funciones de varias variables independientes.—Diferenciales de las funciones implícitas de varias variables independientes.—Derivadas y diferenciales de diversos órdenes.—Teorema sobre el orden de las diferenciaciones.—Diferenciales totales de diversos órdenes de una función de varias variables independientes.—Derivadas parciales de las funciones implícitas.

*Aplicaciones analítica del cálculo diferencial.*

LECCIÓN 8.<sup>a</sup>

*Desarrollo en serie de las funciones de una sola variable.*—Demostración de la serie de Taylor. Forma del resto. Límites del error cometido deteniéndose en un término cualquiera.—Serie de Maclaurin.

LECCIÓN 9.<sup>a</sup>

*Aplicaciones de la serie de Maclaurin.*—Desarrollo de las funciones exponenciales  $e^x$ ,  $a^x$ . Desarrollo de  $\sin x$  y de  $\cos x$ .—Fórmula del binomio para un exponente cualquiera.—Desarrollo de  $\log(1+x)$ .—Fórmulas para el cálculo de los logaritmos.

LECCIÓN 10.<sup>a</sup>

*Fórmula de Moivre y sus consecuencias.*—Generalidades sobre las expresiones imaginarias.—Fórmula de Moivre.—Desarrollo del seno y del coseno de un múltiplo de un arco según las potencias del seno y del coseno de este arco.—Desarrollo de una potencia de un seno ó de un coseno según los senos ó los cosenos de los múltiplos del arco.—Teoría de las expresiones imaginarias.

LECCIÓN 11.<sup>a</sup>

*Expresiones que se presentan bajo una forma indeterminada.*—Determinación de los valores particulares de las funciones que se presentan bajo las formas  $\frac{0}{0}$ ,  $\frac{\infty}{\infty}$ ,  $0 \times \infty$ ,  $0^0$ ,  $1^\infty$ .—Ejemplos.

LECCIÓN 12.<sup>a</sup>

*Desarrollo de las funciones de diversas variables.*—Extensión del teorema de Taylor á las funciones de varias variables. Extensión del teorema de Maclaurin.

LECCIÓN 13.<sup>a</sup>

*Máximos y mínimos de las funciones de una variable.*—Máximos y mínimos de las funciones de una sola variable independiente.—Condiciones á que deben satisfacer los valores de la variable independiente que hagan máxima ó mínima la función. Caso de las funciones implícitas.

*Aplicaciones geométricas del cálculo diferencial.*

LECCIÓN 14.<sup>a</sup>

*Teoría de las tangentes y de las normales á las curvas planas.*—Ecuación de la tangente y de la normal á una curva cualquiera referida á coordenadas rectilíneas, ya sean los ejes rectangulares ó oblicuos.—Definiciones de la subtangente, la subnormal y las longitudes de la tangente y de la normal.—De la concavidad y de la convexidad de las curvas planas.

LECCIÓN 15.<sup>a</sup>

*Teoremas sobre las áreas y arcos de las curvas planas.*—Diferencial del área de una curva plana.—Áreas consideradas como límites de una suma de paralelogramos.—Aplicaciones.  
Diferencial de un arco de curva. Límite de la relación de un arco á su cuerda.—Teoremas sobre los arcos considerados como límites de polígonos.

LECCIÓN 16.<sup>a</sup>

*Curvas planas referidas á coordenadas polares.*—Determinación de la tangente.—Longitud de las líneas llamadas subtangente y subnormal.—Diferencial del arco de un sector.—Diferencial de un arco de curva.—Aplicaciones á la elipse, á la espiral de Arquímedes, á la hiperbólica y á la logarítmica.

LECCIÓN 17.<sup>a</sup>

*Teoría del contacto de las curvas planas.*—Contactos de diversos órdenes de las curvas planas.—Caracteres geométricos para reconocer el orden de contacto de las curvas que tengan un punto común.—Curvas osculadoras á otra propuesta.—Círculo osculador y determinación de todos sus elementos.—Aplicación á las secciones cónicas.

LECCIÓN 18.<sup>a</sup>

*Evolutas y evolventes de las curvas planas.*—Propiedades generales de las evolutas.—La normal á la evolvente es

tangente á la evoluta en el centro de curvatura.—La diferencia de dos radios de curvatura es igual al arco correspondiente de la evoluta.

Radio de curvatura y evoluta de la parábola, elipse ó hiperbola.—Evolvente de una curva móvil.

LECCIÓN 19.<sup>a</sup>

*Estudio particular de la cicloide.*—Definiciones y ecuación de la cicloide.—Tangente y normal.—Radio y centro del círculo osculador.—Evoluta de la cicloide.—Longitud de un arco de cicloide.

LECCIÓN 20.<sup>a</sup>

*Curvatura de las curvas planas.*—Expresión del radio de curvatura cuando es cualquiera la variable independiente.—Expresión del radio de curvatura en coordenadas polares.—Ejemplos.—1.º Curvas de 2.º grado.—2.º Espiral logarítmica.  
Curvatura de las curvas planas.—Círculo, centro y radio de curvatura.—Angulo de contingencia.

Identidad entre el círculo de curvatura y el círculo osculador.—Expresión del radio de curvatura en coordenadas polares.

LECCIÓN 21.<sup>a</sup>

*Curvas alabeadas ó de doble curvatura.*—Definición de lo que se entiende por curvas alabeadas y tangentes á las mismas.—Ecuación de la tangente.—Ángulos de la tangente con los ejes.—Ecuación del plano normal.—Diferencial del arco de una curva de doble curvatura.

LECCIÓN 22.<sup>a</sup>

*Superficies curvas y líneas de doble curvatura.*—Ecuación del plano tangente á una superficie.—Ecuación de la normal á una superficie.—Ángulos que la normal forma con los ejes coordenados.—Plano osculador.—Normal principal.

LECCIÓN 23.<sup>a</sup>

*Curvatura de las líneas en el espacio. Hélice.*—Definición de lo que se entiende por ángulo de contingencia en una curva alabeada.—Definición de la curvatura en un punto.—Expresión del radio de curvatura. Círculo osculador. Radio de torsión ó de segunda curvatura.

Definición y evacuación de la hélice.—Tangente á la hélice.—Radio y centro de curvatura.—Plano osculador.—Ángulo y radio de torsión.

LECCIÓN 24.<sup>a</sup>

*Puntos singulares de las curvas planas.*—Definición de los puntos singulares de las curvas planas.—Puntos de inflexión, múltiples, de retroceso, conjugados, de detención y angulosos.—Método de determinarlos.

*Cálculo integral.*

LECCIÓN 25.<sup>a</sup>

*Reglas para la integración de las funciones.*—Definición y notaciones.—Integración de una diferencial multiplicada por un factor constante. Integración inmediata de algunas funciones simples. Integración de una suma. Integración por partes. Ejemplos.—Integración por sustitución.—Ejemplos

LECCIÓN 26.<sup>a</sup>

*Integración de las fracciones racionales.*—Caso de las raíces simples.—Caso particular de las raíces simples imaginarias y de las raíces múltiples.

LECCIÓN 27.<sup>a</sup>

*Integración de las funciones irracionales.*—Funciones que sólo contienen irracionales monómicas.—Funciones que contienen un radical de segundo grado.—Ejemplos.

LECCIÓN 28.<sup>a</sup>

*Diferenciales binomias.*—Su definición.—Condiciones á que éstas deben satisfacer para ser integrables.—Fórmulas de reducción.

LECCIÓN 29.<sup>a</sup>

*Integración de las funciones trascendentes.*—Funciones que se refieren á las funciones algebraicas.—Integral de  $\frac{P}{Q} dx$ .

Ejemplos.—1.º  $\int \frac{dx}{1+x^2}$ —2.º  $\int \frac{dx}{1+x^2} \arcsen x$ —3.º  $\int \frac{dx}{1+x^2} \arcsen x$   
Integración de los productos de senos y de cosenos. Integración de las diferenciales de la forma  $\sin^m x \cos^n x dx$ —Condiciones para que sea integrable.

LECCIÓN 30.<sup>a</sup>

*Integrales definidas.*—Definiciones y notaciones.—Significación geométrica de la integral definida.—Ejemplos de integrales definidas.—Integrales definidas consideradas como límites de sumas.—Inversión del orden de los límites de una integral definida.—Cálculo aproximado de ésta.

LECCIÓN 31.<sup>a</sup>

*Integrales definidas en las cuales los límites llegan á ser infinitos.*—Casos en que el valor de la integral puede ser finito, infinito ó indeterminado.—Integrales en las cuales la función bajo el signo integral llega á ser infinita entre los límites de la integración ó para estos límites.

Exposición del método de integración por series.—Ejemplos:

$$1.^\circ \int \frac{dx}{1+x}$$

$$2.^\circ \int_0^x \frac{dx}{1+x^2} \arcsen x.$$

$$3.^\circ \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \arcsen x.$$

*Aplicaciones geométricas del cálculo integral.*

LECCIÓN 32.<sup>a</sup>

*Cuadratura de las superficies planas.*—Fórmulas generales.—Caso en que las superficies estén limitadas por curvas referidas á coordenadas rectilíneas: parábola, hipérbola, círculo y elipse.

LECCIÓN 33.<sup>a</sup>

*Rectificación de las curvas planas.*—Fórmula general.—Rectificación de la parábola, elipse, hipérbola, y cicloide.

LECCIÓN 34.<sup>a</sup>

*Cubicación de los sólidos.*—Expresión del volumen de un sólido de revolución.—Aplicación al elipsoide.

Expresión del volumen de un cuerpo terminado por superficies cualesquiera.

LECCIÓN 35.<sup>a</sup>

*Integrales múltiples.* Integrales dobles y triples. Áreas de las superficies curvas.—Caso de las superficies de revolución.—Aplicación a la zona esférica y al elipsoide de revolución.

LECCIÓN 36.<sup>a</sup>

*Diferenciación e integración bajo el signo integral.* Diferenciación de una integral definida con relación a sus límites.—Interpretación geométrica.—Diferenciación de una integral definida con relación a un parámetro variable.—Interpretación geométrica.—Diferenciación de una integral indefinida.

Integración bajo el signo integral: interpretación geométrica.

LECCIÓN 37.<sup>a</sup>

*Integración de las diferenciales totales y de las ecuaciones diferenciales.*—Condiciones de integrabilidad e integración en el caso de dos variables.—Extensión al caso de diversas variables.

Ecuaciones diferenciales.—Definiciones.—Ecuaciones de primer orden.—Separación de las variables.—Ecuaciones homogéneas.

Ecuaciones lineales de primer orden: Ejemplos. Ecuaciones que se refieren a las ecuaciones lineales.

LECCIÓN 38.<sup>a</sup>

*Cálculo de variaciones.*—Objeto del cálculo de variaciones.—Definiciones y notaciones.—Teoremas sobre la permutación de los signos  $d$  y  $\delta$  y  $\delta$  y  $\delta$ .—Variación de la integral definida  $\int V dx$ .—Caso en que  $V$  no depende de los límites: caso en que contiene dos funciones de  $x$ : caso en que depende de los límites.

La obra de texto será: *Cours d'analyse de l'Ecole Polytechnique*, de M. Sturm.

## Programa de Mecánica racional.

## Cinematística.

LECCIÓN 1.<sup>a</sup>

*Movimiento de un punto material.*—Definición de la mecánica: su división. Nociones preliminares: del espacio, del tiempo y del movimiento.

Trayectoria.—Ecuación del movimiento sobre la trayectoria.—Ley del movimiento y su representación gráfica.—Movimiento uniforme: velocidad.—Movimiento variado: velocidad: su determinación analítica y gráfica.—Movimiento uniformemente variado.—Curva de los espacios y de las velocidades.—Comparación de estas dos curvas.—Definición general de la velocidad: velocidad angular, de circulación, de deslizamiento, aerolar.—Proyección del movimiento sobre un plano fijo y sobre una recta fija.

LECCIÓN 2.<sup>a</sup>

*Movimiento de un sólido o sistema invariable.*—Movimiento de traslación y de rotación.—Velocidad angular, sea el movimiento uniforme o variado.—Movimiento elemental de una figura plana en su plano: centro instantáneo de rotación.—Movimiento elemental de un sólido cuyos puntos se mueven paralelamente a un plano.—Movimiento de una figura esférica sobre su esfera y de un sólido que tiene un punto fijo.

LECCIÓN 3.<sup>a</sup>

Movimiento elemental de un sólido que se mueve de un modo cualquiera en el espacio.—Movimiento helicoidal.—Eje instantáneo de rotación y de traslación: su determinación.—Movimiento continuo de una figura plana en su plano.—Movimiento epicicoidal.—Sistemas articulados de cuerpos rígidos.—Propiedades de las epicicloides.—Movimiento continuo de un sólido que tiene un punto fijo.—Teorema de Poincaré.—Movimiento continuo de un sólido en el caso general.

LECCIÓN 4.<sup>a</sup>

*Movimiento absoluto y relativo de un punto material.*—Movimientos simultáneos de un punto.—Movimientos componentes y resultantes.—Composición de las velocidades: paralelogramo, polígono y paralelepípedo de las velocidades.—Descomposición de la velocidad.—Movimiento de un punto referido a coordenadas rectilíneas ó a coordenadas polares.

LECCIÓN 5.<sup>a</sup>

*Movimiento simultáneo de un sólido.*—Composición de los movimientos simultáneos de un sólido.—Composición de dos ó más traslaciones.—Composición de una traslación y una rotación.—Composición de dos rotaciones cuyos ejes son paralelos.—Par de rotaciones.—Composición de rotaciones cuyos ejes son concurrentes.—Paralelogramo de las rotaciones.—Composición de dos rotaciones cuyos ejes no están en un plano.—Composición de movimientos cualesquiera.—Descomposición de un movimiento elemental cualquiera en tres traslaciones y tres rotaciones.

LECCIÓN 6.<sup>a</sup>

*Teoría de los movimientos relativos.*—Movimiento relativo de un punto material referido a un sistema de ejes, animado de un movimiento de traslación en el espacio.—Movimiento relativo de un punto cuando el de los ejes es de rotación.—Movimiento relativo cuando los ejes se mueven de un modo cualquiera en el espacio.—Movimiento relativo de dos sólidos que se mueven de un modo cualquiera en el espacio. Teoría de la rodadura y resbalamiento de los sólidos los unos sobre los otros: aplicación a los engranajes cilíndricos y cónicos.

LECCIÓN 7.<sup>a</sup>

*Aceleración en el movimiento de un punto.*—Aceleración en el movimiento rectilíneo uniformemente variado.—Aceleración en el movimiento variado general: ley de la variación de la velocidad en este movimiento.—Aceleración en el movimiento curvilíneo: aceleración tangencial y centrípeta.—Curva de las aceleraciones.—Comparación de las curvas de los espacios de las velocidades y de las aceleraciones.—Aceleración en el movimiento proyectado sobre un plano fijo y sobre una recta fija.—Aceleración en el movimiento de un punto referido a un sistema de coordenadas rectilíneas.

LECCIÓN 8.<sup>a</sup>

*Determinación de la aceleración de un punto por el camino que recorre en el espacio.*—Aceleración en el movimiento curvilíneo.—Caso en que uno de los movimientos componentes es de traslación. Caso en que el movimiento de arrastre es cualquiera.—Teorema de Coriolis.—Componentes de la aceleración complementaria.

## Estática.

LECCIÓN 9.<sup>a</sup>

Definición de la fuerza: su representación geométrica y analítica.—Comparación de las fuerzas.—Definición del equilibrio y del movimiento de un cuerpo.

*Composición y equilibrio de fuerzas concurrentes.*—Resultado de varias fuerzas.—Composición de varias fuerzas.—1.º Que tienen la misma línea de acción.—2.º Que son concurrentes.—Paralelogramo, triángulo, polígono y paralelepípedo de fuerzas.

Condiciones de equilibrio entre fuerzas concurrentes, estén ó no en un plano.—Equilibrio de un punto que debe permanecer sobre una superficie ó sobre una curva.—Cálculo de la reacción.

LECCIÓN 10.<sup>a</sup>

*Composición y equilibrio de fuerzas paralelas.*—Composición de dos fuerzas paralelas.—Par de fuerzas.—Composición de un número cualquiera de fuerzas paralelas.—Centro de fuerzas paralelas.—Teorema de los momentos.—Cálculo de las coordenadas del centro de varias fuerzas paralelas.—Equilibrio de las fuerzas paralelas, estén ó no en un plano.

LECCIÓN 11.<sup>a</sup>

*Transformación, composición y descomposición de los pares.*—Traslación y equivalencia de los pares.—Composición de los pares situados en un plano, en planos paralelos ó concurrentes.—Descomposición de un par en dos situados en planos dados.

LECCIÓN 12.<sup>a</sup>

Representación de los pares por sus ejes.—Composición de los pares bajo este nuevo aspecto.—Paralelogramo de los pares.—Relaciones entre sus elementos.—Composición de un número cualquiera de pares.—Paralelepípedo de los pares y relaciones entre sus elementos.—Aplicación de la teoría de los pares a la composición de las fuerzas.—Reducción de todas las fuerzas aplicadas a un sólido invariable a una fuerza y un par. Cómo se logra que el plano del par sea perpendicular a la dirección de la fuerza.—Eje central.—Determinación gráfica del eje central.—Condición geométrica, para que un sistema de fuerzas tenga resultante única.—Reducción de todas las fuerzas del sistema a dos no situadas en un plano.

LECCIÓN 13.<sup>a</sup>

*Composición y equilibrio de las fuerzas aplicadas a un sistema invariable.*—Reducción de las fuerzas aplicadas a un sistema invariable.—Composición y equilibrio de un sistema de fuerzas situadas en un plano.—Expresión de las condiciones de equilibrio en función de las componentes de las fuerzas y de las coordenadas de sus puntos de aplicación.—Convenio sobre los signos.—Ecuaciones generales de equilibrio.—Introducción de las mínimas distancias en las ecuaciones de equilibrio.

LECCIÓN 14.<sup>a</sup>

Condición analítica para que un sistema cualquiera de fuerzas tenga resultante única.—Determinación de la resultante.—Caso en que el sistema tiene un punto ó un eje fijo: determinación de las reacciones.—Equilibrio de un cuerpo que descansa sobre un plano: diversos casos referentes al número de apoyos.

LECCIÓN 15.<sup>a</sup>

*Estática gráfica.*—Objeto de la Estática gráfica: comparación con la analítica.—Representación de las fuerzas: polígono de fuerzas: escalas de fuerzas.

*Composición y descomposición gráfica de fuerzas situadas en un plano.*—Composición y descomposición de fuerzas concurrentes, paralelas y de direcciones arbitrarias.—Paralelogramo, triángulo y polígono de fuerzas.—Polígono funicular: su trazado y propiedades geométricas y mecánicas.

Descomposición de la resultante de un sistema de fuerzas en tres direcciones situadas en el plano que contiene el sistema.

*Condiciones gráficas de equilibrio.*—Condiciones gráficas para que un sistema de fuerzas situadas en un plano admita una resultante ó se equilibre.—Condiciones gráficas para que se reduzca a un par.—Caso de fuerzas paralelas.

*Momentos de un sistema de fuerzas situadas en un plano.*—Construcción gráfica del momento de una fuerza ó un sistema de fuerzas respecto a un punto. Equivalencia entre las ecuaciones generales de equilibrio de un sistema de fuerzas situadas en un plano, el polígono de fuerzas y el funicular.

LECCIÓN 16.<sup>a</sup>

*Principio de las velocidades virtuales.*—Definición de la velocidad virtual y del momento virtual.—Enunciado general del teorema de las velocidades virtuales ó del trabajo virtual.—Demostración de este principio:—1.º, caso de un punto material.—2.º, de dos puntos materiales cuya distancia es invariable.—3.º, caso general de un sistema de enlaces completos.—4.º, de un sistema de enlaces incompletos.—5.º, cuando se expresan los enlaces por desigualdades.

LECCIÓN 17.<sup>a</sup>

Aplicación del teorema de las velocidades virtuales.—Ecuaciones de equilibrio de un sistema invariable deducidas del teorema de las velocidades virtuales.—Caso en que el sólido tiene uno, dos ó más puntos fijos.—Equilibrio del polígono funicular.—Equilibrio estable, inestable é indiferente.

## Aplicaciones de la Estática.

LECCIÓN 18.<sup>a</sup>

*Centros de gravedad.*—Nociones sobre la gravedad.—Peso.—Centro de gravedad.—Peso específico.—Centro de gravedad de un conjunto de cuerpos enlazados entre sí invariablemente.—Determinación del centro de gravedad de un cuerpo.—Reglas que simplifican la determinación del centro de gravedad.

LECCIÓN 19.<sup>a</sup>

*Centro de gravedad de las líneas.*—Determinación del centro de gravedad de una línea cualquiera.—Línea recta.—Contorno de un polígono.—Arco de círculo ó de parábola.—Método gráfico para un contorno plano.

LECCIÓN 20.<sup>a</sup>

*Centro de gravedad de las superficies.*—Determinación del centro de gravedad de una superficie cualquiera.—Métodos analíticos y gráficos.—Casos en que las superficies sean planas.—Triángulo, polígono, trapecio, sector y segmento de círculo. Parte de corona circular comprendida entre dos radios, segmento parabólico.

LECCIÓN 21.<sup>a</sup>

Determinación del centro de gravedad de una superficie de revolución.—Zona esférica y parabólica.—Teorema de Guldin.—Volumen de un cilindro.

LECCIÓN 22.<sup>a</sup>

*Centro de gravedad de los cuerpos.*—Volumen y centro de gravedad de un cuerpo cualquiera.—Determinación del centro de gravedad de un paralelepípedo, prisma, cilindro, pirámide, cono, sector esférico y segmento esférico.—Centro de gravedad de los sólidos de revolución.—Cuerpos cuyo centro de gravedad se obtiene por una integración.

LECCIÓN 23.<sup>a</sup>

Equilibrio de los sistemas planos formados por barras articuladas.—Definición de las figuras geométricas que forman los sistemas articulados.—Figuras deformables, estrictamente indeformables y de lados sobrantes.—Número de condiciones necesarias para definir un polígono de  $n$  vértices.—Definición de las figuras recíprocas.—Condiciones para que una figura admita otra recíproca.—Definición de los sistemas triangulados: caracteres esenciales de estos sistemas.

Método para determinar las tensiones ó presiones que sufren las barras de un sistema triangulado libre.—1.º Condiciones de equilibrio.—2.º Determinación de las tensiones ó presiones.—Métodos de Cremona, de Culmann y de Ritter.—Caso de las figuras deformables y de lados sobrantes.—Condiciones necesarias y suficientes para que la Estática determine las fuerzas que actúan sobre las barras de un sistema articulado libre.

LECCIÓN 24.<sup>a</sup>

*Curvas funiculares referentes a fuerzas situadas en un plano.*—Curvas funiculares y curvas de fuerzas.—Ecuación diferencial de las curvas funiculares planas, atendiendo a su definición geométrica y mecánica.—Caso general y caso en que las fuerzas sean verticales.—Curva funicular correspondiente a una carga vertical uniformemente repartida según una horizontal.—Caso de una presión, ya normal a la curva funicular, ya uniformemente repartida.

LECCIÓN 25.<sup>a</sup>

Momentos de diversos órdenes referentes a fuerzas paralelas cuyos puntos de aplicación están situados en un plano.—Momentos estáticos de segundo orden y de inercia.—Ley de la variación de los momentos de inercia respecto a ejes paralelos ó concurrentes.—Ecuación de la elipse central de inercia.—Propiedades de los diámetros conjugados de la elipse de inercia.—Determinación de los momentos de inercia del rectángulo, cuadrado, triángulo, círculo, elipse, corona circular ó elíptica, rombo y polígono regular.

LECCIÓN 26.<sup>a</sup>

*Estudio del equilibrio en las máquinas simples.*—Definición de las máquinas bajo el concepto estático.—Equilibrio de la palanca, del torno, de la polea fija ó móvil, de un sistema de poleas y de la balanza de Quintenz.

LECCIÓN 27.<sup>a</sup>

*Rozamientos de primera y segunda especie.*—Acciones mutuas de dos cuerpos que se tocan. Experimentos para determinar las leyes de los rozamientos de primera y segunda especie.

Equilibrio de la cuña, del tornillo y del plano inclinado, teniendo en cuenta el rozamiento.—Transporte de pesos sobre rodillos.

## Dinámica.

LECCIÓN 28.<sup>a</sup>

Principios fundamentales de la Dinámica: principio de la inercia; de la reacción y de la independencia de los movimientos.

Masa de un punto material y de un cuerpo.—Relación entre las fuerzas, las masas y las velocidades.—Cantidad de movimiento.—Fuerza motriz y aceleratriz.—Relación entre el peso y la masa.—Unidades que se emplean en Mecánica.

*Movimiento de los cuerpos pesados.*—Movimiento vertical ascendente ó descendente de los cuerpos pesados en el vacío y en el aire.—Movimiento de un cuerpo pesado sobre un plano inclinado.—Determinación de la constante  $g$ .

LECCIÓN 29.<sup>a</sup>

*Movimiento curvilíneo y fuerzas que lo producen.*—Proyección de un movimiento rectilíneo y uniforme sobre un eje.—Velocidad en el movimiento curvilíneo.—Fuerzas que producen un movimiento dado.—Ecuaciones diferenciales del movimiento de un punto material.—Movimiento de un cuerpo pesado lanzado en el vacío en una dirección cualquiera.

LECCIÓN 30.<sup>a</sup>

Movimiento de un punto material no libre.—Movimiento de un punto sobre una curva ó una superficie determinada.—Descomposición de la fuerza motriz en fuerza tangencial y fuerza centrípeta en ambos casos.—Presiones ejercidas sobre la curva y sobre la superficie.

LECCIÓN 31.<sup>a</sup>

*Teoremas generales del movimiento de un punto material.*—Teoremas referentes a las cantidades de movimiento. Teoremas de las áreas.

Diferencial de la fuerza viva.—Formas del trinomio  $(X dx + Y dy + Z dz)$ .—Definición del trabajo.—Teorema de las fuerzas vivas.

LECCIÓN 32.<sup>a</sup>

Consecuencias del teorema de las fuerzas vivas.—superficies de nivel y sus propiedades.—Caso en que la fuerza es de intensidad y dirección constante.—Caso en que el móvil está solicitado por fuerzas dirigidas a centros fijos.—Caso en que existe rozamiento ó la resistencia de un medio.

LECCIÓN 33.<sup>a</sup>

*Movimiento de un sistema cualquiera de puntos.*—Teorema de d'Alambert.—Fuerzas efectivas y fuerzas perdidas.—Ecuación general del movimiento de un sistema.—Consecuencias de esta ecuación.

LECCIÓN 34.<sup>a</sup>

Aplicaciones del teorema de d'Alambert.—Movimiento de dos cuerpos enlazados por un hilo y colocados sobre dos planos inclinados.—Movimiento rectilíneo horizontal de varios cuerpos enlazados por cuerdas. Movimiento de una cadena sobre dos planos inclinados.

LECCIÓN 35.ª

Teoremas generales del movimiento de un sistema de puntos materiales.—Teorema del movimiento del centro de gravedad.—Conservación del movimiento del centro de gravedad.—Consecuencias de la ley del movimiento del centro de gravedad.

LECCIÓN 36.ª

Teorema de los momentos de las cantidades de movimiento.—Teorema de las áreas.—Teorema de las fuerzas vivas: consecuencias.

LECCIÓN 37.ª

Movimiento de los cuerpos sólidos.—Movimiento de rotación de un sólido alrededor de un eje fijo: ecuación de movimiento.—Momento de inercia de un sólido respecto a un eje: definición.—Choque de los cuerpos.—Choque directo de dos cuerpos esféricos.—Choque de dos cuerpos que no son elásticos.—Fuerzas vivas durante el choque.—Choque de dos cuerpos perfectamente elásticos.—Casos particulares.—Teorema de Carnot.

NOTA Los libros de texto son: Cours de Mécanique de l'École Polytechnique, par Ch. Sturm; Lecciones de Mecánica racional, por D. Tomás Ariño, y la Statique graphique et ses applications aux constructions, par Maurice Lévy (deuxième édition).

Madrid 1.º de Febrero de 1893.—El Director, Miguel Aguado.

ADMINISTRACIÓN PROVINCIAL

Gobierno civil de la provincia de Zamora.

Sección de Fomento.—Carreteras.

En virtud de lo dispuesto por la Dirección general de Obras públicas fecha 25 de Febrero último, he acordado señalar el día 18 de Abril próximo, a las once de su mañana, para la adjudicación en pública y segunda subasta de los acopios de conservación en el actual año económico para la carretera de Zamora a Fermoselle, en esta provincia, bajo el tipo de su presupuesto de contrata de 7.728 pesetas y 35 céntimos, cuyo acto tendrá lugar en mi despacho de este Gobierno civil y en los términos prevenidos en la instrucción de 18 de Marzo de 1852.

El presupuesto y pliego de condiciones estarán de manifiesto en la Sección de Fomento de esta provincia.

Las proposiciones se presentarán en pliegos cerrados, extendidos en papel del sello 12.º, arreglándose exactamente al modelo adjunto, y la cantidad que ha de consignarse en depósito como garantía para tomar parte en dicha subasta será la de 77 pesetas 28 céntimos, en metálico ó en efectos de la Deuda pública debiendo acompañarse a cada pliego el documento que acredite haber realizado dicho depósito.

En el caso de que se presenten dos ó más proposiciones iguales, se celebrará, únicamente entre sus autores, una segunda licitación, siendo la primera mejora por lo menos de 100 pesetas, quedando las demás á voluntad de los licitadores siempre que no bajen de 10 pesetas.

Zamora 6 de Marzo de 1893.—El Gobernador, Alejandro Féliz.

Modelo de proposición.

D. N. N., vecino de..., enterado del anuncio publicado en..., y de las condiciones y requisitos que se exigen para la adjudicación en pública segunda subasta de los acopios de conservación para la carretera de Zamora a Fermoselle, en esta provincia, durante el actual año económico, se comprometo á tomar á su cargo este servicio con estricta sujeción á los requisitos y condiciones expresadas por la cantidad de....

(Aquí la proposición que se haga admitiendo ó mejorando lisa y llanamente el tipo fijado; pero adviértiendole que será desechada toda proposición que no vaya acompañada de la correspondiente cédula personal y no se exprese la cantidad escrita en letra.)

(Fecha y firma.) 94—S

Estación Central de Telégrafos.

Telegramas recibidos en el día de la fecha y detenidos en dicha oficina por no encontrar á sus destinatarios, puntos de donde proceden, y sus nombres y domicilios.

CENTRAL

- Barcelona.—Fernández, Hotel Inglés. Castro.—Eduardo Fuentes, San Bernardo, 46. Irún.—Anselmo Abajo, Canallero Gracia, 27. Coruña.—Maré Pov y Compañía, sin señas. Oviedo.—Dolores Villalva Jesus María. Guadalupe.—Margarita Pérez, Carbón, 5. Monforte.—Barrio Linares, Paso, 12. Aranjuez.—Antonio Barrio, Concepción Jerónima, 16. Valencia.—Cástor Avila, Mayor, 8, primero. Huelva.—Molini, carrera San Jerónimo, 35, tercero. Miranda. E.—Manuela Mateos, Postas, 11, segundo. Talavera.—Mateos Mo Paredes, Portillano, 15. Paris.—Terra lista Telégrafos. Navia.—Ramón Feudes, idem.

ESTE

- Valencia.—Luis Gómez Solana, Recoletos, 10. Granada.—Paco y Delgado, Serrano, 38.

OESTE

- Talavera.—Andrés Díaz Zorita, Toledo, 90, tienda vinos.

NORTE

- Barcelona.—Alemán, Palma Alta, 59, segundo derecha. Brihuega.—Constantino Vargas, Cisne, 7. Madrid 12 de Marzo de 1893.—Por el Jefe del Centro, Lucio A. Pérez.

ADMINISTRACIÓN MUNICIPAL

Monte de Piedad y Caja de Ahorros de Madrid.

Estado de las operaciones verificadas en la Caja de Ahorros el domingo 12 de Marzo de 1893.

INGRESOS

NÚMERO É IMPORTE DE LAS IMPOSICIONES

Table with 4 columns: Imponentes por continuación, Nuevos imponentes, Total de imponentes, Importe en pesetas. Rows include Central, Plaza de San Martín, Sucursal 1.ª, Plaza de San Millán, etc.

PAGOS

EN LOS DÍAS 10, 11 Y 12 DE MARZO DE 1893

NÚMERO É IMPORTE DE LOS REINTEGROS

Table with 4 columns: Reintegros por saldo, Idem á cuenta, Total de reintegros, Importe en pesetas. Rows include Central, Plaza de las Descalzas.

Ha correspondido autorizar las operaciones en este día á los señores Consejeros siguientes: D. Antonio Cantero y Seirullo.—D. Ezequiel Ordóñez.—D. Felipe González Vallarino.—D. Antonio Gil Leceta.—D. Juan Anglada y Ruiz.—D. Ignacio Suárez García.—D. José María de Pando y Saavedra.—Vizconde de Torre-Almiranta.—Marqués de Camarines.—D. Mariano González Dueñas.—D. Alberto Bosch y Fustegueras.—D. Enrique Reñina.

El Director gerente, José Alvarez Mariño.

ADMINISTRACIÓN DE JUSTICIA

Juzgados de primera instancia.

MADRID—HOSPITAL

D. Emilio Méndez y Muñoz, Juez de instrucción del distrito del Hospital.

Por la presente se cita, llama y emplaza á Juan Bodega Pérez, de cuarenta años, hijo de Francisco y de Sinfarosa, casado, natural de Trillo, partido de Guadalajara, empleado en consumos, de esta vecindad, con domicilio en la calle del Pacífico, 25, ignorándose su actual paradero, y cuyas circunstancias personales son: estatura alta, color moreno, ojos pardos, nariz y boca regulares, para que en el término de diez días comparezca en la sala audiencia de este Juzgado, sita en la calle del General Castaños, núm. 1, con el fin de que extinga la condena que le ha sido impuesta en causa por disparo de arma de fuego y lesiones; advirtiéndole que de no verificarlo le parará el perjuicio á que haya lugar y será declarado rebelde.

Al propio tiempo ruego y encargo á todas las Autoridades, tanto civiles como militares, procedan á la busca, captura y conducción á la cárcel celular de dicho sujeto.

Dada en Madrid á 22 de Noviembre de 1892.—E. Méndez. El actuario, Cándido Busó. J—1423

D. Emilio Méndez, Juez de instrucción del distrito del Hospital de esta Corte.

Por la presente se cita, llama y emplaza á Francisca Madrid Madrid, natural de Carabaña, de ochenta y cinco años, viuda, hija de Antonio y Catalina, y que habitó en la calle del Ave María, núm. 45, patio, cuyo actual paradero se ignora, para que dentro del término de diez días comparezca ante este Juzgado ó en la cárcel celular á responder de los cargos que la resultan en causa por estafa.

Al propio tiempo encargo á todas las Autoridades procedan á la busca y captura de dicho procesado y conducción á la cárcel y á mi disposición.

Dada en Madrid á 24 de Febrero de 1893.—Emilio Méndez.—El Escribano, Cándido Busó. J—1421

NOTICIAS OFICIALES

Observatorio de Madrid.

Observaciones meteorológicas del día 12 de Marzo de 1893.

Meteorological table with columns: Hora, Altimetría del barómetro reducida á 0º y en milímetros, Temperatura y humedad del aire (Termómetro seco, Húmedo), Dirección y clase del viento, Estado del cielo.

Meteorological table with columns: Temperatura máxima del aire á la sombra, Idem mínima, Diferencia, Temperatura máxima al Sol, Idem id. dentro de una esfera de cristal, etc.

Despachos telegráficos recibidos en el Observatorio de Madrid sobre el estado atmosférico en varios puntos de la Península é Italia á las siete, el día 12 de Marzo de 1893.

Table of telegrams received in the Madrid Observatory, columns: Localidades, Altura barométrica, Temperatura en grados centígrados, Dirección del viento, Fuerza del viento, Estado del cielo, Estado de la mar.

Dirección general de Correos y Telégrafos.

Según los partes recibidos de las capitales hasta las once de la noche, ayer llovió en León, Salamanca, Zamora y Valencia.

ANUNCIOS

ADMINISTRACIÓN DE LA GACETA DE MADRID.—Las reclamaciones de ejemplares de la GACETA que por extravío hayan dejado de recibir los suscritores, se harán precisamente dentro de los tres días siguientes al de la fecha del ejemplar reclamado en Madrid, de ocho días en provincias, un mes para los suscritores del extranjero y tres meses para los de Ultramar; entendiéndose que fuera de estos plazos se exigirá el pago de cada uno de los ejemplares que se pidan.

MINISTERIO DE GRACIA Y JUSTICIA.—COLECCIÓN Legislativa de España.—Se ha publicado y repartido á los señores suscritores el tomo de sentencias del Tribunal Supremo, Salas segunda y tercera, criminal, segundo semestre de 1890.

SANTOS DEL DIA

San Leandro, Arzobispo de Sevilla.

Cuarenta Horas en la iglesia parroquial de San Ginés.

Imprenta de la Vinda de M.ª Minuesa de los Ríos, Miguel Servet, 13. Teléfono, núm. 651.