Año CCLIII.—Tomo I Martes 24 Marzo 1914 Núm. 83—Pág. 707

DIRECCIÓN-ADMINISTRACIÓN:
Calle del Carmen, núm. 29, principal.
Teléfono núm. 2.549.

VENTA DE EJEMPLARES:
Ministerio de la Gobernación, planta baja.
Número suelto, 0,50.

GACETA DE MADRID

SUMARIO

PARTE OFICIAL

PRESIDENCIA DEL CONSEJO DE MINISTROS

S. M. el REY Don Alfonso XIII (q. D. g.) S. M. la REINA Doña Victoria Eugenia y SS. AA. RR. el Príncipe de Asturias é Infantes, continúan sin novedad en su importante salud.

De igual beneficio disfrutan las demás personas de la Augusta Real Familia.

MINISTERIO DE LA GUERRA

REAL ORDEN CIRCULAR

Excmo. Sr.: En cumplimiento de lo prevenido, el Rey (q. D. g.), se ha servido disponer se anuncie convocatoria para ingreso en las Academias militares, con sujeción á las reglas siguientes:

1.ª Se proveerán en el concurso 350 plazas en la Academia de Infantería, 35 en la de Caballería, 45 en la de Artillería, 40 en la de Ingenieros y 60 en la de Intendencia.

2.ª Se comprenderán en dichas cifras los aspirantes con derecho reconocido á los beneficios de ingreso y permanencia en las Academias que, por razón de las censuras obtenidas, les corresponda figurar en propuesta de alumnos dentro del número de plazas señaladas, y adicionalmente serán admitidos los que no obtuviesen nota suficiente para ello, siempre que hayan conseguido, por lo menos, calificación de bueno, con arreglo á los términos del Real decreto de 21 de Agosto de 1909 (*C. L.*, núm. 174), el cual derecho comprende á los hijos ó hermanos huérfanos de militar muerto en campaña ó de sus resultas, á los hijos del personal del Cuerpo de Inválidos y de retirados por inútiles en campaña ó actos del servicio, así como á los condecorados con la cruz de San Fernando, obtenida en juicio contradictorio, con arreglo á la ley de 18 de Mayo de 1862, y cuya concesión haya sido hecha con anterioridad á la fecha del expresado decreto de 21 de Agosto de 1909.

3.ª Los exámenes de ingreso darán principio el 1.º de Julio próximo en los expresados Centros de instrucción, en las localidades de su respectiva residencia, verificándose el concurso con sujeción á las bases, instrucciones y programas que á continuación se insertan.

De Real orden lo digo á V. E. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. E. muchos años. Madrid, 18 de Marzo de 1914.

ECHAGÜE.

Señor...

Bases que se citan para el concurso de ingreso en las Academias militares, que ha de tener lugar el día 1.º de Julio próximo.

Artículo 1.º Para ingresar en las Academias militares, los aspirantes necesitan reunir las circunstancias siguientes:

a) Ser ciudadano español, soltero ó viudo sin hijos.

b) Estar comprendidos en los límites de edad que en las instrucciones se señalan.

c) Tener la aptitud física necesaria y desarrollo proporcionado á su edad.

d) No haber sufrido pena correccional ni aflictiva, ni hallarse procesado en la actualidad.

e) No haber sido expulsado de ningún establecimiento oficial de enseñanza.

Art. 2.º Se autoriza la presentación á examen en más de una Academia.

Art. 3.º Para solicitar la admisión á concurso en cualquiera de ellas, los aspirantes promoverán instancia en papel del sello de la clase undécima, dirigida al Director de la misma, expresando los ejercicios que con anterioridad tengan aprobados en la propia Academia y los de que pretenden examinarse en la convocatoria, documentada la instancia en regla y acompañando el importe de los derechos de admisión al concurso, en valores declarados, giro mutuo, postal ú otro corriente de inmediato y fácil cobro.

Las expresadas instancias deberán hallarse en las Academias antes del 1.º de Junio próximo, teniéndose por no presentadas las que se reciban después de dicha fecha.

Los aspirantes que, en uso del derecho que les concede el artículo 25 del Real decreto de 6 de Diciembre de 1911, hubiesen de presentar certificados de aprobación de las asignaturas de enseñanza general á que el mismo se refiere, y que hayan de obtener dentro del citado mes de Junio, lo expresarán en la instancia, quedando en la obligación de entregarlos con anterioridad á la fecha en que les corresponda realizar los ejercicios.

Art. 4.º De los certificados de aprobación de las antedichas materias que los aspirantes presenten en una Academia, podrán solicitar certificación expresiva de su contenido, al objeto de surtir efecto en otra.

Art. 5.º A las instancias habrá de acompañarse:

Certificado del acta de inscripción de nacimiento, legalizada si está extendida en Colegio notarial distinto de aquel en que se halla enclavada la Academia.

Cédula personal, que será devuelta, y certificado de soltería ó de ser viudo sin hijos, los mayores de catorce años.

Certificación del Registro de Penados y rebeldes de no haber sufrido condena ni estar declarado en rebeldía, los mayores de quince años, haciendo además los aspirantes declaración expresa en sus instancias de no hallarse procesados ni haber sido expulsados de ningún establecimiento oficial de enseñanza; bien entendido que los que en esta declaración incurran en falsedad perderán todos sus derechos, incluso su plaza en las Academias, si se descubriese después de ingresados en ellas, y sin perjuicio de la responsabilidad en que por tal hecho incurran.

Los alumnos de los Colegios militares dependientes de este Ministerio, acreditarán estos antecedentes de conducta por medio de certificados substitutivos expedidos por los Directores de dichos Establecimientos.

Art. 6.º Además de los documentos anteriores, los hijos de militar acreditarán esta circunstancia con copia legalizada del último real despacho expedido á favor del padre ó de la Real orden de concesión de su empleo, y los hijos de los condecorados con la Cruz de San Fernando en forma análoga.

Art. 7.º Los huérfanos ó hermanos de militar con derecho á los beneficios para ingreso y permanencia en Academias, deberán acreditarlo con copia de la Real orden en que se reconozca este derecho, y los hijos de los Jefes, Oficiales y tropa pertenecientes al Cuerpo de Inválidos y los de retirados por inútiles, mediante los documentos que justifiquen su condición.

Art. 8.º Las clases é individuos del Ejército y Armada presentarán sus instancias por conducto de sus Jefes naturales, quienes las cursarán directamente á las Academias, dentro del término marcado, acompañando, por su parte, copia de la filiación del interesado y de la hoja de castigos.

Art. 9.º El cumplimiento de edades, en relación á los límites que marcan las instrucciones unidas, se contará, de manera general, desde 1.º de Enero al 31 de Diciembre inclusive.

De acuerdo con lo establecido en Real orden de 13 de Julio de 1912 (*D. O.*, número 158), la edad mínima de ingreso en las Academias de Infantería, Caballería é Intendencia, normalizadas ya en su régimen, será, desde esta convocatoria, quince años, pudiendo verificarse con catorce en la de Artillería é Ingenieros en el presente concurso, último de su período de transición.

Art. 10. Recibidas las instancias y examinadas por la Junta facultativa de la Academia, el Director comunicará á los aspirantes haber sido admitidos á examen ó las razones que á ello se opongan, á medida que vayan siendo despachadas.

El oficio de admisión á concurso en una Academia, puede suplir la documentación prevenida para solicitar examen en otra, siempre con sujeción al plazo improrrogable de remisión señalado.

Art. 11. El sorteo de los aspirantes para determinar el orden en que han de realizar los ejercicios, se celebrará en las Academias el 10 de Junio, y al acto podrán asistir los interesados que lo deseen. El sorteo se verificará por agrupaciones arregladas al número de ejercicios de que soliciten aquéllos examinarse en el concurso, distribuyéndose proporcionalmente los aspirantes de cada una de ellas para componer las tandas. La división de agrupaciones tendrá, en todo caso, el término que consienta el personal disponible para la formación de los tribunales de examen en cada Academia.

Las Academias comunicarán á los interesados las fechas en que deben verificar los actos.

Art. 12. Queda sólo autorizado un cambio de número dentro de una misma agrupación, y en cuanto á los aspirantes hermanos, sortearán individualmente como corresponda por razón de los ejercicios que hayan de realizar, pero podrán ser incorporados para concurrir á exámenes en la misma fecha cuando así lo soliciten en sus instancias.

Art. 13. Los directores dispondrán la distribución de las tandas de aspirantes y el número de tribunales de modo que los exámenes queden terminados del 28 al 30 de Julio en todas las Academias.

Art. 14. El certificado de haber estado examinándose un aspirante en una Academia en los días en que debiera haberse presentado á sufrir examen en otra, surtirá los mismos efectos que el de enfermedad.

Art. 15. Los aspirantes que por circunstancias del momento renuncien al examen de uno ó varios de los ejercicios de que hubiesen solicitado examen, sin perjuicio de lo que establecen los artículos 61 y 67 del Reglamento orgánico, deberán ponerlo en conocimiento del Director, con la anticipación posible á la fecha en que hayan de actuar para su debida noticia.

Art. 16. Para tomar parte en los concursos de ingreso, los aspirantes satisfarán en concepto de derechos de admisión la cantidad de 25 pesetas.

Están exentos del pago de estos derechos los huérfanos ó hermanos de militar con derecho á los beneficios académicos; hijos de personal del Cuerpo de Inválidos y de retirados por inútiles; hijos de condecorados con la Cruz de San Fernando en las condiciones que determina el artículo 2.º de la Real orden de convocatoria; hijos de individuos de tropa; hijos de viuda de militar sin derecho á pensión de viudedad ó que ésta fuese menor que la de Jefe, y huérfanos con pensión en igualdad de condiciones, y las clases de tropa de todas categorías procedentes del alistamiento con dos años de servicio en filas.

Para las de esta última clase ingresados en el servicio en calidad de voluntarios, y que después hayan sido declarados soldados en virtud de lo dispuesto en la ley de Reclutamiento, el plazo para disfrutar de la exención de derechos se contará á partir de la fecha en que empezaron á servir en dicho último concepto.

Se devolverán los derechos de referencia á los aspirantes que se declaren excluídos totalmente de concurso por enfermedad ó defecto físico por que no deban ser sometidos á observación.

Art. 17. Las bajas accidentales que resulten en la promoción de ingreso, sólo serán cubiertas hasta el 15 de Septiembre próximo, con los aprobados sin plaza de la propia Academia, por el orden de sus censuras, quedando sin cubrir las posteriores á dicha fecha. Análogamente será nombrado alumno el aspirante aprobado sin plaza á quien dentro del propio término del 15 de Septiembre, se concedan los beneficios de ingreso y permanencia en Academias.

Art. 18. Los Tribunales de reconocimiento aplicarán el cuadro de exenciones vigentes para el ingreso en el Ejército en la forma que preceptúa el artículo 32 y siguientes del decreto de 6 de Diciembre de 1911, y el anexo número 3 al mismo.

Art. 19. Los Tribunales para reconocimiento facultativo se constituirán en cada Academia, como determina el artículo 32 del precitado decreto sobre la base de los Médicos con destino en los respectivos centros de instrucción, y para completar su número, cuando no bastasen, los directores solicitarán de los Gobernadores militares de los puntos de residencia el nombramiento de los necesarios para el funcionamiento de aquéllos en relación con los ejercicios de examen y para la observación subsiguiente en los casos precisos; las cuales Autoridades, cuando en la localidad no los hubiere disponibles, acudirán al Capitán General de la Región, á fin de que puedan constituirse dichos Tribunales oportunamente con el personal del Cuerpo de Sanidad Militar de que dispongan en la demarcación de su territorio y designen.

Art. 20. Los reconocimientos tendrán carácter definitivo é inapelable, quedando sin curso las instancias que se promuevan en solicitud de revisión del acto.

El reconocimiento verificado en una Academia, de concierto con el examen de gimnasia á que va unido, será válido para todas las demás en la convocatoria en que se realice.

Los Directores darán cuenta inmediata á las demás Academias de todos los casos de exclusión de concurso y de admisión condicional; bien entendido, que si eventualmente, por retraso del oportuno aviso, algún aspirante se sometiera á nuevo reconocimiento en otra Academia, no será éste válido en el impensado caso de que resultara contradictorio con el primero. Los excluídos *totales* quedarán definitivamente eliminados de los concursos, y los *temporales* podrán ser admitidos parcial ó condicionalmente á la convocatoria, con sujeción á lo que determinan los artículos 39 y 41 de las Instrucciones unidas.

A los que lo soliciten se les facilitará copia del certificado de reconocimiento, autorizado por el Tribunal y visado por el Director, expresivo de su resultado.

Art. 21. Los Directores de las Academias remitirán á la Sección de Instrucción, Reclutamiento y Cuerpos diversos de este Ministerio los documentos siguientes:

1.° Antes del día 1.° de Julio relación nominal, por orden alfabético, de todos los aspirantes que hayan sido admitidos á la convocatoria, con expresión de la agrupación, número y tanda que á cada uno le haya correspondido en el sorteo y fechas en que han de concurrir á reconocimiento y á los ejercicios de que tengan solicitado examen.

2.° Diariamente, relación de los examinados, con expresión de las notas obtenidas.

Art. 22. Terminados los exámenes, y en cumplimiento de lo que previene el artículo 73 del Reglamento orgánico de Academias, los directores formularán relación-propuesta para cubrir las plazas de alumnos señaladas en convocatoria á favor de los aspirantes aprobados en la totalidad de los ejercicios que por orden riguroso de censuras les corresponda ocupar aquéllas, ateniéndose al orden de preferencia prefijado en los casos de igualdad de conceptuación.

A dicha relación acompañarán otra adicional para el ingreso fuera de número de los aspirantes aprobados con nota suficiente para ser comprendidos en la primera, y que tuvieran reconocido el derecho á los beneficios de Academias.

Remitirán, por último, tercera relación complementaria de los demás aspirantes aprobados en el concurso, con expresión de ejercicios y notas numéricas alcanzadas en ellos.

Art. 23. En virtud de las mencionadas propuestas, serán nombrados alumnos los aspirantes que en cada Academia hayan obtenido plaza, publicándose en el *Diario Oficial* de este Ministerio las Reales órdenes correspondientes de nombramiento.

Art. 24. Los aprobados en más de una Academia deberán, en el más breve término, con anterioridad al 20 de Agosto, participar á los Directores de todas en las que hubiesen sido admitidos, por la que optan para ingreso y su renuncia consiguiente por lo que hace á las otras, á fin de que, con conocimiento del acuerdo, puedan ser en ellas cubiertas sus vacantes por los aprobados sin plaza que corresponda; y si alguno de éstos, á su vez, figurase también en otras relaciones, será objeto de consulta por parte de la Academia en que alcance puesto, y con noticia de la decisión se proveerán las resultas de manera sucesiva, formulándose propuesta adicional para el nombramiento de alumnos hasta completar el número de plazas asignadas.

De la exacta observancia de esta formalidad se hace especial recomendación á los aspirantes, bajo apercibimiento de la responsabilidad en que por su demora ú omisión incurran, y deberá serles exigida en la Academia en que realicen el ingreso.

Para facilitar el cumplimiento de lo expresado, los Directores de las Academias, una vez terminados los exámenes, cambiarán entre sí relaciones de aprobados sin plaza, para proceder con rapidez y acierto en las indicadas propuestas suplementarias.

Art. 25. Los aspirantes nombrados alumnos de las Academias militares se presentarán en ellas el día 1.° de Septiembre venidero, con los uniformes y correajes que reglamentariamente están señalados.

Los que deban ser internos presentarán los objetos y equipos que por dichos Centros se les prevendrá oportunamente.

Art. 26. Siendo la situación normal de los alumnos la de internos, á tenor del artículo 86 del Reglamento orgánico de Academias, sólo excepcionalmente y atendido á circunstancias especiales de número ó de insuficiencia de locales podrá concederse la estancia externa en las condiciones que determinen los Reglamentos interiores ó aprecien los Directores; en la inteligencia de que alcanza el precepto no sólo á las Academias de Infantería y Caballería, en que ya está establecido el internado definitivamente, sino á las demás en que pueda plantearse el régimen el próximo curso ó sucesivos, obedeciendo al propósito que existe de regularizar la vida académica en todas ellas.

Art. 27. Desde la fecha de su ingreso los alumnos quedarán sometidos al Código de Justicia Militar en los términos que previenen el apartado 2.° del artículo 22 del mismo y el artículo 141 del Reglamento orgánico de Academias y á las demás disposiciones vigentes que les comprenda.

Art. 28. Los alumnos que procediesen de la clase de paisano, serán filiados á su ingreso y prestarán el juramento á las banderas.

Art. 29. Los alumnos internos satisfarán las cuotas de pensión que por los Reglamentos interiores están señaladas ó las que pudiesen determinarse en virtud de Real orden.

Art. 30. Los hijos y huérfanos de militar tendrán opción á las pensiones académicas que se consignan en presupuesto, con arreglo á los preceptos establecidos en el Real decreto de 18 de Diciembre último (*C. L.*, núm. 237), que regula su distribución y percibo.

Art. 31. Los Oficiales del Ejército y sus asimilados no podrán tomar parte en el concurso para ser admitidos como alumnos en las Academias.

Instrucciones que se citan adaptadas al Real decreto de 6 de Diciembre de 1911.

Artículo 1.° El concurso anunciado se verificará con arreglo á los preceptos del Real decreto de 6 de Diciembre de 1911, de concierto con el Reglamento orgánico de Academias en la parte no derogada y reglas de adaptación material de estas Instrucciones, que se basan en las dictadas por Real orden de 5 de Marzo del año anterior (*D. O.* núm. 52), con las modificaciones que se introducen.

Art. 2.° Comprende el plan de ingreso, los ejercicios y materias que especifica el artículo 5.° del expresado decreto, constituyendo el ejercicio la unidad de aprobación, con facultad de obtener la de la totalidad del plan de ingreso en el concurso ó parcialmente en sucesivas convocatorias, sin sujeción á otro orden que la dependencia impuesta á las asignaturas del grupo de Matemáticas.

Art. 3.° Reconocida la validez definitiva de los ejercicios aprobados, con relación exclusiva á la Academia en que se obtenga la aprobación, podrá solicitarse la repetición de examen para mejorar nota, á tenor del artículo 7.° del decreto, sin restricción en el número de veces dentro de los límites de edad establecidos y en atención á dicha validez subsistente, y habiendo de prevalecer, según el Decreto, la nota del último examen, ésta no podrá descender de cinco, mínima de aprobación, en el caso más desfavorable de la nueva prueba.

Art. 4.° Los ejercicios que comprende la prueba de Gimnasia, se propondrán demostrativamente en examen, ejecutando un auxiliar delante de la tanda de aspirantes los que señale el Tribunal, con sujeción estricta á los términos del programa aprobado y bajo la norma y criterio razonado de adaptación á las condiciones físicas del examinando.

El artículo 11 del Decreto expresa de manera clara y precisa el objeto y prudencial alcance de esta prueba de aptitud, que, como complemento del reconocimiento facultativo, carece de nota propia, según el artículo 23 de estas Instrucciones, ha de resumir, por tanto, la calificación del ejercicio el juicio deducido de ambos actos solidarios, traducida en los casos de exclusión que en el concepto físico especifican estas Instrucciones y cuya apreciación por el Tribunal facultativo ha de repetirse en cada convocatoria á que concurra el aspirante.

Art. 5.° El examen de Dibujo se efectuará con arreglo á modelo de *Le petit cours de paysage* de A. Calame.

La duración media señalada al ejercicio podrá ser discrecionalmente ampliada hasta tres horas, según la dificultad de los modelos propuestos, sin que la esencia de la prueba requiera de manera indefectible la completa terminación del trabajo como condición precisa para obtener aprobación, si bien será circunstancia á tomar en cuenta, de consuno con la ejecución material, para el señalamiento de nota; deberá, por consiguiente, en todos los casos, ser apreciado el mérito relativo de la parte concluída del dibujo y juzgar por ella de la aptitud demostrada por el aspirante dentro de la suficiencia exigible.

Art. 6.° El examen de Francés se acomodará á los términos del artículo 14 del Decreto, versando los ejercicios de lectura y traducción sobre trozos de libros de asuntos militares ó de literatura general de corriente inteligencia, con exclusión, por tanto, de obras científicas ó demasiado selectas, cuyo tecnicismo ó estilo no esté al alcance de una ordinaria cultura.

La traducción se hará por escrito, señalándose al efecto tiempo prudencial y suficiente, y entregándose para ello á los aspirantes las cuartillas de papel necesarias, con las formalidades que previene el artículo 22 del Decreto para todos los ejercicios prácticos en general.

Art. 7.° Para la realización de los expresados, estarán numerados los dibujos, así como los trozos de traducción que hayan de ser materia del ejercicio, y en el acto del examen, cada aspirante extraerá una bola del bombo dispuesto á este fin, cuyo número determinará conjuntamente el punto de Francés y el dibujo que le haya correspondido en suerte.

En armonía con lo que establece el artículo 19 del Decreto, se firmarán los trabajos por los interesados, y examinados y censurados por el Tribunal, se expondrán al público.

Art. 8.° Realizado de este modo el examen de Francés, y pudiendo juzgarse por la versión hecha por escrito de las condiciones de ortografía, puntuación y corrección gramatical, excusa y queda suprimida la prueba supletoria de escritura al dictado, que transitoriamente estableció el párrafo 3.° del artículo 13 del Decreto, como de manera general queda desligado el examen de Gramática castellana de la prueba supletoria que prescribía el párrafo 2.° del mismo, á fin de establecer la independencia y unidad del ejercicio segundo.

Art. 9.° Para los exámenes directos que hayan de verificarse en las Academias de las asignaturas de Gramática castellana, Geografía universal y particular de España, regirán los programas aprobados por Real orden de 12 de Febrero de 1891 (*C. L.* núm. 63), con libertad de textos, á defecto de los reglamentarios, siempre que se adapten á la extensión de los referidos programas.

Art. 10. En consideración á la dificultad que ofrece, por la índole de las materias que lo componen, el examen escrito de las asignaturas de tercer ejercicio, y siguiendo en el particular el parecer unánime de las juntas facultativas de las academias, queda reducido el examen de Geografía y de ambas Historias, al solo ejercicio oral, explanando sobre mapas ó croquis mudos el tema de la explicación, á tenor del artículo 16 del Decreto.

Reducida de este modo la prueba de dichas asignaturas á un solo examen, se verificará éste el día inmediato siguiente al del segundo ejercicio, conforme al artículo 7.° del Decreto y en la forma que preceptúa el 16, explicando el contenido de las papeletas del programa sacadas á la suerte, y además, las preguntas que sobre puntos del mismo estime el tribunal, para formar acabado juicio de la suficiencia del examinando.

Los mapas, cartas y croquis sobre que se sigan las explicaciones serán facilitados por las Academias.

Art. 11. El examen de las expresadas materias, puede ser sustituído en la presente convocatoria, conforme al artículo 25 del Decreto, por los certificados de aprobación de las mismas expedidos por Institutos de segunda enseñanza, Academias militares, Colegios de Trujillo, Huérfanos de la Guerra, María Cristina, Santiago, Santa Bárbara y San Fernando, Nuestra Señora de la Concepción, Alfonso XIII, de Guardias Jóvenes (sección de Madrid) y Negociado de escuelas del Ministerio de Marina y Escuelas oficiales de Industria y Comercio, según disposiciones vigentes, y en consideración á que sólo en esta convocatoria pueden ser admitidos los expresados certificados, no se exigirá para su presentación que los aspirantes cuenten la edad que para el examen de estas materias determina el párrafo segundo del artículo 30 del Decreto.

Art. 12. Los certificados que en la convocatoria del año actual sean presentados al solo fin de convalidarlos para surtir efecto en posteriores concursos, serán valorados en su día con la nota mínima de cinco para el cómputo de las conceptuaciones, á menos que los interesados opten por examinarse para mejorarla, como asimismo los que á defecto de dichos certificados, hubiesen aprobado sin nota en este período de transición mediante examen directo en las Academias, con arreglo al apartado 2.° del artículo 25 del Decreto; en el concepto de que los aspirantes que se limiten á presentar los certificados á los fines de asegurar su validez ulterior, no tendrán necesidad de comparecer personalmente en las Academias para el solo acto de esta convalidación, si bien la aceptación, en definitiva, de los certificados de referencia, queda condicionada al resultado del reconocimiento facultativo y examen conjunto de Gimnasia que han de sufrir con arreglo al artículo 11 del Decreto cuando se presenten á realizar otros ejercicios en sucesivas convocatorias.

Art. 13. Los textos que rigen para las asignaturas de Matemáticas, son:

Aritmética, Salinas y Benítez, 5.ª edición (1904).

Algebra, los mismos, 4.ª edición (1905).

Geometría, Ortega, 12.ª edición (1910).

Trigonometría, Gómez Pallete, 11.ª edición (1908).

Los programas de dichas materias, distribuídos en papeletas para examen, se insertan á continuación.

No serán exigidas las notas que figuran en los textos.

Art. 14. Bajo la denominación genérica de «problemas», objeto del examen práctico de Aritmética y Algebra, á tenor del artículo 17 del Decreto, como en términos generales, se comprenden los ejercicios de diversa suerte que pueden ser propuestos en orden á las teorías del programa de que constituyan aplicación.

Se advierte, con arreglo á lo que dispone el artículo 55 del Reglamento orgánico de las Academias, que en la convocatoria de 1915 se exigirá el manejo y aplicación práctica de la regla de cálculo á la resolución de problemas directos é inversos de logaritmos, así como á operaciones de multiplicación, división, elevación á potencias y extracción de raíces, compensando este aumento con las reducciones de programa que oportunamente se anunciarán.

Asimismo se marcará el modelo manuable de dicha regla.

Art. 15. Los problemas que se propongan en el examen práctico de Aritmética se contraerán: uno, á operaciones en general con toda clase de números abstractos; otro, á cuestiones referentes al sistema métrico decimal, y el tercero, á magnitudes proporcionales ó cuestiones de Aritmética mercantil.

Los de Algebra se referirán: uno, á transformación de expresiones algebraicas dadas la inicial y final; otro, á aplicaciones logarítmicas, y el tercero, á resolución de un sistema de ecuaciones ó de un problema que comprenda su planteamiento y despejo de incógnitas.

Para la aprobación del ejercicio se requerirá la resolución de dos de los tres problemas propuestos de cada asignatura.

El tiempo máximo de duración del ejercicio, fijado ordinariamente en seis horas, se subdividirá en dos sesiones de tres cada una, separadas por un descanso de treinta minutos; en el primero se propondrán y resolverán los problemas de Aritmética y en el segundo los de Algebra.

Art. 16. La duración del examen oral correlativo de este ejercicio se entenderá de treinta minutos por asignatura para la materialidad de la explicación, independientemente del que pueda invertirse en la preparación de la pregunta y sin perjuicio, en todo caso, de la indispensable latitud que el Tribunal considere precisa para asegurar su completa eficacia.

Separados los ejercicios en la forma impuesta por el método dual de examen, el ejercicio teórico se acomodará al desarrollo de las materias contenidas en las papeletas designadas por la suerte, con sujeción á lo que determina el artículo 20 del decreto, quedando, por tanto, á la discreción de los aspirantes el planteamiento de los problemas y ejercicios de los textos que para aplicación y complemento de las teorías explicadas consideren necesarios.

Art. 17. Las cuestiones objeto del examen práctico de Geometría versarán: una, sobre longitud ó ángulos; otra, sobre áreas, y otra, sobre volúmenes, con empleo de las tablas de logaritmos cuando se considere conveniente.

Todos estos problemas serán precisamente de carácter numérico, con exclusión terminante de los que se funden en propiedades geométricas y de los de una ú otra clase cuya resolución dependa del mero acierto ó inspiración.

Los problemas de Trigonometría serán también tres y se referirán: uno á transformación y evaluación de funciones circulares, otro á resolución de triángulos, y el tercero á áreas.

De una como de otra asignaturas, habrá necesidad de resolver dos problemas para obtener aprobación en el ejercicio.

El tiempo para su resolución será igualmente de seis horas en general, dividido en dos sesiones con un intervalo de media hora, y en cada una de las cuales deberán proponerse y resolverse independientemente los problemas respectivos á cada asignatura de manera análoga á los del cuarto ejercicio.

Art. 18. Las resoluciones de los problemas será materia de un minucioso examen por parte del Tribunal, á fin de analizar debidamente su planteamiento, razonado desarrollo y soluciones, sin atender ni fiar sólo en la exactitud del resultado, haciendo esencial distinción entre los errores de concepto y las simples equivocaciones materiales de cálculo para juzgar con el necesario acierto y rectitud.

Los problemas, en la forma que hayan sido entregados por los aspirantes, con las correcciones de que hayan sido objeto, marcadas de manera bien visibles con tinta roja, y las calificaciones otorgadas por el Tribunal, se expondrán al público, con la relación de los aprobados en el ejercicio que pueden pasar á los subsiguientes.

Art. 19. Los problemas que se propongan en los ejercicios prácticos de las asignaturas de Matemáticas serán tomados de la obra «Ejercicios de Aritmética», del Contraalmirante que fué de la Armada D. Antonio Terry y Rivas, 10.ª edición, revisada por D. M. Durán, los de dicha expresada asignatura, y de los tomos anteriores de la misma obra los correspondientes á Algebra, Geometría y Trigonometría, versando sobre puntos de aplicación de las teorías comprendidas en los respectivos programas y ajustados en su forma á las condiciones que preceptúan el artículo 24 del Decreto y el 17 de estas instrucciones.

Seleccionados, en tal concepto, por este Centro los que cumplan y satisfagan las expresadas condiciones, á propuesta de las Juntas facultativas de las Academias, serán dados á conocer por sus números de orden, con antelación á los exámenes, en el *Diario Oficial* de este Ministerio para el debido conocimiento de los aspirantes al concurso.

Art. 20. Los problemas designados se desglosarán luego por las Academias de las relaciones publicadas en papeletas separadas, escribiendo en cada una de éstas el número de orden que cada problema tenga en el texto de procedencia, y el enunciado literal del mismo, clasificando después las papeletas formadas en grupos acordados á las tres clases de preguntas que para Aritmética y Algebra establece el artículo 15 de estas instrucciones, y para Geometría y Trigonometría el 17, distribuyendo luego en sobres distintos un problema de cada una de las tres referidas clases de cada asignatura, hasta agotar su número, los cuales sobres serán numerados correlativamente por asignaturas, consignándose en el anverso de los mismos el referido número de orden y la mención de la materia á que corresponden, á fin de simplificar la operación ulterior de su sorteo para examen.

Art. 21. Llegado que sea este acto, se hará la designación de los problemas tema del ejercicio que corresponda practicar, constituyéndose el Tribunal en el local señalado para la celebración del mismo y haciendo públicamente, á presencia de los aspirantes de la tanda ó tandas convocadas, el sorteo de los que hayan de ser propuestos en el ejercicio de que se trata, á cuyo fin extraerá uno de dichos aspirantes una bola del bombo que habrá dispuesto al efecto y que contendrá tantos números como sobres de preguntas de la asignatura respectiva se hayan formado—que serán los mismos en todas las Academias—, y tomando por sí mismo el aspirante el sobre del número igual á la bola extraída, leerá en alta voz los enunciados de los problemas que contenga, escribiéndolos á continuación en la pizarra para que de este modo sean copiados por todos los individuos de la tanda, subsanándose cualquier error cometido.

Art. 22. En lo que concierne al régimen y celebración de los exámenes se observará, en todo lo demás, las reglas de procedimiento que preceptúan los artículos correspondientes del Decreto que tratan del asunto.

Art. 23. Las censuras que se apliquen para conceptuar el resultado de los exámenes de las distintas asignaturas, se acomodarán á la escala numérica de notas de 0 á 10 que establece el artículo 26 del decreto, y en consonancia con el 29, todas las materias tendrán calificación, excepto la de Gimnasia, que considerada por su finalidad esencialmente como prueba complementaria de aptitud física, carecerá de nota.

Art. 24. Para graduar el valor relativo de las materias del ingreso en el concepto preparatorio con relación á las ulteriores enseñanzas profesionales, propias de cada Academia, á tenor de los artículos 27 y 28 del Decreto, y armonizándolos en lo posible por la razón de la analogía de dichos estudios, se fijan á las expresadas asignaturas los siguientes coeficientes de importancia:

MATERIAS (Módulo 10).	ACADEMIAS DE					
	Infantería y Caballería.		Artillería ó Ingenieros.		Intendencia.	
	Ejercicios.		*Ejercicios.*		*Ejercicios.*	
	Práctico.	Oral.	Práctico.	Oral.	Práctico.	Oral.
Dibujo	5	»	5	»	5	»
Gramática castellana	7	»	7	»	7	»
Francés	4	»	4	»	4	»
Geografía universal	»	7	»	5	»	7
Historia general	»	6	»	5	»	6
Idem particular de España	»	8	»	6	»	8
Aritmética	5	4	9	8	6	5
Algebra	7	6	10	9	7	6
Geometría	6	5	9	8	6	5
Trigonometría	8	7	10	9	8	7

Art. 25. Con arreglo á lo que establece el artículo 29 del Decreto, se requiere fundamentalmente la nota mínima de de bueno en cada asignatura, como promedio de calificaciones, para obtener aprobación, y en dicho sentido es en el que se ha fijado como nota mínima necesaria la de cinco.

Presupone este modo de calificar un criterio armónico en la idea que forme cada uno de los individuos del Tribunal con respecto al concepto que le merezca el examinando; de consiguiente, si al hacer la calificación definitiva resultara la incongruencia de que habiendo tenido, por ejemplo, mayoría para ser aprobado, fuera, sin embargo, inferior á cinco la nota, debe considerarse que existe dicha incongruencia ó disparidad en el modo de reducir á números la calificación, y, por consecuencia, debe en ese caso (ó en el contrario) repetirse ésta, y efectuada la censura de aprobado ó desaprobado, asignar cada Profesor de nuevo la nota numérica correspondiente que se halle de acuerdo con la mencionada censura.

Art. 26. Para facilitar el cálculo de notas se procederá por sumas, en la parte susceptible, sin descender á los promedios, y á fin de armonizar ambos procedimientos, haciendo combinables las notas obtenidas en la pasada convocatoria con las que se concedan en la próxima, simplificando á la vez las operaciones, se determinará, con arreglo á lo preceptuado en el artículo 29 del decreto, el *promedio de las calificaciones medias* de los Profesores que constituyen el Tribunal, como censura fundamental determinante de la aprobación ó desaprobación del examinando, según lo antes expuesto; el cual promedio, afectado del coeficiente respectivo de importancia, dará la *nota particular* de la asignatura.

A partir de este punto, la suma de las notas particulares de las asignaturas que integran el ejercicio dará la *nota parcial* del mismo, y la suma de las parciales correspondientes á todos los ejercicios, la *nota final* de ingreso.

No será preciso verificar el cálculo de notas parciales con respecto á los aspirantes que resulten desaprobados en los ejercicios.

Art. 27. La relación de aprobados que en cada convocatoria ultime sus ejercicios y haya de servir de base para la propuesta correspondiente de ingreso en correspondencia con las plazas que hayan de proveerse, se formalizará por las jefaturas de estudios con presencia de los datos archivados en dichas oficinas, determinando la nota final de ingreso de cada aspirante por la reunión de las parciales correspondientes á todos los ejercicios componentes, háyanse aprobado en aquella convocatoria ó en la anterior; bien entendido, por lo demás, en consonancia con el artículo 7.° del decreto, que la aprobación de su totalidad se refiere única y exclusivamente á la misma Academia.

Art. 28. Coordinada la edad de ingreso en las Academias militares con la de alistamiento para el servicio del Ejército, de acuerdo con lo prevenido en el artículo 32 de la ley de Reclutamiento de 27 de Febrero de 1912, todos los límites de edad se considerarán referidos al transcurso del año natural y cumplidas dichas edades desde el 1.° de Enero al 31 de Diciembre, inclusive, del año de la convocatoria.

Art. 29. El límite mínimo de edad para ingreso se sujetará á lo prescrito en el artículo en el artículo 30 del decreto, con la sola excepción que establece la Real orden de 13 de Julio de 1912 (*D. O.*, número 158) para el tránsito gradual de las edades que, comprendiendo aún la convocatoria del presente año, permitirá, á tenor del artículo 9.° de las bases, el ingreso en ella en las Academias de Artillería ó Ingenieros con catorce años.

Fijada, preceptivamente, en quince años la edad mínima de ingreso, es consiguiente, que la autorización que concede el apartado 2.º del artículo 30, antes citado, del Decreto para presentarse desde los catorce al examen de todas las materias del programa, se contrae determinadamente á los dos grupos de conocimientos que diferencia el artículo 1.º del mismo y que ha de tener por límite preciso la edad prefijada; en este concepto, para optar los aspirantes al examen del último ejercicio en cada caso, trascendente á dicho ingreso, han de contar de hecho quince años de edad.

Art. 30. Acordadas las edades á la ley de Reclutamiento, comprendiendo, según el artículo 206 de la misma, la primera situación de servicio activo, lo mismo los individuos pertenecientes al cupo de filas que al de instrucción, y siendo la edad de alistamiento la de veintiún años, marcará ésta simplemente el límite de transición entre las situaciones anterior y posterior al ingreso en el Ejército, ateniéndose, por lo demás, á lo dispuesto en el artículo 12 de dicha ley, según el cual, no podrán ser admitidos al servicio de la Administración del Estado los individuos que no acrediten haber cumplido los deberes militares que por su edad y condiciones les haya correspondido.

a) Regirá, en su virtud, como límite general en esta convocatoria para los aspirantes, clases ó individuos de tropa, en primera situación de servicio activo, con menos de dos años de servicio, la edad de veinticuatro años; en inteligencia de que para la siguiente se mantiene en su vigor el precepto del artículo 31 del decreto de 6 de Diciembre de 1911, que fija dicho límite de ingreso en *menos* de veinticuatro años.

No tienen derecho á los expresados beneficios de ampliación de edad los individuos que tengan nota de prófugos ó desertores.

b) Los aspirantes, clases ó individuos de tropa, con más de dos años de servicio y que en la fecha del ingreso se encuentren precisamente en filas, sin distinción de procedencias en cuanto al concepto forzoso ó voluntario de su ingreso en el servicio, tendrán como límite máximo de edad, veintisiete años.

c) Los Suboficiales, Brigadas y Sargentos en filas, con seis años de servicios efectivos y dos de sargento, conforme al artículo 9.º de la ley de 15 de Julio de 1912, treinta años.

Art. 31. Los individuos de tropa que hayan ingresado en el servicio en clase de voluntarios y que después hayan modificado su situación militar, con arreglo á lo que determina el artículo 256 de la ley de Reclutamiento y Reemplazo, se considerarán, para los beneficios de edad, como de alistamiento forzoso, contándoseles en este concepto el tiempo servido desde el día en que fueron admitidos en el Ejército, en armonía con el 255 de la expresada ley.

Art. 32. Con arreglo á lo que preceptúa el artículo 8.º del Decreto, quedarán excluídos de concurso, con pérdida de los derechos adquiridos, los aspirantes que al alcanzar los límites de edad establecidos para el ingreso, según su clase, no hayan aprobado todos los ejercicios del mismo, como también los que habiéndolos aprobado todos, lleguen á los referidos límites de edad sin haber alcanzado plaza.

Art. 33. A los aprobados de todos los ejercicios en una Academia, que no alcancen plaza en la convocatoria en que examinen los exámenes, se les proveerá por la misma de un certificado de aprobación con las calificaciones obtenidas, á fin de que en convocatorias sucesivas, si lo desean y en tanto no excedan de los límites de edad, puedan ejercitar su derecho á ser admitidos á ingreso en ella en concurrencia con los demás aprobados, en proporción á sus notas y plazas que hayan de proveerse, ú optar por la reválida para mejorar dichas notas dentro de las condiciones generales que se dejan expresadas.

Art. 34. Al Tribunal de reconocimiento facultativo, constituído según los términos del artículo 32 del Decreto, se agregará el Profesor de Gimnasia de la respectiva Academia para auxiliarle en sus funciones, atendido al doble objeto que ha de llenar el examen; debiendo actuar dicho Tribunal con las mismas formalidades que en su misión sean compatibles con las establecidas para exámenes de materias, y siendo de rigor que los reconocimientos se practiquen conjuntamente por los miembros del Tribunal y no individual y separadamente.

Por su parte, corresponde al Presidente del Tribunal dar autoridad á los actos y resolver, con asesoramiento de los Vocales, las reclamaciones ó incidencias que se promuevan; ó transmitirlas á los Directores para la determinación que proceda.

Art. 35. Debiendo entrar en primer término en la constitución de los Tribunales de reconocimiento facultativo y examen de Gimnasia los Médicos de las respectivas Academias, y en consideración á la importante función que les compete en el período de exámenes, como en el de observación y reconocimiento subsiguientes, no serán conferidos al expresado personal médico de la plantilla de las Academias en las épocas de referencia, servicio ni comisión alguna que les separe del punto de residencia de los Establecimientos de su destino.

Art. 36. El personal todo de los expresados Tribunales de reconocimiento, de plantilla ó adscrito, tendrá derecho á las mismas obvenciones que se concedan á los demás Tribunales que se constituyan, en el período hábil de actuación en los exámenes de ingreso.

Art. 37. El artículo 33 del Real decreto corrobora y complementa el 11 del anexo número 3 al mismo; y en su consecuencia, comprobado con exactitud en el acto del reconocimiento el diagnóstico de cualquiera de los defectos ó enfermedades que con arreglo al cuadro de exenciones *exijan comprobación*, lo que excusa ésta de hecho por parte de la Academia, ó requiérase aquélla para fundar el dictamen médico en los casos de duda, la observación sólo se practicará á instancia de parte, excluyendo desde luego de concurso el Tribunal á los aspirantes que renuncien á ella.

Art. 38. Los reconocimientos facultativos se ajustarán al cuadro de inutilidades de la vigente ley de Reclutamiento, con las modificaciones introducidas por la de 25 de Diciembre de 1912, que suprime el factor peso, y Real orden de 15 de Febrero de 1913 (*D. O.* núm. 38); al anexo número 3 del Decreto, y á cuanto sobre el particular preceptúa el artículo 32 del mismo, en relación con el 34, el cual establece, por su parte, el criterio razonado que relativamente á la apreciación de los valores antropométricos señalados como índices debe presidir en el juicio pericial, que se fundará principalmente, bajo este respecto, en la impresión médico-higiénica y aspecto general del sujeto, dado el período de desenvolvimiento que rige las edades del concurso.

Art. 39. En la práctica de los reconocimientos, procediendo análogamente á como preceptúa la Real orden de 16 de Febrero de 1912 (*D. O.* núm. 38), los Tribunales declararán *excluídos totalmente* de concurso, y eliminados con carácter definitivo, en armonía con el artículo 84 de la ley de Reclutamiento, á los aspirantes que padezcan defectos ó enfermedades comprendidos en las tres primeras clases del cuadro de inutilidades, y en los artículos 3.º, 4.º, 5.º y 6.º del anexo número 3 y *excluídos temporalmente*, en consonancia con el artículo 86 de dicha ley, en los casos comprendidos en las clases 4.ª y 5.ª del cuadro, que, suspendiendo el ingreso en la convocatoria, permitirá, sin embargo, la admisión á examen con la sola limitación del último ejercicio que en cada caso hayan de realizar los aspirantes para aprobar la totalidad del plan, atendiendo al efecto suspensivo de dicho fallo.

Art. 40. Los aspirantes que, como comprendidos en las clases 3.ª y 5.ª del cuadro de exenciones, requieran comprobación de sus presuntas inutilidades, serán declarados *pendientes de observación*, y admitidos á examen en las condiciones del artículo anterior y sometidos potestativamente á ella, con arreglo á lo que determinan los artículos 11, 12 y 13 del anexo número 3 del Decreto, como resultado de la cual observación y en virtud del reconocimiento definitivo que habrá de verificarse el 1.º de Septiembre inmediato en la Academia, á tenor del artículo 14 de dicho anexo, se resolverá sobre el concepto de su exclusión de concurso.

Art. 41. Los aspirantes que bajo el concepto de exclusión transitoria, por su dudosa aptitud en el concepto antropométrico ó naturaleza de sus afecciones que se estimen susceptibles de modificación en corto plazo, pueda presumirse que se hallen en disposición de ingresar en el período que media hasta el 1.º de Septiembre, mediante nuevo reconocimiento ú observación consiguiente, serán admitidos *condicionalmente* al concurso y al examen de la totalidad del plan de ingreso en los términos que preceptúa el artículo 74 del Reglamento orgánico de Academias, sometidos á dicha observación en su caso, y ulteriormente al reconocimiento definitivo establecido, como resultado del cual podrá resolverse sobre su inmediato ingreso ó exclusión de la convocatoria.

Art. 42. La observación á que se refieren los artículos anteriores se practicará por dos Médicos, procediendo dichos facultativos en representación del tribunal de reconocimiento, en consonancia con el artículo 14 del anexo número 3.

Dicha observación se verificará en la Academia en que el aspirante cubra plaza, y en caso de ser distinta de la que acordara la observación, el tribunal de ésta informará detalladamente, por escrito, con remisión de los antecedentes necesarios, á la de ingreso para la práctica de aquel acto.

PAPELETAS

Aritmética.—Texto: Salinas y Benítez.

Quinta edición (1904).

PAPELETA 1.ª

NÚMEROS ENTEROS. — Definiciones. — Unidad y número.—Formación de los números y operaciones numéricas.—Algoritmia y algoritmo.—Aritmética.—Numeración.

NUMERACIÓN HABLADA.—Nomenclatura. Fundamento de la nomenclatura.—Unidades de diversos órdenes.—Base del sistema.—Nomenclatura decimal.—Denominación de un número cualquiera.—Teorema: Todo número mayor que nueve, puede descomponerse en colecciones de unidades de diversos órdenes, de modo que cada una de ellas contenga un número inferior á diez.—Particularidades y modificaciones de la nomenclatura decimal. Resumen de la nomenclatura. (Párrafos 1 al 14.)

REGLA DE TRES SIMPLE Y COMPUESTA.—Dependencia de una magnitud de otras varias.—Cuestiones relativas á las magnitudes proporcionales 1.ª y 2.ª—Regla de tres simple y directa.—Idem inversa. Regla de tres compuesta.—Forma numérica y propiedades de la proporcionalidad de varias magnitudes.—Método de reducción á la unidad. (Párrafos 271 al 278.)

PAPELETA 2.ª

NUMERACIÓN ESCRITA.—Notación numérica.—Representación de las colecciones de unidades de diversos órdenes.—Valores absoluto y relativo.—Representación simbólica.—Cifra cero.—Representación de las unidades de un orden cualquiera.—Lectura de un número escrito en cifras: primero, segundo y tercer caso. Escritura en cifras de un número enunciado: primero, segundo y tercer caso.—Representación del número indeterminado. (Párrafos 14 al 23)

ADICIÓN.—Definiciones.—Algoritmo.—Artificio aditivo.—Casos de la suma: 1.º y 2.º—Observación: Orden en que han de sumarse.—Consecuencias: 1.ª El orden de los sumandos no altera la suma; 2.ª Aumento ó disminución en un sumando; 3.ª Suma de un número y una suma; operación indicada; 4.ª Adición de varias sumas.—Prueba. (Párrafos 23 al 30)

RAÍZ CÚBICA DE LAS FRACCIONES SIN APROXIMACIÓN FIJADA.—Reglas operativas de cada caso.—Teorema: La raíz cúbica de una fracción cuyo denominador es cubo perfecto, se obtiene extrayendo la raíz cúbica exacta ó aproximada, en menos de una unidad, de su numerador y dividiéndola por la raíz cúbica exacta del denominador.—Corolario: Raíz cúbica de un número decimal que tiene un número de cifras decimales múltiplo de 3. Teorema 2.º: Para extraer la raíz cúbica de una fracción irreducible, cuyo denominador no es cubo perfecto, se convierte en otra que reuna esta condición.—Mínimo denominador cubo perfecto.—Corolario: Raíz cúbica de un número decimal que tiene un número de cifras decimales que no sea múltiplo de 3. (Párrafo 199.)

DESCUENTO.—Definiciones.—Fundamento del descuento.—Descuento comercial. (Párrafos 283 al 285.)

PAPELETA 3.ª

PRUEBAS DE LAS OPERACIONES NUMÉRICAS POR MEDIO DE LOS RESTOS RELATIVOS Á UN MÓDULO CUALQUIERA.—Unidad de las propiedades de los números.—Pruebas de la suma, resta, multiplicación y división.—Observación.—Módulos que deben emplearse en estas pruebas.—Aplicaciones á ejemplos empleando el módulo 9. (Párrafos 80 al 84)

REGLA DE ALIGACIÓN.—Definiciones.—Mezcla.—Aleación.—Lingote.—Precio y ley.—Regla de aligación.—Problema directo de las mezclas.—Conociendo las cantidades que entran en una mezcla y sus precios respectivos, determinar el precio de la mezcla.—Problema inverso: Fijado el precio de una mezcla y conocidos los de las substancias que han de formarla, hallar las cantidades que deben mezclarse.—Teorema 1.º: Las cantidades de dos substancias mezcladas son inversamente proporcionales á las diferencias entre sus precios respectivos y el precio de la mezcla.—Cuando son más de dos las substancias mezcladas, el problema es indeterminado. (Párrafos 297 al 300.)

PAPELETA 4.ª

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO DE DOS NÚMEROS.—Definición y consecuencias.—Principios relativos al *m. c. m.* de dos números.—Teorema 1.º El *m. c. m.* de dos números, es el cociente de dividir su producto por su *m. c. d.*—Corolario 1.º: El producto del *m. c. m.* de dos números por su *m. c. d.* es el producto de dichos números.—Corolario 2.º: Todos los múltiplos de dos números lo son de su *m. c. m.*—Corolario 3.º Si dos números son primos entre sí, su *m. c. m.* es su producto.—Teorema 2.º: Si se multiplican dos números por otro, su *m. c. m.* queda multiplicado por este número.—Corolario: Si dos números se dividen por un mismo factor común, su *m. c. m.* queda dividido por él.—Teorema 3.º: Los cocientes de dividir el el *m. c. m.* de dos números por cada uno de ellos, son primos entre sí. (Párrafos 91 al 93.)

REGLA DE CONJUNTA.—Definición y algoritmo.—Procedimiento práctico.—Teorema: Los productos ordenados de varias equivalencias que tengan homogéneos el segundo miembro de cada una y el primero de la siguiente, forman otra equivalencia, cuyo primer miembro pertenece á la primera especie y el segundo á la última.—Regla práctica. (Párrafos 301 al fin.)

PAPELETA 5.ª

RAÍZ CUADRADA.—Preliminares.—Definición y algoritmo.—Condiciones á que debe satisfacer la extracción.—Extracción de la raíz cuadrada en menos de una unidad.—Definiciones: Raíz por defecto; raíz por exceso, resto; raíz entera.—Raíz cuadrada de un número entero.—Caso 1.º: Número menor que 100.—2.º: Número mayor que 100.—Teorema 1.º: La raíz cuadrada entera del número de las centenas de un número es exactamente el número de las decenas de su raíz.—Teorema 2.º: Si de un número se resta el cuadrado de las decenas de la raíz cuadrada y se divide el número de las decenas del residuo así obtenido por el doble del número de las decenas de la raíz, resulta la cifra de las unidades ó un cociente mayor.—Comprobación de la cifra obtenida para las unidades de la raíz.—Regla práctica.—Proposiciones relativas al resto.—Teorema 1.º: El resto que se obtiene al extraer por defecto en menos de una unidad la raíz cuadrada de un número entero, no puede exceder al doble de dicha raíz.—Teorema 2.º: Si el último resto es igual ó menor que la raíz hallada, ésta difiere por defecto de la verdadera en menos de media unidad, y si fuere mayor el número inmediatamente superior á la raíz hallada, será la raíz por exceso con igual límite de error.—Prueba de la extracción.—Raíz cuadrada de un número fraccionario.—Teorema: La raíz cuadrada de una fracción, es la raíz cuadrada en menos de una unidad de su parte entera. (Párrafos 181 al 188.)

INTERÉS SIMPLE.—Definición.—Renta. Tanto por ciento.—Clases de interés.—Proporcionalidad de las magnitudes relativas al interés simple.—Problemas diversos en las reglas de interés simple.—Caso particular de la regla de interés simple. (Párrafos 278 al 282.)

PAPELETA 6.ª

DIVISIÓN.—Definición.—Algoritmo.—Artificio elemental de la división.—Número divisible por otro.—Procedimiento general.—Determinación de las unidades más elevadas del cociente.—Casos de la división: 1.º y 2.º; Comprobación de la cifra del cociente.—3.º y 4.º: Caso particular.—Si el divisor termina en ceros, se prescinde de ellos y de igual número de cifras del dividendo.—Prueba de la división y nueva prueba de la multiplicación. (Párrafos 55 al 64)

REDUCCIÓN DE FRACCIONES.—Reducir un número fraccionario á otro de denominador dado.—Definición.—Procedimiento.—Teorema 1.º: Cuando una fracción no es exactamente reducible á otra de denominador *n*, se encuentra comprendida entre dos que tienen dicho denominador y por numeradores respectivos el mayor número entero contenido en el producto de dicha fracción por *n* y el entero inmediatamente superior.—Teorema 2.º: Para que una fracción irreducible pueda transformarse exactamente en otra de denominador dado, es preciso y basta que su denominador divida al que ha de tener la fracción. (Párrafos 159 al 161.)

PAPELETA 7.ª

REDUCCIÓN DE NÚMEROS MÉTRICOS.—Definiciones.—Número complejo ó incomplejo; homogéneo y heterogéneo.—Reglas de transformación.—1.ª Incomplejo en otro incomplejo de orden inferior ó superior.—2.ª Complejo en incomplejo de orden inferior.—3.ª Complejo en incomplejo de un orden cualquiera.—4.ª Incomplejo en complejo de órdenes inferiores.—5.ª Incomplejo en complejo de órdenes superiores. (Párrafo 262.)

RAZONES Y PROPORCIONES.—Definiciones.—Símbolo y expresión de la relación. Teorema: La relación de dos magnitudes de la misma especie, está expresada por el cociente de los números que la miden, tomando una tercera por unidad.—Proporcionalidad.—Algoritmo.—Modo de reconocer la proporcionalidad.—Teorema 1.º: Cuando dos magnitudes son proporcionales, si se multiplica un valor particular de una de ellas por un número, el valor correspondiente de la otra queda multiplicado por el mismo número.—Recíprocamente.—Teorema 2.º: Cuando dos magnitudes son inversamente proporcionales, al multiplicar un valor de una de ellas por un número, el correspondiente de la otra queda dividido por el mismo número.—Recíprocamente. Forma numérica de la proporcionalidad de dos magnitudes.—Relación de sus valores numéricos. (Párrafos 265 al 271)

PAPELETA 8.ª

DIVISIBILIDAD DE LOS NÚMEROS.—Principios fundamentales.—Múltiplos y divisores de un número múltiplo común y divisor común.—Resta de un número con relación á otro.—Módulo.—Números congruentes.—Consecuencias: 1.ª Dos números iguales son congruentes con respecto á cualquier módulo.—2.ª Un número múltiplo de otro es congruente con cero respecto á este último.—3.ª Dos números múltiplos de un tercero son congruentes respecto á este tercero.—4.ª El dividendo y resto aditivo son congruentes respecto al divisor.—Principios fundamentales de las congruencias.—Teorema 1.º: La diferencia de dos números congruentes es múltiplo del módulo.—Corolario.—Teorema 2.º: Si la diferencia de dos números es un múltiplo de otro, dichos números son congruentes con respecto á éste.—Corolario.—Teorema 3.º: Si se suman miembro á miembro varias congruencias respecto de un mismo módulo, resulta una nueva congruencia.—Corolario 1.º: Una congruencia no se altera sumando un mismo número á sus dos miembros.—Corolario 2.º: Una congruencia no se altera sumando á uno de su miembros, ó á los dos, un cierto múltiplo ó múltiplos cualquiera del módulo.—Teorema 4.º: Si se multiplican miembro á miembro varias congruencias relativas á un mismo módulo, resulta otra congruencia.—Corolario.—Una congruencia subsiste si se multiplican sus dos miembros por un mismo número. (Párrafos 67 al 71.)

FRACCIONES DECIMALES.—Numeración y propiedades.—Definición.—Unidades decimales de distintos órdenes.—Representación entera del número decimal.—Lectura de un número decimal escrito en forma entera.—Escritura en forma entera de un número decimal enunciado. Propiedades de los números decimales.—Teorema 1.º: El valor de un número decimal no se altera cuando se escriben ceros á su derecha.—Teorema 2.º: Si la coma se corre hacia la derecha ó hacia la izquierda, uno, dos, tres, etc., lugares, el número queda, respectivamente, multiplicado ó dividido por la unidad seguida de uno, dos, tres, etc., ceros.—*Adición.* Procedimiento aditivo.—*Substracción.*—Manera de operar.—*Multiplicación.*—Casos diversos.—1.º Multiplicar un número decimal por un entero.—2.º Un número decimal por otro decimal.—*División.*—Casos diversos.—1.º Dividir un decimal por un entero.—2.º Dividir un número entero ó decimal por otro decimal. (Párrafos 149 al 159.)

PAPELETA 9.ª

DIVISIBILIDAD DE LOS NÚMEROS.—*Teoremas relativos á los restos.*—Teorema 1.º: El resto de una suma es el mismo que el de la suma de los restos aditivos de los sumandos.—Corolario 1.º: Condición necesaria y suficiente para que un número divida á la suma de varios.—Corolario 2.º: Si un número divide á varios, divide á su suma.—Corolario 3.º: Si un número divide á otros, divide á sus múltiplos.—Teorema 2.º: La condición necesaria y suficiente para que sea cero el resto de una diferencia con respecto á cualquier módulo, es que sean iguales los restos aditivos ó substractivos del minuendo y del substraendo.—Corolario 1.º: Si un número divide á dos, divide á su diferencia.—Corolario 2.º: Si un número divide á dividendo y divisor, divide al resto.—Corolario 3.º: Si se dividen dividendo y divisor de una división inexacta por un número, el cociente no varía, pero el resto queda dividido por dicho número.—Teorema 3.º: El resto aditivo ó substractivo de un producto con relación á cualquier módulo, es el mismo que el del producto de los restos aditivos de los factores.—Corolario.—Condición necesaria y suficiente para que un número divida á un producto. (Párrafo 71.)

REDUCCIÓN DE UNA FRACCIÓN DECIMAL Á ORDINARIA.—Definición.—Procedimiento.—Teorema 1.º: Para reducir una fracción decimal de número limitado de cifras á fracción ordinaria, se prescinde de la coma y se pone por denominador la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales contiene.—Escolio: Cuando la fracción tenga parte entera.—Teorema 2.º: La fracción ordinaria generatriz de una decimal periódica pura, sin parte entera, tiene por numerador el período y por denominador un número formado de tantos nueves como cifras tiene el período.—Escolio: Cuando la fracción propuesta tenga parte entera.—Teorema 3.º: La fracción ordinaria generatriz de una decimal periódica mixta, sin parte entera, tiene por numerador la parte no periódica seguida del período, disminuído en la parte no periódica, y por denominador, un número formado de tantos nueves como cifras tiene el período, seguido de tantos ceros como cifras hay en la parte no periódica.—Escolio: Cuando la fracción propuesta tenga parte entera. Caso de imposibilidad y solución aproximada.—Noción de la cantidad inconmensurable. (Párrafos 166 al 170.)

PAPELETA 10

CARACTERES GENERALES DE DIVISIBILIDAD.—Procedimiento de investigación.—Determinación y reproducción de los restos de las unidades sucesivas.—Forma de la unidad de un orden cualquiera.—Forma de una colección de unidades.—Forma de un número cualquiera.—Condición general de la divisibilidad.—Aplicaciones á los módulos 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 y 11.—Tabla de restos. (Párrafos 72 al 80.)

POTENCIAS EN GENERAL.—Definiciones. Potencia, grado, base.—Potencia perfecta.—Potencia de un número cualquiera de la unidad; de la unidad seguida de ceros.—Teorema 1.º: La potencia de un cierto grado de una fracción es otra fracción cuyos términos son las potencias del mismo grado del numerador y denominador.—Corolario 1.º: Las potencias de una fracción irreducible son fracciones irreducibles.—Corolario 2.º: Si un número entero no es potencia perfecta de otro entero, tampoco lo es de una fracción.—Teorema 2.º: Para elevar un número decimal á una potencia *m.* *ésima*, se eleva como si fuera entero y después se separan *m* veces el número de cifras decimales que tiene el número.—Potencias de base implícita.—Teorema 1.º: La potencia de un producto es el producto de las potencias del mismo grado de cada uno de los factores.—Teorema 2.º: La potencia de un cociente es el cociente de las potencias de igual grado del dividendo y divisor.—Teorema 3.º: Para elevar una potencia á otra potencia, se multiplican los exponentes.—Condiciones generales de potencialidad.—Teorema 1.º: Para ser potencia perfecta del grado *m*, es preciso y basta que los exponentes de los factores primos sean múltiplos de *m*.—Teorema 2.º: Para que una fracción irreducible sea potencia perfecta del grado *m*, es preciso y basta que lo sea cada uno de sus términos.—Potencias de expresiones de relación.—Teorema 1.º: Si dos números son congruentes, sus potencias del mismo grado lo son.—Corolario: El resto que da la potencia de un número al dividirla por un módulo es el mismo que da la potencia de igual grado de su resto aditivo, con respecto á dicho módulo.—Teorema 2.º: Si cuatro números forman igualdad fraccionaria, sus potencias de igual grado forman otra igualdad fraccionaria. (Párrafos 170 al 175.)

PAPELETA 11

NÚMEROS PRIMOS.—Definición.—Primos absolutos y primos entre sí.—Primeras proposiciones.—Teorema 1.º: Todo número primo que no divide á otro, es primo con él.—Teorema 2.º: Todo número que no es primo tiene un divisor primo.—Corolario: Si varios números no son primos entre sí, tienen un divisor común primo.—Teorema 3.º: La serie de los números primos es ilimitada.—Formación de una tabla de números primos. Teorema 1.º: Si en la serie natural de los números se parte de un número *n* y se tachan los que se encuentran de *n* en *n*, desaparecen los múltiplos de *n*.—Teorema 2.º: Si hemos tachado en la serie natural de los números los múltiplos de los números primos 2, 3, 5... *p* y es *q* el primero sin tachar después de *p*, *q* será el número primo inmediatamente superior á *p* y todos los inferiores á q^2 sin tachar son primos.—Regla para formar una tabla de números primos.—Corolario: Un número es primo cuando no es divisible por ninguno de los números primos cuyos cuadrados no sean mayores que él.—Escolio.—(Párrafos 96 al 99.)

REDUCCIÓN DE FRACCIÓN ORDINARIA Á DECIMAL.—Definición.—Procedimiento.—Teorema 1.º: Para expresar una fracción ordinaria en decimales, con un error menor que una unidad de orden *p.* *ésimo*, se agregan *p* ceros á su numerador, se divide el resultado por el denominador, y de la derecha del cociente se separan *p* cifras decimales.—Escolio: Cuando no se fije el número de cifras decimales.—Teorema 2.º: La condición necesaria y suficiente para que una fracción ordinaria irreducible se reduzca exactamente á decimal, es que su denominador no contenga más factores primos que el 2 y el 5.—Teorema 3.º: Cuando una fracción ordinaria irreducible contiene en el denominador factores primos distintos del 2 y el 5, da origen á una decimal indefinida. Teorema 4.º: Si el denominador de una fracción ordinaria irreducible no contiene más que factores 2 y 5, la decimal á que se reduce exactamente, consta de tantas cifras decimales como unidades tenga el mayor de los exponentes de dichos factores.—Fracciones decimales periódicas.—Definiciones.—Teorema 1.º: Cuando una fracción no es exactamente reducible á decimales, da origen á una fracción periódica.—Número de cifras del período.—Teorema 2.º: Toda fracción ordinaria irreducible cuyo denominador es primo con 10, se reduce á decimal periódica pura.—Teorema 3.º: Cuando el numerador de una fracción ordinaria cuyo denominador es primo con 10 no termina en cero, la última cifra de la parte entera de la decimal equivalente no puede ser igual á la última del período.—Teorema 4.º: Toda fracción irreducible cuyo denominador no es primo con 10, conteniendo factores primos distintos de 2 y 5, da origen á una decimal periódica mixta, en la que el número de cifras no periódicas es igual al mayor exponente de los factores 2 y 5 de su denominador. (Párrafos 163 al 166.)

PAPELETA 12

TEOREMAS REFERENTES Á LOS NÚMEROS PRIMOS.—Nuevas proposiciones.—Teorema 1.º: Todo número primo que divide á un producto de varios factores, divide por lo menos á uno de ellos.—Corolario 1.º: Todo número primo que divide á una potencia, divide á la base.—Corolario 2.º: Si dos números son primos entre sí, sus potencias también lo son.—Teorema 2.°: Todo número primo con los factores de un producto, es primo con éste y recíprocamente.—Corolario: Todo número que divide á un producto y es primo con todos los factores menos con uno, divide á éste.—Teorema 3.°: Si varios números primos entre sí dos á dos, dividen separadamente á un número, su producto también le divide.—Corolario: El *m. c. m.* de varios números primos entre sí dos á dos, es su producto.—Escolio.—Caracteres de divisibilidad.—Cuándo un número es un producto de varios factores primos entre sí. (Párrafo 99.)

RAZONES Y PROPORCIONES.—Definiciones.—Símbolo y expresión de la relación. Teorema: La relación de dos magnitudes de la misma especie, está expresada por el cociente de los números que la miden, tomando una tercera por unidad.—Proporcionalidad.—Algoritmo.—Modo de reconocer la proporcionalidad. — Teorema 1.°: Cuando dos magnitudes son proporcionales, si se multiplica un valor particular de una de ellas por un número, el valor correspondiente de la otra queda multiplicado por el mismo número.—Recíprocamente.—Teorema 2.°: Cuando dos magnitudes son inversamente proporcionales, al multiplicar un valor de una de ellas por un número, el correspondiente de la otra queda dividido por el mismo número.—Recíprocamente.—Forma numérica de la proporcionalidad de dos magnitudes.—Relación de sus valores numéricos. (Párrafos 265 al 271.)

PAPELETA 13

RAÍZ CÚBICA.— Preliminares. — Definiciones y algoritmo.—Condiciones á que debe satisfacer la extracción.—Raíz cúbica de un número entero ó fraccionario en menos de una unidad.—Definiciones: resto; parte entera de la raíz.—Raíz cúbica de un número entero.—Primer caso: Número menor que 1.000.—Segundo: Número mayor que 1.000.—Teorema 1.°: La raíz cúbica entera de los millares del número, es exactamente la cifra de las decenas de la raíz.—Teorema 2.°: Si del número se resta el cubo de las decenas de la raíz y se divide el número de las centenas del residuo así obtenido por el triplo del cuadrado del número de las decenas de la raíz, resulta la cifra de las unidades ó un cociente mayor.—Comprobación de la cifra obtenida para las unidades de la raíz.—Deducción de la regla para extraer la raíz cúbica.—Regla práctica. (Párrafos 192 al 196.)

FONDOS PÚBLICOS.—Definiciones.—Valor nominal.—Valor efectivo.—Cambio corriente.—Cambio de emisión.—Renta á la par.—Tanto por ciento nominal.—Deuda amortizable.—Deuda perpetua.—Problemas relativos á fondos públicos.—Primero: Hallar el tanto por ciento efectivo que produce un capital empleado en una renta, cuyo cambio corriente y tanto por ciento nominal se conocen.—Segundo: ¿Qué cantidad debe invertirse en efectos públicos, cuyo tanto por ciento nominal y cambios son conocidos para obtener cierta renta?—Tercero: Hallar la renta que produce un capital empleado en títulos, cuyo cambio y tanto por ciento nominal se conocen.—Cuarto: ¿Qué capital nominal puede adquirirse con uno efectivo, conocido el cambio corriente?—Quinto: Calcular el valor efectivo de un cierto capital nominal conociendo el cambio de cotización. (Párrafos 287 al 289.)

PAPELETA 14

PROPIEDADES DE LAS FRACCIONES ORDINARIAS.—Magnitud.—Continua y discreta.—Múltiplo y parte alícuota.—Terminaciones avo y ésima.—Unidad ó módulo. Fracción.—Unidad fraccionaria.—Medición de las magnitudes.—Cantidad.—Términos de la fracción.—Fracciones ordinarias.—Nomenclatura y escritura de la fracción.—Fracciones inversas.—Expresiones fraccionarias.—Número mixto.—Transformación de fracciones.—Teorema 1.°: Si el numerador de una fracción se hace *m* veces mayor ó menor, la fracción se hace *m* veces mayor ó menor.—Teorema 2.°: Si el denominador se hace *m* veces mayor ó menor, la fracción se hace *m* veces menor ó mayor.—Teorema 3.°: El valor de una fracción no se altera multiplicando ó dividiendo sus dos términos por un mismo número.—Reducción á un común denominador.—Regla.—Transformación de la fracción mayor que la unidad.—Condición necesaria y suficiente para que una fracción sea igual á un número entero.—Convertir un número mixto en fracción.—Simplificación de fracciones.—Fracción irreducible.—Teorema 1.°: Si una fracción tiene sus términos primos entre sí, cualquiera que se sea igual, tiene sus términos equimúltiplos de los de la primera.—Corolario: Una fracción cuyos términos son primos entre sí es irreductible.—Recíproca.—Regla para reducir una fracción á su más simple expresión.—Aplicación á una fracción cuyo numerador sea múltiplo del denominador.—Corolario 1.°: Multiplicando los dos términos de una fracción irreducible por la serie natural de los números, se hallan todas sus equivalentes.—Corolario 2.°: Dos fracciones irreducibles iguales, son idénticas.—Reducción de fracciones al mínimo común denominador.—Regla.—Escolio. (Párrafos 107 al 121.)

RAÍZ CÚBICA.—Proposición relativa al resto.—Teorema: El resto de la raíz cúbica por defecto en menos de media unidad no puede exceder del triplo cuadrado de la raíz, más el triplo de dicha raíz.—Prueba de la extracción.—Raíz cúbica de un número fraccionario.—Teorema: La raíz cúbica en menos de una unidad, de una fracción, es la raíz cúbica del número de unidades que contiene. (Párrafos 196 al 199.)

PAPELETA 15

NÚMEROS INCONMENSURABLES.—Teoría de los límites.—Definición.—Consecuencias: Límite de una variable, expresión de una variable.—Ejemplo notable de límite.—Proposiciones relativas á los límites.—Teorema 1.°: Dos cantidades variables que permanecen constantemente iguales tienen el mismo límite.—Teorema 2.°: Si dos cantidades constantes están comprendidas entre dos variables cuya diferencia pueda ser tan pequeña como se quiera, dichas constantes son iguales.—Teorema 3.°: El límite de la suma de varias variables es la suma de sus límites.—Escolio: El número de sumandos ha de ser limitado.—Colorario: El límite de la diferencia de dos cantidades variables es la diferencia de sus límites.—Teorema 4.°: El límite del producto de varios factores variables es el producto de los límites.—El número de factores ha de ser limitado.—Corolario 1.°: El límite de la potencia de una cantidad variable es la potencia de igual grado del límite de dicha variable.—Corolario 2.°: El límite del cociente de dos variables es el cociente de los límites.—Corolario 3.°: El límite de la raíz cuadrada ó de la cúbica de una variable es la raíz del mismo grado del límite de la variable.—Escolio general: El límite del resultado de una operación cualquiera es el de la misma operación efectuada con los límites. (Párrafos 203 al 206.)

REGLA DE COMPAÑÍA. — Definición. — Particiones proporcionales.—Descomponer una cantidad en partes proporcionales á varios números dados.—Fórmulas de la regla de compañía. (Párrafos 294 al 297.)

PAPELETA 16

FRACCIONES ORDINARIAS. — Multiplicación. — Definición. — Consecuencias; no implica siempre aumento; medida de la magnitud.—Casos elementales de la multiplicación: 1.° $\frac{a}{m} \times p$; 2.° $m \times \frac{p}{q}$; 3.° $\frac{m}{n} \times \frac{p}{q}$.—Producto de varios factores.—Multiplicación de fracciones implícitas

$$(a + b + c)\, m;\ m = \frac{1}{q};\ m = \frac{p}{q};$$

$$(a - b) \times \frac{p}{q}.$$

Inversos de los anteriores; multiplicación de números mixtos.—Escolio: Fracciones de fracción, fracciones múltiples, fracción de la unidad á que equivalen. (Párrafos 128 al 133.)

NÚMEROS CONCRETOS.—Nociones preliminares.—Definiciones. Magnitudes que se someten al cálculo.—Múltiplos y submúltiplos del módulo ó unidad.—Denominación genérica de los módulos.—Sistema de pesas y medidas y monetario.—Condiciones á que han de satisfacer todos los sistemas de pesas, medidas y monetario.—Sistema métrico decimal.—Legalidad de la adopción.—Unidad fundamental y unidades principales.—Unidades longitudinales, superficiales, de volumen, de capacidad, ponderales.—Observación.—Relación entre las unidades y sus múltiplos y submúltiplos.—Sistema monetario.—Monedas efectivas é imaginarias, de cuenta y cambio, ley ó título, talla ó pie, permisos.—Unidades de tiempo.—Unidades angulares. (Párrafos 237 al 248.)

PAPELETA 17

FRACCIONES ORDINARIAS.—División.—Definición.—Cociente completo de dos números enteros.—Casos elementales de división. 1.° $\frac{a}{b} : m$; 2.° $A : \frac{m}{n}$. División en forma implícita.—Fracciones complejas.—Extensión de la notación fraccionaria.—Generalidades de ciertas proposiciones.—Principios fundamentales. Teorema 1.°: Si se multiplica ó divide el numerador de una fracción compleja por un cierto número, la fracción queda multiplicada ó dividida por dicho número.—Teorema 2.°: Si se multiplica ó divide el denominador de una fracción compleja por un cierto número, la fracción queda dividida ó multiplicada por dicho número.—Teorema 3.°: Una fracción compleja no se altera si se multiplican ó dividen sus dos términos por un mismo número. Operaciones: suma, resta, multiplicación y división.—Escolio.—Cómo pueden deducirse la resta y división. (Párrafos 133 al 143.)

TRANSFORMACIÓN DE LOS NÚMEROS CONCRETOS APLICADOS AL SISTEMA MÉTRICO.—Definiciones.—Número complejo é incomplejo; homogéneo y heterogéneo.—Reglas de transformación.—1.ª Incomplejo en otro incomplejo de orden inferior ó superior.—2.ª Complejo en incomplejo de orden inferior.—3.ª Complejo en incomplejo de un orden cualquiera.—4.° Incomplejo en complejo de órdenes inferiores.—5.ª Incomplejo en complejo de órdenes superiores. (Párrafos 256 al 258.)

PAPELETA 18

IGUALDADES FRACCIONARIAS. — Definición.—Extremos, medios.—Teorema 1.°: Productos de extremos igual al de medios.—Recíproca.—Corolario 1.°: Un extremo es igual al producto de medios, dividido por el otro extremo.—Corolario 2.°: Pueden efectuarse con los términos de una igualdad fraccionaria todas las transformaciones que no alteren la igualdad de los productos de extremos y medios. Teorema 2.°: En toda igualdad fraccionaria, la suma ó diferencia de los numeradores, partidas, respectivamente, por la suma ó diferencia de los denominadores, forma una fracción igual á cualquiera de las propuestas.—Corolario 1.°: En toda igualdad fraccionaria, la suma de numeradores partida por su diferencia, es igual á la suma de denominadores partida por su diferencia.—Corolario 2.°: La suma de numeradores partida por la de denominadores en una serie de igualdades fraccionarias, forma una fracción igual á cada una de ellas.—Escolio.—Teorema 3.°: La suma ó diferencia de los dos primeros términos divididos, respectivamente, por la suma ó diferencia de los otros dos, es igual al primero partido por el tercero, ó al segundo partido por el cuarto.—Corolario: La suma de los dos primeros términos partida por su diferencia, es igual á la suma de los otros dos dividida por su diferencia.—Teorema 4.°: Cuando los numeradores ó denominadores son iguales, los demás términos forman una igualdad fraccionaria.—Teorema 5.°: Si se multiplican término á término varias igualdades fraccionarias, los productos forman otra igualdad fraccionaria.—Teorema 6.°: Si se dividen término á término dos igualdades fraccionarias, los cocientes forman otra igualdad fraccionaria. (Párrafos 143 al 145.)

INTERÉS SIMPLE. — Definición.—Renta, tanto por ciento.—Clases de interés.—proporcionalidad de las magnitudes relativas al interés simple.—Problemas diversos en la regla de interés simple.—Caso particular de la regla de interés simple. (Párrafos 278 al 282.)

PAPELETA 19

MÁXIMO COMÚN DIVISOR DE DOS NÚMEROS.—Definiciones y consecuencias.—Números primos entre sí.—Principio fundamental.—Teorema: El *m. c. d.* de dos números, no divisibles uno por otro, es el mismo que el del menor y el resto, por defecto ó por exceso, de la división de ambos.—Investigación del *m. c. d.* de dos números.—Propiedades del *m. c. d.* de dos números.—Teorema 1.°: Todo número que divida á dos, divide á su *m. c. d.* Teorema 2.°: Si se multiplican ó dividen dos números por un tercero, su *m. c. d.* quedará multiplicado ó dividido por dicho tercer número.—Corolario: Si se dividen dos números por su *m. c. d.*, los cocientes son primos entre sí.—Recíprocamente.—Teorema 3.°: Si un número divide á un producto de dos factores y es primo con uno, divide al otro.—Corolario: El *m. c. d.* de dos números no se altera aun cuando se multiplique ó divida uno de ellos por un factor primo con el otro.—Escolio: Simplificación de la operación. (Párrafos 84 al 88.)

RAIZ CUADRADA DE LAS FRACCIONES SIN APROXIMACIÓN FIJA.—Reglas operativas en cada caso.—Teorema 1.°: Para extraer la raíz cuadrada de una fracción cuyo denominador es cuadrado perfecto, se extrae la de su numerador exacta ó aproximadamente y se divide por la del denominador.—Corolario: Para extraer la raíz cuadrada de un número decimal compuesto de un número par de cifras decimales, se opera como si fuera entero, y de la raíz cuadrada se separa la mitad del número de cifras decimales.—Teorema 2.°: La raíz cuadrada de una fracción irreducible cuyo denominador no es cuadrado perfecto, se extrae convirtiéndola en otra que cumpla esta condición.—Corolario: Para extraer la raíz cuadrada de un número decimal compuesto de un número impar de cifras decimales, se le agrega un cero y se opera como en el caso en que dicho número es par. (Párrafo 188.)

NÚMEROS CONCRETOS.—Problemas que se resuelven por la correlación de unidades métricas.—1.° Pasar de capacidad á volumen, y al contrario.—2.° Conocido el volumen, calcular el peso, y al contrario. 3.° Hallar el peso de un cuerpo, conocida su capacidad, y al contrario. (Párrafo 264.)

PAPELETA 20

MÁXIMO COMÚN DIVISOR DE VARIOS NÚMEROS.—Principio fundamental.—Teorema: El *m. c. d.* de varios números no se altera sustituyendo dos de ellos por su *m. c. d.*—Procedimiento.—Teoremas relativos al *m. c. d.* de varios números.—Teorema 1.°: Todo divisor de varios números lo es de su *m. c. d.*—Teorema 2.°: Si se multiplican ó dividen varios números por otro, su *m. c. d.* queda multiplicado ó dividido por este otro.—Corolario: Si se dividen varios números por su *m. c. d.*, los cocientes son primos entre sí.—Recíproca.

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO DE VARIOS NÚMEROS.—Principio fundamental.—Teorema: El *m. c. m.* de varios números no se altera si sustituimos dos de ellos por su *m. c. m.*—Procedimiento.—Teoremas relativos al *m. c. m.* de varios números.—Teorema 1.°: Todo múltiplo de varios números lo es de su *m. c. m.*—Teorema 2.°: Si se multiplican ó dividen varios números por otro, su *m. c. m.* queda multiplicado ó dividido.—Teorema 3.°: Si se divide el *m. c. m.* de varios números por cada uno de ellos, los cocientes son primos entre sí.—Recíprocamente. (Párrafos 88 al 91 y 93 al 96.)

OPERACIONES CON LOS NÚMEROS INCONMENSURABLES. Medida de la magnitud inconmensurable.—Definición.—Qué otros números inconmensurables pueden considerarse en la Aritmética, además de los procedentes de medir la magnitud. (Párrafo 203.)

PAPELETA 21

MÁXIMO COMÚN DIVISOR DE DOS NÚMEROS.—Definiciones y consecuencias.—Números primos entre sí.—Principio fundamental.—Teorema: El *m. c. d.* de dos números, no divisibles uno por otro, es el mismo que el del menor y el resto, por defecto ó por exceso, de la división de ambos.—Investigación del *m. c. d.* de dos números.—Propiedades del *m. c. d.* de dos números.—Teorema 1.°: Todo número que divida á dos, divide á su *m. c. d.*—Teorema 2.°: Si se multiplican ó dividen dos números por un tercero, su *m. c. d.* quedará multiplicado ó dividido por dicho tercer número.—Corolario: Si se dividen dos números por su *m. c. d.*, los cocientes son primos entre sí.—Recíprocamente.—Teorema 3.°: Si un número divide á un producto de dos factores y es primo con uno, divide al otro.—Corolario: El *m. c. d.* de dos números no se altera aun cuando se multiplique ó divida uno de ellos por un factor primo con el otro.—Escolio: Simplificación de la operación. (Párrafos 84 al 88.)

RAIZ CUADRADA.—Preliminares.—Definición y algoritmo.—Condiciones á que debe satisfacer la extracción.—Extracción de la raíz cuadrada en menos de una unidad.—Definiciones: Raíz por defecto, raíz por exceso, resto, raíz entera.—Raíz cuadrada de un número entero.—Caso 1.°: Número menor que 100.—2.°: Número mayor que 100.—Teorema 1.°: La raíz cuadrada entera del número de las centenas de un número es exactamente el número de las decenas de su raíz.—Teorema 2.°: Si de un número se resta el cuadrado de las decenas de la raíz cuadrada y se divide el número de las decenas del residuo así obtenido, por el doble del número de las decenas de la raíz, resulta la cifra de las unidades ó un cociente mayor.—Comprobación de la cifra obtenida para las unidades de la raíz.—Regla práctica.—Proposiciones relativas al resto.—Teorema 1.°: El resto que se obtiene al extraer por defecto en menos de una unidad la raíz cuadrada de un número entero no puede exceder al doble de dicha raíz.—Teorema 2.°: Si el último resto es igual ó menor que la raíz hallada, ésta difiere por defecto de la verdadera en menos de media unidad, y si fuere mayor el número inmediatamente superior á la raíz hallada, será la raíz por exceso con igual límite de error.—Prueba de la extracción.—Raíz cuadrada de un número fraccionario.—Teorema: La raíz cuadrada de una fracción, es la raíz cuadrada en menos de una unidad de su parte entera. (Párrafos 181 al 189.)

PAPELETA 22

INVESTIGACIÓN DE LOS DIVISORES DE UN NÚMERO.—Divisibilidad por descomposición.—Teorema: La condición necesaria y suficiente para que un número divida á otro, es que no contenga factores primos distintos de este otro, ni los contenga con mayores exponentes.—Determinación en factores primos del *m. c. d.* y del *m. c. m.*—Teorema 1.°: El *m. c. d.* de varios números, es el producto de sus factores primos comunes, afectados del menor exponente.—Teorema 2.°: El *m. c. m.* de varios números, es el producto de todos los factores primos, afectados del mayor exponente. (Párrafos 104 y 106.)

REGLAS PARA OPERAR CON LOS NÚMEROS CONCRETOS APLICADAS AL SISTEMA MÉTRICO.—Dicción, regla.—Substracción, regla. Multiplicación. — Definición. — Cuestión práctica que resuelve esta operación: Conocido un número concreto que expresa la equivalencia de una cierta unidad concreta, obtener el que corresponde á otro número concreto de la misma especie que esa unidad; regla práctica.—División. Definición.—Cuestiones que pueden conducir á una división de concretos: 1.ª Conocido un número concreto, equivalente á una cierta unidad, hallar la equivalencia de otro concreto de la misma especie que el primero.—Regla.—2.ª Conocido un número concreto, al cual equivale otro segundo también concreto y de cualquier especie, hallar la equivalencia de una unidad de la especie del primero de estos números. — Regla. (Párrafos 258 al 262.)

PAPELETA 23

Alteración de fracciones. — Teorema 1.°: Si se suman término á término varias fracciones desiguales, la fracción resultante está comprendida entre ambas.—Corolario: Si se suman término á término varias fracciones desiguales, la fracción resultante está comprendida entre la mayor y la menor.—Teorema 2.°: Si añadimos un mismo número á los dos términos de una fracción, la resultante se aproxima á la unidad.—Escolio.—Corolario: Si de los dos términos de una fracción se resta un mismo número, la fracción resultante se aleja de la unidad.—Adición de fracciones.—Definición.—Casos elementales de adición.—Primero: Sumar fracciones que tengan el mismo denominador.—Segundo: Sumar fracciones de distinto denominador.—Tercero: Sumar un entero y una fracción.—Adición de fracciones implícitas.—Escolio: Otro procedimiento.—Substracción; Definición.—Casos elementales de la substracción.—Primero: Restar dos fracciones de igual denominador.—Segundo: Restar dos fracciones cualesquiera.—Tercero: Restar de un entero una fracción.—Escolio: Cuarto: Restar un entero de una fracción impropia. -Substracción de fracciones implícitas.—Escolio. (Párrafos 121 al 128.)

Regla de aligación.—Definición de mezcla; aleación, lingote, precio y ley, regla de aligación.—Problema directo de las aleaciones.—Conociendo los pesos de los metales que entran en una aleación y sus leyes respectivas, determinar la ley de la aleación.—Problema inverso. Fijada la ley de una aleación y conocidas las leyes de los metales que han de formar la, hallar los pesos de los que deben alearse.—Caso 1.°: Teorema: Los pesos de dos metales aleados son inversamente proporcionales á las diferencias entre sus leyes respectivas y la ley de la aleación. El problema es indeterminado; puede ser determinado cuando se conoce la suma ó la diferencia de los pesos de los metales aleados.—Caso 2.°: Cuando son más de dos los metales aleados, aumenta la indeterminación del problema; solución que tiene. (Párrafos 297 y 300.)

PAPELETA 24

Substracción. — Definiciones. — Algoritmo. — Artificio substractivo. — Casos: 1.°, 2.° y 3.°—Observaciones: 1.ª Orden de la operación; 2.ª Reducción á un sólo caso; 3.ª Aumento ó disminución de los términos.—Prueba de la resta y nueva prueba de la suma.

Substracciones complejas. — Teorema 1.°: Para restar de un número la suma de otros varios, se resta el primer sumando: del resultado se resta el segundo y así sucesivamente hasta el último de ellos.—Teorema 2.°: Para restar de un número la diferencia indicada de otros dos, se agrega al minuendo el menor de ellos y de la suma se resta el mayor.—Teorema 3.°: Para restar de un número el resultado de una serie de sumas y restas, basta agregarle los substraendos, restando sucesivamente del resultado cada uno de los minuendos.

Suma y resta combinadas.—Teorema 1.°: Para sumar á un número la diferencia indicada de otros dos, se suma á dichos números el minuendo, y del resultado se resta el sustraendo.—Teorema 2.°: Para sumar á un número otro, expresado por una serie de sumas y restas, basta agregarle sucesivamente los sumandos, y de la suma, restar en igual forma los sustraendos.—Aplicaciones $(a + b) + (a - b)$ y $(a + b) - (a - b)$.—Escolio.

Complemento aritmético.—Modo de hallarle.—Aplicaciones con ejercicio. (Párrafos 30 al 42.)

Extracción de la raíz cúbica de un número entero ó fraccionario con una aproximación dada. — Raíz cúbica con aproximación fijada.—Definición.—Procedimiento general.—Teorema: Para hallar la raíz cúbica de un número N en menos de $\frac{1}{q}$ se halla en menos de una unidad la raíz del producto Nq^3 y se divide por q.—Corolario 1.°: Para calcular la raíz cúbica de un entero en menos de una unidad decimal del orden q. ésimo se escriben $3\,q$ ceros á su derecha, se extrae la raíz cúbica en menos de una unidad del número así formado, y se separan de la raíz hallada q cifras decimales.—Corolario 2.°: Para obtener la raíz cúbica de una fracción ordinaria en menos de una unidad decimal del orden *enésimo*, se reduce á fracción decimal, calculando $3\,n$ cifras decimales y se prescinde de la coma, se extrae la raíz y se separan de ella n cifras decimales.—Corolario 3.°: Para calcular la raíz cúbica de un número decimal, en menos de una unidad decimal del orden n. ésimo se consideran $3\,n$ cifras decimales, prescindiendo de las del orden inferior ó agregando ceros, si no hubiera número suficiente, y se extrae después la raíz cúbica del número decimal que así resulta.—Escolio: Raíz cúbica de un número de infinitas cifras decimales, con la aproximación que se desea.—*Raíz cúbica de los números implícitos.*—Raíz cúbica de un producto cuyos factores son cubos perfectos.—Idem de un cociente cuyos términos son cubos perfectos.—Idem de una potencia de grado múltiplo de 3. (Párrafos 199 al 203.)

PAPELETA 25

Multiplicación.—Definición.—Algoritmo.—Consecuencias inmediatas de la definición: 1.ª Cuando uno cualquiera de los factores es igual á la unidad.—2.ª Cuando uno de los factores se reduzca á cero.—Artificio de la multiplicación.—Casos de la multiplicación: 1.° Multiplicación de dos números de una sola cifra. 2.° Multiplicación de un número de varias cifras por otro de una sola.—Casos particulares: 1.° Multiplicación de un número cualquiera por la unidad seguida de ceros.—2.° Multiplicación de un número cualquiera por una cifra significativa, distinta de la unidad, seguida de ceros.—Caso general: Multiplicación de un número de varias cifras por otro de varias cifras.—Casos en que los factores terminan en ceros: 1.° Si el multiplicador es un número terminado en ceros.—2.° Si ambos factores terminan en ceros.—Observación: Diferencia que existe entre los papeles que desempeñan el multiplicando y el multiplicador.—Teorema: El orden de los factores no altera el producto.—Prueba de la multiplicación. (Párrafos 42 al 52.)

Extracción de la raíz cuadrada de un número entero ó fraccionario con una aproximación dada.—Raíz cuadrada con aproximación fijada.—Definición.—Procedimiento general. — Teorema: La raíz de un número N en menos de $\frac{1}{q}$ se encuentra extrayendo la raíz en menos de una unidad del producto $N q^2$ y dividiéndolo por q. — Corolario 1.°: La raíz cuadrada de un número entero con un error menor que $\frac{1}{10^q}$ se halla escribiendo $2\,q$. ceros á su derecha y separando de la raíz cuadrada del número así formado, q cifras decimales. — Corolario 2.°: La raíz cuadrada de una fracción ordinaria en menos de $\frac{1}{10^q}$ se obtiene reduciendo la fracción á decimales con $2\,q$ cifras decimales, prescindiendo de la coma, y en la raíz del número así formado, separamos el número de cifras decimales pedidas.—Corolario 3.°: La raíz cuadrada de un número decimal en menos de $\frac{1}{10^n}$ se toman $2\,n$ cifras decimales, prescindiendo de las de orden inferior ó agregando ceros si no hubiera número suficiente, y se extrae después la raíz cuadrada del número decimal que así se obtiene.—Raíz cuadrada de los números implícitos.—Procedimiento general y casos particulares.—Raíz de un producto de números cuadrados perfectos. Raíz de un cociente.—Raíz de una potencia par. (Párrafos 189 al 192.)

PAPELETA 26

Multiplicación.—Múltiplo de un número. — Equimúltiplos.—Multiplicación cuando los factores son implícitos.—Teorema 1.°: El producto de la suma de varios números por otro es igual á la suma de los productos de todos los sumandos por el mismo multiplicador.—Corolario: Para multiplicar un número por una suma se multiplica dicho número por cada uno de los sumandos y se suman los productos obtenidos.—Escolio: Sacar factor común.—Teorema 2.°: El producto de la diferencia de dos números por un tercero es igual á la diferencia de los productos del minuendo y el substraendo por dicho tercer número.—Corolario: Para multiplicar un número por la diferencia de otros dos, se multiplica por el minuendo y substraendo, y del primer producto se resta el segundo.—Escolio: Para multiplicar dos sumas entre sí, basta multiplicar los sumandos de cada una de ellas por cada uno de los de la otra, y se suman los productos obtenidos.—Producto de varios factores.—Definición.—Algoritmo.—Potencia.—Exponente.—Potencias de base 10.—Teorema 1.°: En un producto de varios factores puede invertirse el orden de éstos sin que se altere el producto.—Corolario 1.°: En un producto de varios factores puede reemplazarse cualquier número de ellos por su producto efectuado, y recíprocamente un factor cualquiera puede sustituirse por otros á cuyo producto sea igual.—Corolario 2.°: Para multiplicar un número por el producto indicado de varios factores se le multiplica sucesivamente por cada uno de ellos.—Corolario 3.°: Para multiplicar el producto indicado de varios factores por un número, basta multiplicar cualquiera de los factores por dicho número.—Escolio: Papel de los factores en los dos últimos casos. — Corolario 4.°: Para multiplicar entre sí dos ó más productos de varios factores, se forma un sólo producto con los factores de todos ellos.—Corolario 5.°: El producto de varias potencias de un mismo número es otra potencia de este número, indicada por un exponente igual á la suma de los exponentes de los factores. (Párrafos 52 al 55.)

Potencias.—Cubo de un número.—Definición.—Teoremas relativos al cubo.—

Teorema 1.°: El cubo de la suma de dos números es igual al cubo del primero, más el triplo del cuadrado del primero por el segundo, más el triplo del primero por el cuadrado del segundo, más el cubo del segundo.—Cubo de una diferencia.—Corolario 1.°: Cubo de un número compuesto de decenas y unidades. Corolario 2.°: La diferencia de los cubos de dos números consecutivos es igual al triplo del cuadrado del menor, más el triplo de este menor más una unidad. (Párrafos del 178 al 180.)

PAPELETA 27

División.—División por exceso.—Resto por defecto y por exceso.—División de números expresados en forma implícita. Teorema 1.°: Para dividir un producto indicado por uno de sus factores, se suprime éste.—Corolario: Para dividir un producto por un número que sea divisor de uno de los factores del producto basta dividir dicho factor por el expresado número, conservando los demás factores. Teorema 2.°: Para dividir un número cualquiera por un producto de varios factores, se divide dicho número por uno de éstos, el cociente obtenido por el otro factor, y así sucesivamente hasta dividir por el último de ellos.—Teorema 3.°: El cociente de dos potencias de un mismo número es igual á una potencia de mismo número, cuyo exponente es la diferencia de los que tienen el dividendo y el divisor.—Escolio: Caso en que dividendo y divisor sean iguales. — Dependencia mutua entre los términos de la división, del cociente y del resto.—Teorema: El cociente de dos números no varía cuando se multiplican los dos términos por el mismo número, pero el resto queda multiplicado. (Párrafos 64 al 67.)

Cuadrado de un número.—Definición. Teoremas referentes al cuadrado.—Teorema 1.°: El cuadrado de la suma de dos números es igual al cuadrado del primero, más el cuadrado del segundo, más doble producto del primero por el segundo. Corolario: Cuadrado de la diferencia.—Cuadrado de un número compuesto de decenas y unidades.—Teorema 2.°: La suma de dos números, multiplicada por su diferencia, es la diferencia de cuadrados. — Corolario: La diferencia de los cuadrados de dos números consecutivos es igual al doble del menor, más la unidad. (Párrafos 170 al 177.)

Reducción de números métricos.—Definiciones. — Número complejo é incomplejo; homogéneo y heterogéneo.—Reglas de transformación.—1.ª Incomplejo en otro incomplejo de orden inferior ó superior.—2.ª Complejo en incomplejo de orden inferior.—3.ª Complejo en incomplejo de un orden cualquiera.—4.ª Incomplejo en complejo de órdenes inferiores.—5.ª Incomplejo en complejo de órdenes superiores. (Párrafo 262.)

Algebra.—Texto: Salinas y Benítez.
Cuarta edición (1905).

PAPELETA 1.ª

Nociones fundamentales.—Definiciones y notación simbólica. — Función.— Ley matemática. — Problema. — Dependencia entre los datos y las incógnitas.— Casos en que se obtendrá la incógnita en forma explícita.—Idem en forma implícita.—Definición del Algebra.—Concepto cuantitativo y cualitativo de las magnitudes.—Notación algebráica.—Necesidad de adoptar signos y símbolos para representar las leyes que ligan las funciones con sus variables.—Ejemplo aclaratorio. Determinar dos números tales que el primero, aumentado en tres unidades, sea igual al duplo del segundo, y que el segundo sea igual al primero disminuído en cinco unidades.—Signos que se emplean para expresar las operaciones y relaciones de las cantidades entre sí.—Fórmula. (Párrafos 1 al 7.)

Progresiones por diferencia.—Definiciones: Términos; razón; progresiones crecientes, decrecientes, limitadas, indefinidas y doblemente indefinidas.—Algoritmo.—Propiedades.— Teorema 1.°: En toda progresión un término es igual á otro anterior á él, más el producto de la razón por el número de los que le preceden á partir del considerado.—Recíproco.—Caso en que se tome para comparar un término, el primero de la progresión. Teorema 2.°: Los términos de una progresión por diferencia creciente é indefinida, pueden ser mayores que cualquier cantidad.—Teorema 3.°: La suma de los términos equidistantes de los extremos es constante é igual á la de los extremos. Teorema 4.°: La suma de todos los términos de una progresión limitada es igual á la semisuma de los términos extremos multiplicada por el número de términos de la progresión.—Fórmula de la suma en función del primer término.—Aplicaciones á la suma de la serie natural de los números y á la de los impares.—Interpolación diferencial. — Definición. — Procedimiento y signo de la razón.—Teorema 1.°: Si entre cada dos términos consecutivos de una progresión por diferencia interpolamos el mismo número de medios, resulta una sola progresión.— Teorema 2.°: Si entre dos cantidades a y b se interpolan $p-1$ medios diferenciales, y después $p'-1$ entre cada dos términos de la progresión resultante, se hallará una progresión idéntica á la que se hubiera formado interpolando $p\,p'-1$ medios entre las dos primeras cantidades. (Párrafos 77 al 81.)

Ecuaciones.—Forma general de una ecuación.—Clasificación de las ecuaciones.—Ecuación de primer grado con una incógnita.—Resolución de la ecuación.—Discusión de la fórmula.—Primer caso: Indeterminación.—Segundo caso: Imposibilidad. (Párrafos 118, 119, 123 y 124.)

PAPELETA 2.ª

Cualidad de la magnitud. — Definición.—Cantidades positivas y negativas. Ejemplos para aclarar la diferencia que existe entre aquéllas y éstas.—Relaciones entre los valores de una magnitud.—Valores absolutos y relativos. — Efecto producido por la reunión de los números que miden dos estados, uno positivo y otro negativo, de una misma magnitud. Proposiciones que se deducen del carácter opuesto de las cantidades positivas y negativas.—1.ª Toda cantidad negativa es menor que cualquiera otra positiva.— 2.ª Toda cantidad negativa es menor que cero.—3.ª De dos cantidades negativas es menor la que tiene mayor valor absoluto.—Algoritmo algebráico. (Párrafos 7 al 10.)

Transformaciones que puede experimentar una ecuación.— Objeto de las transformaciones.—Teoremas fundamentales de transformación.—Teorema 1.°: Cuando á los dos miembros de una ecuación se les agrega ó resta una misma cantidad numérica ó algebráica, se obtiene una ecuación equivalente.—Corolario; En toda ecuación puede suprimirse un término cualquiera de un miembro, llevándolo al otro con signo contrario. — Teorema 2.°: Una ecuación se transforma en otra equivalente si se multiplican los dos miembros por una misma expresión numérica ó algebráica, siempre que ésta no contenga las incógnitas y sea distinta de cero y del infinito.—Corolario: Cuando algunos términos son fraccionarios y los denominadores no contienen ninguna incógnita, dicha ecuación puede transformarse en otra equivalente, cuyos términos sean enteros.—Escolio: Caso de que en una ecuación con una sola incógnita, algún término tenga la incógnita en el denominador, si la ecuación tiene más de una incógnita, no puede asegurarse que quitando denominadores se obtenga una ecuación equivalente cuando en ellos entra alguna de las incógnitas.—Teorema 3.°: Los dos miembros de una ecuación pueden dividirse por una cantidad, siempre que ésta no contenga á las incógnitas y sea distinta de cero ó infinito.—Teorema 4.°: Si se elevan los dos miembros de una ecuación á una misma potencia, la nueva ecuación que resulta no es, en general, equivalente á la primera.—Teorema 5.°: Si se extraen raíces de igual orden de los dos miembros de una ecuación, pueden perderse algunas soluciones; comprobación extrayendo las raíces cuadradas en la ecuación $A^2=B^2$. (Párrafos 116 al 118.)

Problema: Hallar un número que aumentado en nueve veces su inverso, sea igual á 3. (Párrafo 162, problema 5.°)

PAPELETA 3.ª

Elevación á potencias.—Definición.— Algoritmo.—Potencia de un monomio.— Regla.—Fórmula de la potencia de un binomio; sus ventajas.— Procedimiento para su determinación; ley de formación de los coeficientes; su determinación sucesiva y forma general; fórmula de la potencia de un binomio. (Párrafos 64 al 66 y del 67 hasta las observaciones.)

Propiedades de los logaritmos. — Proposiciones generales: Teorema 1.°: El logaritmo de un producto es la suma de los logaritmos de los factores.—Generalización á un número cualquiera de factores.—Corolario 1.°: El logaritmo de un cociente es igual al logaritmo del dividendo menos el logaritmo del divisor; el logaritmo de una fracción es igual...—El logaritmo de un número entero es igual y de signo contrario al de su inverso.— Corolario 2.°: El logaritmo de la potencia de un número es igual al exponente por el logaritmo de la base.—Corolario 3.°: El logaritmo de la raíz de un número es igual al logaritmo del número dividido por el índice de la raíz. (Párrafo 93, hasta el teorema 2.°)

Problema: El número de centinelas de un castillo es tal, que el producto de los dos números inmediatamente superiores á él, iguala á 13, más 15 veces ese mismo número que quiere calcularse. (Párrafo 162, problema 4.°)

PAPELETA 4.ª

Progresiones por cociente.—Interpolación proporcional.—Definición, procedimiento. — Teorema 1.°: Si entre cada dos términos de una progresión se interpola el mismo número de medios, resulta una sola progresión.—Teorema 2.°: Si entre a y b interpolamos $p-1$ medios proporcionales y después interpolamos $p'-1$ medios entre cada dos términos de la progresión formada, resulta una progresión igual á la formada, resultando $p\,p'-1$ entre a y b.—Teorema 3.°: Interpolando un número suficientemente grande de medios proporcionales entre los términos de una progresión por cociente, podremos conseguir que la diferencia entre dos términos consecutivos de la nueva progresión sea tan pequeña como se quiera. (Párrafo 85.)

TRANSFORMACIONES QUE PUEDE EXPERIMENTAR UN SISTEMA DE ECUACIONES.—Objeto de la transformación.—Transformaciones aisladas.—Idem de combinación. Teorema 1.°: En un sistema de ecuaciones puede sustituirse una de ellas por la que resulte de sumarla, miembro á miembro, con otra cualquiera del sistema.—Corolario: Una ecuación de un sistema puede reemplazarse por la que resulte sumándola algebraicamente y miembro á miembro, con varias de las demás.—Teorema 2.°: En un sistema de ecuaciones puede, en general, sustituirse una de ellas por la que se obtiene multiplicándola, miembro á miembro con otra cualquiera del sistema.—Corolario: En un sistema puede, en general, reemplazarse una ecuación por la que resulte de multiplicarla miembro á miembro, por cualquiera de las demás.—Teorema 3.°: Una ecuación de un sistema puede, en general, reemplazarse por la que resulte de dividirla, miembro á miembro, por otra del sistema.—Teorema 4.°: En un sistema de ecuaciones puede sustituirse una de ellas por la que se obtenga sumándole ó restándole las potencias de igual grado de los dos miembros de otra cualquiera del sistema.—Corolario: Una ecuación puede sustituirse por la obtenida sumándole algebraicamente las potencias de otras varias del sistema, multiplicadas por números cualesquiera, siempre que sean los mismos los grados y los factores de los miembros de cada una.—Teorema 5.°: En un sistema de ecuaciones no es posible, en general, reemplazar una por la que resulte de sumarle ó restarle ordenadamente las raíces de igual orden de otra del sistema. (Párrafos 120 al 123.)

Problema: El denominador de una fracción ordinaria, irreducible, excede en 6 unidades á su numerador, y toda ella en $\frac{1}{12}$ á la que se obtiene disminuyendo una unidad á los dos términos, ¿cuál es esta fracción? (Párrafo 162, problema 3.°)

PAPELETA 5.ª

FÓRMULA DE LA POTENCIA DE UN BINOMIO.—Propiedades de esta fórmula.—1.ª El desarrollo obtenido es un polinomio homogéneo y del grado m, respecto á las letras a y x.—2.ª El coeficiente de un término multiplicado por el exponente de x en el mismo y dividido por el de a más una unidad, es el coeficiente del siguiente.—3.ª El denominador de cada coeficiente es el producto de la serie natural de los números, hasta el que indica los términos que preceden al considerado, y el numerador el producto de otros tantos factores sucesivos descendentes á partir de m.—4.ª El número total de términos es $m + 1$.—5.ª Los términos equidistantes de los extremos tienen igual coeficiente.—6.ª Los coeficientes aumentan desde el primero hasta el del término medio, si m es par, ó hasta el último de la primera mitad si es impar.—7.ª La forma del desarrollo $(x - a)^m$ es igual á la de $(x + a)^m$ siendo alternativamente positivos y negativos los términos.—8.ª La suma de los coeficientes es igual á 2^m y la suma de los de lugar par es igual á los del lugar impar. (Párrafo 67, observaciones.)

LOGARITMO Y SUS APLICACIONES.—Preliminares.—Definición de logaritmo; restricción de la definición á las progresiones propuestas; extensión de la misma al logaritmo de un número interpolado en la progresión por cociente; condición para que un número conmensurable y mayor que uno pueda formar parte de la progresión por cociente, cuya razón es un número entero y cuyo primer término es la unidad; condición para que un número conmensurable y menor que la unidad pueda formar parte de la progresión por cociente, cuya razón es un número entero y cuyo primer término es la unidad; todo número conmensurable puede entrar en la progresión por diferencia si r es conmensurable.—Sistema de logaritmos.—Un número tiene infinitos logaritmos y un mismo logaritmo lo es de infinidad de números.—Base del sistema. Algoritmo de los logaritmos comunes y neperianos.—Consecuencias: 1.ª En todo sistema de logaritmos, el logaritmo de la unidad es cero y el logaritmo de la base es la unidad.—2.ª Si la base es mayor que 1, á mayor número corresponde mayor logaritmo.—El logaritmo de infinito es infinito.—El logaritmo de cero es menos infinito.—Consecuencias si la base es menor que 1.—Los números negativos carecen de logaritmo. (Párrafos 88 al 93.)

PAPELETA 6.ª

POTENCIAS Y RAÍCES DE LAS EXPRESIONES ALGEBRÁICAS.—Elevación á potencias.—Fórmula de la potencia de un polinomio.—Notaciones.

$$1.^{a}\ \sum_{n=m}^{n=m'} f(n) \qquad 2.^{a}\ \prod_{n=m}^{n=m'} f(n)$$

Aplicación de estas nociones á la fórmula del binomio.—Nueva expresión del término general del binomio.—Empleo de la última notación en la fórmula del binomio.—Fundamentándose en ella hallar el desarrollo de la fórmula:

$$(a + b + c + d + \dots + l)^m$$

Aplicar el desarrollo obtenido al cuadrado y al cubo de un polinomio.—Variación de las potencias de una cantidad.—Teorema 1.°: Las potencias sucesivas de una cantidad mayor que la unidad son mayores que la unidad y crecen ilimitadamente.—Teorema 2.°: Las potencias sucesivas de una cantidad menor que la unidad, son menores que la unidad y decrecen, siendo su límite cero. (Párrafos 68 al 70.)

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON UNA INCÓGNITA.—Resolución de la ecuación completa.—Forma general de la ecuación.—Obtención de la fórmula.—Regla.—Casos particulares en que $a = 1$ y $B = 2b$.—Discusión de la fórmula general que da las raíces.—Relaciones entre los coeficientes y las raíces.—Modo de hallar dos números cuyo producto y suma se conocen. (Párrafos 150 al 153.)

PAPELETA 7.ª

TABLAS DE LOGARITMOS DECIMALES.—Definición.—Descripción de las tablas; sencillas y de doble entrada; tabla 1.ª de Schrön; partes de que consta; error con que están calculados los logaritmos; trazo horizontal; disposiciones de la 1.ª parte; idem de la 2.ª y 3.ª; asteriscos; diferencias tabulares; tablas de partes proporcionales; índice para hallar un número ó un logaritmo dado. (Párrafos 96 y 98.)

TEORÍA DE LAS DESIGUALDADES.—Principios fundamentales.—Definición.—Una desigualdad no cambia de sentido ó no se altera sumando ó restando una misma cantidad á sus dos miembros.—Consecuencias de este principio.—Una desigualdad no se altera multiplicando ó dividiendo sus dos miembros por una cantidad positiva, y cambian de sentido multiplicando ó dividiendo dichos miembros por una negativa.—Consecuencia: Qué debe hacerse al cambiar de signo á todos los términos de la desigualdad.—Pueden elevarse los dos miembros de una desigualdad á una potencia cualquiera de grado impar; y á una potencia de grado par, cuando sus miembros sean positivos.—Se puede extraer raíces de orden impar, de los dos miembros de una desigualdad cualquiera, y raíces de orden par, cuando sus miembros sean positivos y se tomen las raíces positivas.

COMBINACIÓN DE DESIGUALDADES.—1.ª Puede sumarse miembro á miembro varias desigualdades que se verifiquen en el mismo sentido.—2.ª Se pueden restar miembro á miembro dos desigualdades que se verifiquen en sentido contrario, dando á la desigualdad diferencia el signo de la que hace de minuendo.—3.ª Pueden multiplicarse miembro á miembro varias desigualdades que se verifiquen en el mismo sentido y cuyos miembros sean todos positivos.—4.ª Pueden dividirse miembro á miembro dos desigualdades que se verifiquen en sentido contrario y cuyos miembros sean todos positivos, dando á la desigualdad cociente el signo de la desigualdad dividendo ó signo contrario á la de divisor.—Combinaciones de igualdades con desigualdades.—Demostrar: 1.° Una igualdad puede sumarse, miembro á miembro, con varias desigualdades que se verifiquen en el mismo sentido.—2.° Una igualdad y una desigualdad pueden restarse miembro á miembro, dando á la desigualdad diferencia el signo de la desigualdad minuendo, ó signo contrario al de la substraendo.—3.° Una desigualdad de miembros positivos se puede multiplicar ordenadamente con varias desigualdades que se verifiquen en igual sentido y cuyos miembros sean también positivos.—4.° Una igualdad y una desigualdad que cumplan con esta última condición pueden dividirse, entre sí miembro á miembro, ligando los cocientes por el signo de la desigualdad dividendo ó por el opuesto de la desigualdad divisor.—Desigualdades de primer grado con una incógnita.—1.° Resolver una sola desigualdad.—2.° Resolver varias desigualdades con una sola incógnita. (Párrafos 141 al 145.)

PAPELETA 8.ª

USO DE LAS TABLAS DE LOGARITMOS.—Principios fundamentales.—Teorema 1.°: El logaritmo de un número comprendido entre dos enteros consecutivos de la tabla, es aproximadamente igual al logaritmo del número inferior inmediato más el producto de la diferencia tabular, por la que existe entre este último número y el propuesto.—Causas de error y límite.—Teorema 2.°: El número correspondiente á un logaritmo comprendido entre dos consecutivos de las tablas, es aproximadamente igual al número entero que corresponde al logaritmo inferior inmediato más el cociente de dividir por la diferencia tabular, la que existe entre este último logaritmo y el logaritmo dado.—Causas de error y límite. (Párrafo 99.)

SISTEMAS GENERALES DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO.—Diferentes clases de sistemas.—1.° Forma determinada.—2.° Forma indeterminada.—3.° Forma de incompatibilidad.—*Primera clase.*—Regla para resolver el sistema.—Observaciones: 1.ª

Caso en que es determinado; 2.ª Idem indeterminado; 3.ª Idem incompatible; 4.ª Modo de efectuar la eliminación en la práctica; 5.ª Casos particulares.

Resolver el sistema de ecuaciones siguiente:

$$4x + 3y - 5z = 8$$
$$5x + 6y - 2z = 47$$
$$2x - 4y + 9z = 23$$ (Párrafos 135 al 137.)

Problema: Hallar un número que, dividido por el exceso sobre la unidad de otro número dado a, y multiplicando el cociente por el cuadrado de ese mismo número conocido, dé un producto igual á dicho cociente, más 8. (Párrafo 140, problema 8.°)

PAPELETA 9.ª

OPERACIONES ELEMENTALES CON LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y PROPIEDADES DE LOS POLINOMIOS ENTEROS.—Preliminares.—Objeto del cálculo algebraico. Carácter de las operaciones algebraicas. Adición.—Definición.—Algoritmo de la operación.—Procedimiento operativo.—Casos: 1.° Adición de monomios.—2.° Adición de monomio y polinomio.—3.° Adición de polinomios.—Regla general para sumar varias expresiones algebraicas.—Consecuencias.—Substracción.—Definición.—Algoritmo de la operación. Procedimiento operativo.—Regla para restar dos expresiones algebraicas.—Consecuencias: 1.ª Un polinomio cualquiera puede considerarse como la expresión de la diferencia de otros dos.—2.ª Todo polinomio equivale á la diferencia entre la suma de sus términos positivos y negativos.—3.ª Todos los términos de cualquier polinomio pueden encerrarse en un paréntesis, con diversos signos, afectando á dicho paréntesis del signo menos. (Párrafos 26 al 36.)

ECUACIONES DEL PRIMER GRADO CON DOS INCÓGNITAS.—Discusión; su objeto. Primer caso: El denominador común $ab' - ba'$ es distinto de cero; acuerdo de las fórmulas con las soluciones de la ecuación.—Segundo caso: El denominador es cero, y uno al menos de los coeficientes es distinto de cero y $cb' - bc' \lessgtr o$ ó $cb' - bc' = o$; acuerdo de las fórmulas con las consecuencias deducidas de la ecuación; forma de poner de manifiesto en las ecuaciones la imposibilidad ó indeterminación que dan las fórmulas; consecuencias de las hipótesis de este caso. Tercer caso: El denominador y todos los coeficientes se reducen á cero; consecuencias.—Ecuaciones homogéneas. (Párrafos 133 al 135.)

Problema: Obtener un número tal, que restando de su duplo la tercera parte del cuádruplo del que se halle, aumentándole 5, el resultado sea igual al número que se obtiene después de restar 6 á los dos tercios del que se pide, disminuído en una unidad. (Párrafo 140, problema 7.°)

PAPELETA 10

CÁLCULO LOGARÍTMICO.—Utilidad del empleo de los logaritmos en los cálculos numéricos.—Potencias de exponente considerable; raíces del grado superior al tercero; fórmula calculable por logaritmos; cuadros logarítmicos.—Multiplicación.—División; conversión de las restas en sumas por el cologaritmo.—Potencia; caso en que el logaritmo es negativo.—Raíz; caso en que la característica del logaritmo es negativa y no divisible por el índice. (Párrafos 102 al 107.)

ECUACIONES DE PRIMER GRADO.—*Forma indeterminada.*—Número de soluciones.—Caso en que el sistema será imposible.—Regla.—Resolver el sistema de ecuaciones siguiente:

$$2x + 3y - 4z + 2u = -6$$
$$4x - 3y + 2z - 3u = 7$$

Forma de incompatibilidad.—Caso en que existen coeficientes indeterminados: ecuaciones de condición.—Caso en que el sistema es determinado ó indeterminado.—Regla.—Resolver el sistema de ecuaciones siguiente:

$$x + y = 3 + 2b$$
$$x - y = 2a - 1$$
$$bx - ay = a^2 + b^2$$
$$ax + by = a^2 + b^2 + 5$$

determinando los valores de a y b que hacen soluble el sistema. (Párrafos 137 al 139.)

PAPELETA 11

OPERACIONES ALGEBRAICAS.—División. Definición.—Algoritmo de la operación. Procedimiento operativo.—Casos: 1.° División de dos potencias de una misma cantidad.—2.° División de monomios enteros.—3.° División de un polinomio por un monomio.—División de un monomio por un polinomio.—4.° División de dos polinomios.—Observaciones: 1.ª No hay necesidad de escribir el producto del primer término del divisor por cada término del cociente.—2.ª Qué se hace cuando la letra ordenatriz entra en varios términos del dividendo y divisor con iguales exponentes.—3.ª Grado del cociente.—4.ª Dividendo y divisor homogéneos.—5.ª Ordenación del dividendo cuando carece de alguna potencia la letra ordenatriz.—6.ª Caso en que el cociente de dos polinomios es un monomio.—Condiciones para que un polinomio sea divisible por otro.—División inexacta. (Párrafos 42 al 48.)

INTERPRETACIÓN EN CONCRETO DE LOS VALORES DE LAS INCÓGNITAS.—Consideraciones generales; condiciones á que deben satisfacer las soluciones; significación de las formas $\frac{m}{o}$ y $\frac{o}{o}$; carácter de las cantidades positivas y negativas.—Aplicación al siguiente problema: Dos móviles parten al mismo tiempo de los puntos A y B, que distan d metros y recorren la recta que los une con movimiento uniforme y en el sentido AB; sus velocidades son, respectivamente, v y v' metros por segundo, y se pide la distancia del punto A al de encuentro.—Interpretación de los resultados según sea: 1.° $v > v'$; 2.° $v = v'$; 3.° $v < v'$; generalización cuando los móviles no parten precisamente de A y B, sino que se mueven desde tiempo indefinido.—4.° Si dichos móviles marchan en sentidos opuestos; y 5.° Discutir el problema para $d = o$. (Párrafo 139 y problema 10 del 140.)

PAPELETA 12

OPERACIONES ALGEBRAICAS.—Casos particulares de la división.—1.° Dividir $x^m - a^m$ por $x - a$.—2.° Dividir $x^m + a^m$ por $x - a$.—3.° Dividir $x^m - a^m$ por $x + a$. 4.° Dividir $x^m + a^m$ por $x + a$.—Determinando en cada caso la ley del cociente y la condición de divisibilidad. (Párrafo 48.)

PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS.—Teorema 2.°: Cuanto mayores son dos números y menor su diferencia, tanto menor es la diferencia de sus logaritmos.—Teorema 3.°: Las diferencias de dos números no son proporcionales á las diferencias de sus logaritmos; pero esta proporcionalidad es tanto más aproximada cuanto mayores son los números y menor su diferencia. (Párrafo 93, desde el teorema 2.°)

Problema: Hallar la profundidad de un pozo de mina dejando caer en él una piedra y contando el número a de segundos transcurridos desde el momento en que se abandona á su propio peso, hasta el instante en que se percibe el sonido de su llegada al fondo del pozo. (Párrafo 162, problema 7.°)

PAPELETA 13

OPERACIONES ELEMENTALES CON LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS.—Fracciones algebráicas.—Definición.—Algoritmo de las expresiones fraccionarias.—Transformaciones y procedimiento operativo; simplificación y reducción á un común denominador.—Operaciones con las fracciones.—Suma, resta, multiplicación y división.—Formas simbólicas que proceden de la fracción.—Forma $\frac{a}{o}$; ejemplo: condición para que un producto de dos factores se convierta en cero.—Forma $\frac{o}{b}$ ejemplo.—Forma $\frac{a}{\infty}$; ejemplo; reducción de esta forma á la anterior.—Forma $\frac{\infty}{b}$; ejemplo; reducción de esta forma á la forma $\frac{a}{o}$.—Forma $\frac{o}{o}$; ejemplo; verdadero valor que se presenta bajo esta forma.—Forma $\frac{\infty}{\infty}$; reducción de esta forma á la anterior.—Forma $\frac{o}{\infty}$; reducción á la forma $\frac{o}{b}$.—Forma $\frac{\infty}{o}$; reducción á la forma $\frac{a}{o}$. (Párrafos 49 al 53.)

TEORÍA ELEMENTAL DE LA ELIMINACIÓN. Definición.—Necesidad de la eliminación. Método de sustitución.—Método de igualación.—Método de reducción. (Párrafos 125 al 130.)

Problema: En una reunión de 12 personas se ha hecho una colecta para los pobres, habiendo dado cada mujer cuatro pesetas y cada hombre seis; la suma total asciende á 65 pesetas. ¿Cuántos hombres y cuántas mujeres había? (Párrafo 140, problema 1.°)

PAPELETA 14

PROPIEDADES DE LOS POLINOMIOS ENTEROS.—Definición.—Teoremas relativos á los polinomios enteros.—Teorema 1.°: Si un polinomio entero, con respecto á la letra x, se anula cuando á esta letra se le da el valor a, dicho polinomio es divisible por $x - a$.—Teorema 2.°: Si un polinomio entero y del grado m, con relación á x, se anula para m valores de esta letra, dicho polinomio es un producto de m factores de la forma $x - a$, y de un factor independiente de x.—Corolario: Si un polinomio entero se anula para más de m valores de su variable, el factor independiente es cero.—Definición del polinomio idénticamente nulo.—Teorema 3.°: Si un polinomio entero se anula para más valores de su variable que el grado, es idénticamente nulo, es decir, tiene sus coeficientes iguales á cero.—Teorema 4.°: Si dos polinomios enteros con relación á x

se hacen iguales para más de m valores de x, siendo m el mayor de los grados de ambos polinomios, éstos son idénticos.—Teorema 5.°: Todo polinomio entero puede descomponerse de un solo modo en dos partes, de las cuales una contenga como factor á otro polinomio dado y la otra sea un polinomio de grado inferior al segundo de los que se consideran. (Párrafos 53 al 55.)

Ecuaciones de segundo grado con una incógnita.—Diversas clases de raíces.—Discusión.—Casos: 1.° $b^2 - 4ac > 0$: 2.° $b^2 - 4ac = 0$: 3.° $b^2 - 4ac < 0$.—Signo de las raíces:

$$c > 0 \left\{ \begin{matrix} b > 0 \\ b < 0 \end{matrix} \right. \quad c < 0 \left\{ \begin{matrix} b > 0 \\ b < 0 \end{matrix} \right.$$

Deducir el número de raíces positivas ó negativas por el número de variaciones ó permanencias de la ecuación. (Párrafos 153 al 155.)

Problema: Hallar un número de dos cifras en el cual el cuádruplo de la cifra de las unidades exceda en una unidad al triplo de la cifra de las decenas y que restando el número invertido se tenga por resto 36. (Párrafo 140, problema 2.°)

PAPELETA 15

Propiedades de los polinomios enteros.—Método de los coeficientes indeterminados.—Problema: Hallar el cociente de dividir un polinomio P, entero, con relación á x, por el binomio $x - a$; ley de formación de los términos del cociente y del resto.—Propiedades que resultan. Recíproco del teorema 1.°—Si un polinomio entero con respecto á una letra x; es divisible por el binomio $x - a$, dicho polinomio se anula cuando se sustituye en él x por a.—Escolio: Necesidad de que el polinomio sea completo: caso en que sólo quiera conocerse el resto. (Párrafo 55.)

Interpretación de las raíces en la resolución de los problemas.—Caracteres de esta interpretación.—Aplicación de las consideraciones relativas á las ecuaciones de segundo grado; duplicidad de valores de las incógnitas; valores inconmensurables é imaginarios.—Aplicación al problema siguiente: Hallar en la recta que une dos focos luminosos A y B el punto donde debe colocarse una pantalla para que reciba cantidades iguales de luz.—Discusión de la fórmula.—1.° $a > b$; 2.° $a = b$; 3.° $a < b$ y estos mismos casos para $d = 0$. (Párrafos 161 y 162, problema 6.°)

Problema: Un comerciante paga por un viaje un número tal de duros, que si de tres veces la suma satisfecha, valuada en pesetas, se resta su mitad, la diferencia excede á 768 pesetas, precisamente en esa suma cuyo valor quiere calcularse. (Párrafo 140, problema 3.°)

PAPELETA 16

Potencias y raíces de las expresiones algebráicas.—Cálculo de las cantidades radicales.—Definición.—Algoritmo.—Necesidad de operar directamente con los radicales.—Determinación aritmética de un radical.—Caso en que la cantidad subradical sea una potencia perfecta del grado m; cuando no goce de esta propiedad; cuando la cantidad subradical sea á su vez inconmensurable. (Párrafos 56 al 60.)

Logaritmos decimales.—Definición.—Propiedades particulares de este sistema. Teorema 1.°: El logaritmo de una potencia de 10 es igual al grado de la potencia. Teorema 2.°: Las unidades enteras y decimales de diversos órdenes son los únicos números conmensurables cuyos logaritmos son igualmente conmensurables.—Teorema 3.°: La característica ó parte entera del logaritmo de un número mayor que la unidad tiene tantas unidades como cifras enteras, menos una, tiene dicho número.—Teorema 4.°: La mantisa ó parte decimal del logaritmo de un número no se altera multiplicando ó dividiendo éste por cualquier potencia de 10.—Corolario: Cuando dos números tienen las mismas cifras colocadas en el mismo orden, no difiriendo sino por la posición de la coma, sus logaritmos tienen la misma mantisa.—Teorema 5.° La característica del logaritmo de un número menor que la unidad tiene tantas unidades negativas como indica el lugar de la primera cifra decimal significativa de la izquierda.—Escolio: Transformación de un logaritmo todo negativo en otro que tenga la característica negativa y mantisa positiva; transformación contraria. (Párrafos 94 al 96.)

Problema: Hallar en la recta que une dos focos luminosos A y B, el punto igualmente iluminado.—Discusión de la fórmula: 1.° $a > b$. 2.° $a = b$. 3.° $a - b$. 4.° La misma discusión para $d = 0$. (Párrafo 162, problema 6.°)

PAPELETA 17

Raíces de las expresiones algebraicas.—Transformación de los radicales.—Teorema 1.°: Cuando la cantidad subradical puede descomponerse en dos factores, de los cuales uno sea potencia perfecta del grado que expresa el índice, se simplifica el radical sacando fuera de él como factor la raíz del que es potencia perfecta.—Teorema recíproco.—Radicales semejantes.—Teorema 2.°: Un radical no se altera multiplicando el índice y el exponente de la cantidad subradical por un mismo número.—Teorema recíproco. Corolario: Para reducir varios radicales á un mismo índice se multiplican el de cada uno y el exponente de su cantidad subradical por el producto de los índices de los demás; y si dichos índices tienen factores comunes, se multiplican por el cociente que resulta de dividir su mínimo común múltiplo por cada uno de ellos.—Operaciones con las cantidades radicales; adición y substracción, multiplicación, división, potencia, raíz.—Observaciones: 1.ª,

$$2.^{\text{a}} \left(\sqrt[m]{A}\right)^{n} \text{ siendo } m = n, p;$$

$$3.^{\text{a}} \left(\sqrt[m]{A}\right)^{n}, \text{ siendo } m = m'\,p \text{ y}$$

$n = n'\,p$.—Escolio: Caso en que en un radical la cantidad subradical es una potencia, cuyo exponente es un múltiplo del índice.—Observación.—Potencias de exponentes fraccionarios. (Párrafos 60 á 63.)

Manejo de las tablas de logaritmos. Problema directo.—Primer caso: Hallar el logaritmo de un número entero ó decimal que prescindiendo de la coma no exceda al límite superior de la tabla.—Segundo caso: Hallar el logaritmo de un número entero ó decimal que prescindiendo de la coma exceda al límite superior de la tabla.—Problema inverso.—Primer caso: Hallar el número correspondiente á un logaritmo que, abstracción hecha de la característica, está en la tabla.—Segundo caso: Hallar el número correspondiente á un logaritmo que, abstracción hecha de la característica, no está contenido en la tabla. (Párrafos 100 y 101.)

Problema: Encontrar un número primo cuyo quintuplo, disminuído en la mitad del entero inmediatamente inferior á dicho número primo iguale al cuádruplo del que resulta aumentándole dos unidades. (Párrafo 140, problema 4.°)

PAPELETA 18

Potencias y raíces de las expresiones algebraicas.—Cálculo de las cantidades radicales.—Racionalización de los denominadores de ciertas expresiones irracionales.—Casos:

$$1.^{\circ}\ \frac{a}{\sqrt{b}} \qquad 2.^{\circ}\ \frac{N}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

$$3.^{\circ}\ \frac{N}{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}}$$

Casos en que son más de tres los radicales contenidos en el denominador. (Párrafo 63.)

Progresiones por cociente.—Definición; términos, razón; clases de progresiones.—Algoritmo.—Propiedades.—Teorema 1.°: En toda progresión un término es igual á otro anterior, multiplicado por una potencia de la razón cuyo exponente es el número de términos que median entre él y el considerado.—Recíproco.—Caso en que se tome el primer término como término de comparación. Teorema 2.°: Los términos de una progresión creciente é indefinida pueden llegar á ser mayores que cualquiera cantidad, y los de una decreciente tienen por límite cero.—Teorema 3.°: El producto de los términos equidistantes de los extremos es igual al de estos extremos.—Teorema 4.°: El producto de todos los términos, es la raíz cuadrada del producto de los extremos elevado á una potencia, cuyo exponente es el número de términos; aplicaciones.—Teorema 5.°: La suma de los términos de una progresión limitada, es la diferencia entre el producto del último por la razón y el primero, y dividida por la razón menos la unidad; extensión de la fórmula á los casos en que c es menor ó igual á la unidad; límite de la suma en las progresiones indefinidas. (Párrafos 81 al 84.)

Problema: Hallar un número que, disminuído en sus tres cuartas partes y aumentando en la sexta, dé dos unidades más que los cinco dozavos de dicho número. (Párrafo 140, problema 6.°)

PAPELETA 19

Concepto de las operaciones de álgebra.—Necesidad de nuevas definiciones.—Adición.—Definición; procedimiento.—Consecuencias: 1.ª La adición algebráica no supone aumento.—2.ª El orden de sumandos no altera la suma.—3.ª Toda serie de adiciones y substracciones puede considerarse como una suma algebráica. Substracción.—Definición; procedimiento.—Consecuencia: La substracción algebráica no supone disminución en el minuendo.—Multiplicación.—Definición: Regla de signos.—Producto de varios factores.—Consecuencias: 1.ª El orden de los signos no altera el que corresponde al producto.—2.ª El producto total variará de signo cuando varíe el de uno de los factores.—División.—Definición.—Regla de signos.—Consecuencia: Cuándo variará el signo del cociente y cuándo permanecerá siendo el mismo.—Elevación á potencias.—Definición.—Signo de la potencia.—Extracción de raíces.—Definición.—Signo de la raíz.—Forma imaginaria. (Párrafos 10 al 17.)

ECUACIONES DE PRIMER GRADO.—Ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.—Resolución: 1.° Por sustitución.—2.° Por igualación.—3.° Por reducción.—Observaciones: 1.ª El denominador es el mismo en ambos, y el numerador de cada una se obtiene reemplazando en aquél los coeficientes por los segundos miembros.—2.ª Si en las ecuaciones propuestas se sustituye a, b y c por sus correspondientes a' b' y c' y al contrario, la primera ecuación se convierte en la segunda, y al contrario.—3.ª Permutando en las ecuaciones a y a' con b b' y x con y, el sistema no varía. (Párrafos 131 al 133.)

Problema: Se han embarcado en un vapor 360 toneladas de carbón, debiendo repartirse por igual entre cada uno de los días que debe durar el viaje; al emprender éste se navegaron cuatro días á la vela, aumentando así en tres toneladas la cantidad de carbón disponible por día. ¿Cuánto duró la navegación? (Párrafo 162, problema 2.°)

PAPELETA 20

EXTRACCIÓN DE RAÍCES.—Definición.—Algoritmo.—Raíces de los monomios.—Regla: Condiciones para que un monomio tenga raíz exacta.—Raíces de los polinomios.—Regla.—Aplicación de la regla á la extracción de la raíz cuadrada de un polinomio.—Condiciones para que un polinomio sea potencia perfecta.—Raíz inexacta de los polinomios.—Variación de las raíces de una cantidad.—Teorema 1.°: Las raíces de una cantidad mayor que la unidad son mayores que ésta y menores que dicha cantidad; disminuyen cuando aumenta el índice, y el límite inferior es la unidad. Teorema 2.° Las raíces de una cantidad menor que la unidad, son menores que ésta y mayores que dicha cantidad, aumentan con el índice, y su límite superior es la unidad. (Párrafos 70 al 77).

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON UNA INCÓGNITA.—Resoluciones de la ecuación completa.—Forma general de la ecuación.—Obtención de la fórmula.—Regla.—Casos particulares en que $a = 1$ y $B = 2B$.—Discusión de la fórmula general que da las raíces.—Relaciones entre los coeficientes y las raíces.—Modo de hallar dos números cuyo producto y suma se conocen. (Párrafos 150 al 153.)

Problema: El jornal de un obrero es un número de pesetas que, multiplicado por 9 y aumentado el producto en 11, forma la misma suma que se obtiene agregando 5 al séxtuplo del referido número. ¿Cuánto gana dicho obrero cada día? (Párrafo 140, problema 5.°)

PAPELETA 21

OPERACIONES ALGEBRAICAS.—Multiplicación.—Definición.—Algoritmo de la operación.—Procedimiento operativo.—Casos: 1.° Multiplicación de monomios enteros.—2.° Multiplicación de un polinomio por un monomio.—3.° Multiplicación de polinomios.—Observaciones: 1.ª Con objeto de facilitar la reducción de términos semejantes, qué es lo que se hace con el multiplicando y multiplicador.—2.ª Caso en que la letra ordenatriz entre con el mismo exponente en varios términos.—3.ª Si los factores polinomios son más de dos, qué operación se ejecuta.—Consecuencias: 1.ª De dónde provienen el primero y el último término del producto, cuando se multiplican dos polinomios ordenados.—2.ª Número de términos del producto.—3.ª Grado del producto de dos factores.—4.ª En el caso de que los factores sean homogéneos, qué deberá ser el producto.—Cambio de signo de una letra. (Párrafos 36 al 42.)

ECUACIONES DE PRIMER GRADO.—Ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.—Resolución: 1.° Por sustitución.—2.° Por igualación.—3.° Por reducción.—Observaciones: 1.ª El denominador es el mismo en ambos, y el numerador de cada una se obtiene reemplazando en aquél los coeficientes por los segundos miembros.—2.ª Si en las ecuaciones propuestas se sustituye a, b y c por sus correspondientes a', b' y c' y al contrario, la primera ecuación se convierte en la segunda, y al contrario.—3.ª Permutando en las ecuaciones a y a' con b y b' y x con y, el sistema no varía. (Párrafos 131 al 133.)

Problema: Se han embarcado en un vapor 360 toneladas de carbón, debiendo repartirse por igual entre cada uno de los días que debe durar el viaje; al emprender éste, se navegaron cuatro días á la vela, aumentando así en tres toneladas la cantidad de carbón disponible por día. ¿Cuánto duró la navegación. (Párrafo 162, problema 2.°).

PAPELETA 22

EXPRESIONES ALGEBRÁICAS.—Definición.—Monomio y polinomio.—Definición.—Cantidades incompletas.—Cantidades complejas.—Términos semejantes. Cantidades racionales.—Cantidad entera. Cantidad fraccionaria.—Cantidades irracionales.—Valor numérico de una expresión algebraica.—Expresiones equivalentes.—Grado de una expresión.—Grado de un monomio entero.—Grado de un polinomio entero.—Grado de un monomio ó un polinomio con respecto á una letra que no contiene.—Grado de las expresiones fraccionarias ó irracionales.—Expresiones homogéneas.—Polinomio homogéneo.—Ordenación de polinomios.—Letra ordenatriz.—Polinomio completo é incompleto.—Casos: 1.° Que el polinomio contenga dos letras y sea homogéneo.—2.° Que el polinomio considerado contenga varios términos, en los cuales la letra ordenatriz lleve el mismo exponente.—Generalización del convenio de la ordenación.—Simplificación de polinomios.—Regla práctica. (Párrafos 17 al 26).

USO DE LAS TABLAS DE LOGARITMOS.—Principios fundamentales.—Teorema 1.°: El logaritmo de un número comprendido entre dos enteros consecutivos de la tabla, es aproximadamente igual al logaritmo del número inferior inmediato más el producto de la diferencia tabular, por la que existe entre este último número y el propuesto.—Causas de error y límite. Teorema 2.°: El número correspondiente á un logaritmo comprendido entre dos consecutivos de las tablas, es aproximadamente igual al número entero que corresponda al logaritmo inferior inmediato más el cociente de dividir por la diferencia tabular, la que existe entre este último logaritmo y el logaritmo dado.—Causas de error y límite. (Párrafo 99.)

Problema: Ha sido preciso vender un reloj en 22,75 pesetas, rebajando su coste primitivo en un tanto por ciento igual al número de pesetas que costó; ¿cuál fué su precio? (Párrafo 162, problema 1.°)

PAPELETA 23

RESOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES.—Preliminares.—Identidad.—Ecuación.—Raíz.—Sistema de ecuaciones; solución del sistema; ecuaciones y sistemas equivalentes.—Procedimientos para plantear los problemas; partes que hay que considerar; regla para el planteo.—Ejemplo: Hallar un número tal que agregándole n, la suma sea p veces dicho número. (Párrafos 112 al 116.)

MANEJO DE LAS TABLAS DE LOGARITMOS. Problema directo.—Primer caso: Hallar el logaritmo de un número entero ó decimal que prescindiendo de la coma no exceda al límite superior de la tabla.—Segundo caso: Hallar el logaritmo de un número entero ó decimal que prescindiendo de la coma exceda al límite superior de la tabla.—Problema inverso.—Primer caso: Hallar el número correspondiente á un logaritmo que, abstracción hecha de la característica, está en la tabla.—Segundo caso: Hallar el número correspondiente á un logaritmo que, abstracción hecha de la característica, no está contenido en la tabla. (Párrafos 100 y 101.)

Problema: Con dos vinos cuyos precios son a y b céntimos el litro, se desea formar una mezcla de d litros, cuyo precio sea c céntimos el litro. (Párrafo 140, problema 9.°)

Geometría.—Texto: Ortega.

Duodécima edición (1910)

PAPELETA 1.ª

GEOMETRÍA PLANA.—***Relaciones métricas entre los elementos de un triángulo.***—Definiciones para proyección de un punto ó una recta sobre otra recta.—Teorema: Si desde el vértice del ángulo recto de un triángulo rectángulo se traza una perpendicular á la hipotenusa: se verifica: 1.° El triángulo propuesto se descompone en otros dos semejantes al mismo, y por consiguiente, entre sí.—2.° Dicha perpendicular es media proporcional entre los dos segmentos en que divide á la hipotenusa.—3.° Cada cateto es medio proporcional entre la hipotenusa y su proyección sobre ella.—4.° El cuadrado del número que mide la longitud de la hipotenusa, es igual á la suma de los cuadrados de los números que expresan las longitudes de los catetos.—5.° Los cuadrados de los números que miden las longitudes de los tres lados, son proporcionales á las longitudes de las proyecciones de dichos lados sobre la hipotenusa.—Corolarios: 1.° Si desde un punto de una circunferencia se traza una perpendicular á un diámetro, esta perpendicular es media proporcional entre los dos segmentos del diámetro.—2.° Toda cuerda es media proporcional entre el diámetro que pasa por uno de sus extremos y su proyección sobre él.—3.° Si por el extremo de un diámetro se trazan varias cuerdas, los cuadrados de sus longitudes son proporcionales á las longitudes de sus proyecciones sobre dicho diámetro. 4.° Calcular uno de los lados de un triángulo rectángulo.—5.° Calcular el lado de un cuadrado, dada la diagonal y viceversa. (Párrafos 290 al 293.)

Problemas: Determinar geométricamente dos segmentos de recta cuya diferencia y productos sean conocidos.—Dados dos polígonos semejantes, construir un tercero semejante á ellos y cuya área sea igual á la suma de sus áreas. (Párrafos 313 y 451.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—***Poliedros.*** Definición y clasificación de los poliedros.—Caras, aristas, vértices, diagonal, plano diagonal.—Poliedro convexo y cóncavo.—Caracteres para reconocer si un poliedro es convexo.—1.º Un poliedro convexo queda todo á un mismo lado de una de sus caras prolongada indefinidamente.—2.º Una recta sólo puede cortar en dos puntos á la superficie de un poliedro convexo.—3.º Los planos diagonales en los poliedros convexos son siempre interiores.—Poliedros regulares ó irregulares.—Nombres que reciben los poliedros por los números de caras que los limitan. (Párrafos 708 al 710.)

PAPELETA 2.ª

Geometría plana.—*Propiedades y relaciones métricas en un triángulo.*—Teorema: En todo triángulo, el cuadrado de la longitud de un lado opuesto á un ángulo agudo, es igual á la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos, disminuída en el duplo de uno de estos lados por la proyección del otro sobre él.—Teorema: En todo triángulo obtusángulo, el cuadrado de la longitud del lado opuesto al ángulo obtuso, es igual á la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos, aumentada en el duplo de uno de estos lados por la proyección del otro sobre él.—Escolio: Consecuencias de los tres últimos teoremas: El cuadrado de la longitud de un lado de un triángulo, es menor, igual ó mayor que la suma de las longitudes de los otros dos, según que el ángulo opuesto... Recíproco. (Párrafos 293 al 296.)

Problema: Dado un polígono regular inscripto en una circunferencia, inscribir en ella otro de doble número de lados y calcular su lado en función del de aquél. Escolios: 1.º Dada la cuerda de un arco, calcular la del arco mitad.—2.º El perímetro del polígono buscado es mayor que el del propuesto.—3.º Si se tratara del problema inverso.—Construir un círculo equivalente á un polígono dado. (Párrafos 344, 345 y 452)

Geometría en el espacio.—*Pirámide.* Definiciones.—Pirámide triangular, cuadrangular, pentagonal, etc.—Pirámide regular é irregular.—Pirámide truncada. La pirámide y el tronco de pirámide no son poliedros regulares.—Cómo puede considerarse engendrada la superficie lateral de una pirámide.—Cómo inscripto y circunscripto á la pirámide. (Párrafos 710 al 713)

PAPELETA 3.ª

Geometría plana.—*Angulos.*—Definiciones.—Lados.—Vértice.—Angulos adyacentes.—Opuestos por el vértice.—Bisectriz.—Suma y diferencia de ángulos.—Magnitud de un ángulo.—Angulo convexo y cóncavo.—Perpendicular.—Angulo recto.—Teorema: Por un punto dado sobre una recta se pueda siempre trazar una perpendicular, y solo una, á dicha recta.—Corolario. Todos los ángulos rectos son iguales.—Observación.—Angulo agudo y obtuso.—Complementarios y suplementarios. (Párrafos 7 al 14)

Problema: Dividir una recta en partes proporcionales á otras dadas.—Escolio: Dividir un segmento en partes iguales.—Transformar un polígono en un cuadrado equivalente. (Párrafos 305, 306 y 450)

Geometría en el espacio.—*Propiedades de los tetraedros.*—Teorema: En todo tetraedro se verifica que los planos bisectores de los seis diedros, se cortan en un punto que equidista de las cuatro caras.—Corolarios: 1.º Los planos bisectores de los diedros, cuyas aristas concurren en un mismo vértice, se cortan según una recta.—2.º Los planos bisectores de los diedros cuyas aristas forman una cara, se cortan en un punto.—3.º Las perpendiculares trazadas á las cuatro caras desde el punto común á todos los planos bisectores, son iguales.—Definición de esfera inscripta y esferas ex-inscriptas.—Teorema: Si por los puntos medios de las aristas de un tetraedro se trazan planos perpendiculares á las respectivas aristas, estos planos se cortan en un punto.—Corolarios: 1.º Planos perpendiculares en los puntos medios de tres aristas que forman una cara...—2.º Idem en las tres aristas que concurran á un vértice... 3.º Esfera circunscripta á un tetraedro. Escolio: El teorema puede enunciarse: Las perpendiculares trazadas á las cuatro caras de un tetraedro, por los centros de los círculos circunscriptos á cada una de ellas, se cortan en un mismo punto, que puede ser el centro de una esfera circunscripta al tetraedro.—Teorema: En todo tetraedro se verifica que las rectas que unen cada vértice con el punto de intersección de las medianas de la cara opuesta, se cortan en un mismo punto que se encuentra en las citadas rectas á la cuarta parte, á contar desde la cara, ó á las tres cuartas partes, á partir del vértice.—Corolario: Los planos determinados por una arista y el punto medio de la opuesta, se cortan en un punto, que cumple las condiciones del teorema. (Párrafos 713 al 722.)

PAPELETA 4.ª

Geometría plana.—*Propiedades de los ángulos.*—Teorema: Los dos ángulos adyacentes que forma una recta cuando encuentra á otra, son suplementarios.—Recíproco.—Si dos ángulos adyacentes son suplementarios, los lados no comunes estarán en línea recta.—Corolario 1.º: Si á un mismo lado de una recta, y por uno de sus puntos, se trazan otras varias, la suma de los ángulos sucesivos que forman todas ellas es igual á dos ángulos rectos.—Corolario 2.º: La suma de todos los ángulos consecutivos que se forman alrededor de un punto por varias rectas que concurran en él, es igual á cuatro ángulos rectos.—Teorema: Dos ángulos opuestos por el vértice son iguales.—Escolio: Si una recta es perpendicular á otra, ésta lo es también á la primera, y si dos rectas son perpendiculares, lo son también sus prolongaciones.—Teorema: Las bisectrices de dos ángulos adyacentes suplementarios, son perpendiculares. Escolio: Las bisectrices de dos ángulos opuestos por el vértice, forman una misma recta, y las de los cuatro ángulos formados por dos rectas al cortarse, lo verifican en ángulo recto en el vértice de dichos ángulos. (Párrafos 14 al 21.)

Geometría en el espacio.—*Pirámides.*—Propiedades de la pirámide en general.—Teorema: Cortando una pirámide por un plano paralelo al de la base, se verifica: 1.º Las aristas laterales, la altura y demás rectas trazadas desde el vértice hasta la base quedan cortadas en partes proporcionales.—2.º La sección será un polígono semejante al de la base.—3.º Estos dos polígonos tendrán sus áreas proporcionales á los cuadrados de sus distancias al vértice.—Escolio: Cuando la pirámide propuesta es regular.—Teorema: Si dos pirámides de igual altura se cortan por planos paralelos á las bases y que disten lo mismo de los dos vértices, los polígonos secciones son perpendiculares á las bases.—Corolario: Caso en que las dos bases son equivalentes. (Párrafos 722 al 726.)

Problema: Por un punto trazar un plano perpendicular á otros dos. (Párrafo 553.)

PAPELETA 5.ª

Geometría plana.—*Perpendiculares y oblicuas.*—Teorema: Por un punto fuera de una recta siempre se puede trazar á ésta una perpendicular, y sólo una.—*Propiedades relativas á las oblicuas.*—Teorema: Si desde un punto exterior á una recta se le trazan una perpendicular y varias oblicuas, se verifica: 1.º La perpendicular es más corta que cualquiera de las oblicuas. 2.º Dos oblicuas cuyos pies equidisten del de la perpendicular, son iguales.—3.º Entre dos oblicuas cualesquiera, aquella cuyo pie diste más del de la perpendicular, es la mayor.—*Recíprocamente:* Si desde un punto exterior á una recta se trazan otras varias que la corten. 1.º, 2.º, 3.º.—Escolios: 1.º La perpendicular trazada desde un punto á una recta es la línea más corta que se le puede trazar desde dicho punto.—2.º Si desde un punto se trazan la perpendicular y una oblicua á una recta cualquiera, la perpendicular queda siempre del lado del ángulo agudo formado por la oblicua con dicha recta.—3.º Oblicuas iguales que pueden trazarse desde un punto á una recta cualquiera.—Observación respecto á las proposiciones recíprocas. (Párrafos 21 al 28.)

Geometría en el espacio.—*Planos paralelos.*—Teorema: Si dos planos son paralelos, toda recta que corte á uno de ellos corta también al otro, y todo plano que corte á uno corta también al otro, siendo en este caso las intersecciones dos rectas paralelas.—Corolarios: 1.º Si dos planos son paralelos, toda recta paralela á uno de ellos ó contenida en él, es paralela al otro ó está situada en el mismo.—2.º Si dos planos son paralelos, todo plano paralelo á uno de ellos lo es también al otro ó coincide con él.—3.º Si se tienen dos planos paralelos, y por un punto de uno de ellos se trazan paralelas al otro, todas estas rectas estarán contenidas en el primero.—4.º Por un punto del espacio se puede siempre trazar un plano paralelo á otro y solamente uno; y si dos rectas que se cortan son paralelas á un plano, es paralelo á este mismo el determinado por aquéllas.—Teorema: Por dos rectas que se cruzan puede siempre pasar un sistema de dos planos paralelos y nada más que uno.—Corolarios: 1.º Dadas dos rectas que se cruzan, existe una infinidad de planos que les son paralelos, pero la dirección de estos planos es única.—2.º Dos ángulos cuyos lados son respectivamente paralelos, tienen sus planos también paralelos.—Teorema: Dos ángulos cuyos lados son respectivamente paralelos son iguales, si dichos lados están dirigidos en el mismo ó en contrario sentido, y suplementarios, si dos lados están en el primer caso y los otros dos en el segundo.—Teorema: Los segmentos de dos paralelas comprendidos por dos planos paralelos, son iguales.—Teorema: Tres planos paralelos cortan á dos rectas cualesquiera en partes proporcionales.—Estudiar la recíproca, añadiendo la condición de que dichos planos han de ser paralelos.—Corolarios: 1.º Caso en que haya más de dos rectas.—2.º Si todas ó cierto número de ellas partiesen de un punto. (Párrafos 495 al 505.)

Problema: Por un punto trazar una recta paralela á un plano. (Párrafo 545.)

PAPELETA 6.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Lugares geométricos.*—Teorema: Si se traza la perpendicular á una recta en su punto medio, cualquier punto de dicha perpendicular equidista de los extremos de la recta, y todo punto fuera de la perpendicular dista desigualmente de los mismos extremos. Recíproco.—Definición del lugar geométrico.—Teorema: La bisectriz de un ángulo es el lugar geométrico de los puntos del plano equidistantes de los lados de dicho ángulo.—Corolario: Lugar geométrico de todos los puntos de un plano equidistantes de dos rectas trazadas en dicho plano y que se corten.—Observación: Proposiciones que hay que demostrar para establecer un lugar geométrico. (Párrafos 28 al 34.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Posiciones relativas de rectas y planos.*—Rectas y planos perpendiculares.—Definición.—Teorema: Si una recta es perpendicular á otras dos no paralelas entre sí, pero paralelas á un plano ó situadas en él, será también perpendicular á todas las demás que estén en las mismas condiciones, y, por lo tanto, será perpendicular al plano.—Escolio: Averiguar si una recta es perpendicular á un plano.—Teorema: Si dos rectas son paralelas, todo plano perpendicular á una de ellas lo es también á la otra; y si dos planos son paralelos, toda perpendicular á uno lo es también al otro.—Recíprocamente.—Teorema: Por un punto dado se puede siempre trazar un plano perpendicular á una recta y nada más que uno.—Teorema: Por un punto se puede siempre trazar una perpendicular á un plano y nada más que una.—Teorema: Si se tienen un plano y una recta perpendiculares á otra recta dada, aquella recta es paralela al plano ó está situada en él.—Corolarios: 1.º Si á una recta se traza un plano perpendicular en uno de sus puntos ó por un punto exterior, este plano será el lugar geométrico de todas las perpendiculares trazadas á la recta por el punto considerado; 2.º El lugar geométrico de los puntos del espacio que equidistan de los extremos de una recta es el plano perpendicular á ésta en su punto medio.—Teorema: Si desde un punto exterior á un plano se trazan á éste una perpendicular y varias oblicuas, se verifica: 1.º, 2.º y 3.º—Recíprocamente. (Párrafos 505 al 517.)

Problema: Por un punto trazar un plano paralelo á una recta. (Párrafo 516.)

PAPELETA 7.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Paralelas.*—Definición.—Propiedades.—Teorema: Por un punto fuera de una recta puede siempre trazársele una paralela.—Principio fundamental.—Corolario 1.º Si una recta encuentra á otra, encuentra á sus paralelas.—Corolario 2.º Si una recta corta perpendicularmente á otra, es también perpendicular á sus paralelas.—Corolario 3.º Si una recta es paralela á otra, lo es también á las paralelas á ésta.—Paralelas cortadas por secantes.—Definiciones de los diversos ángulos que se forman.—Teorema: Si una secante corta á dos paralelas, los cuatro ángulos agudos que resultan en los dos puntos de intersección son iguales, así como los cuatro ángulos obtusos.—Recíproco: Si dos rectas son cortadas por una secante y forman cuatro ángulos agudos ú obtusos iguales entre sí, las rectas son paralelas siempre que los internos ó externos del mismo lado de la secante sean de distinta especie: Caso en que los ángulos son rectos.—Corolarios: 1.º Si las rectas son paralelas, los ángulos alternos internos son iguales; 2.º Los alternos externos son iguales; 3.º Los correspondientes son iguales; 4.º Los internos de un mismo lado de la secante son suplementarios; 5.º Los externos del mismo lado de la secante son suplementarios; 6.º Recíprocamente.—Dos rectas cortadas por una secante son paralelas cuando son iguales los ángulos alternos internos, ó los alternos externos, ó los correspondientes, ó bien si son suplementarios los ángulos del mismo lado de la secante, internos ó externos.—Escolio: Si dos rectas cortadas por una secante forman ángulos internos de un mismo lado de la secante que no sean suplementarios, dichas rectas se cortan por el lado en que la suma de los ángulos es menor que dos rectos.—Consecuencias: 1.ª Si se traza una perpendicular y una oblicua á una recta, ambas se cortan por el lado del ángulo agudo; 2.ª Si se trazan dos perpendiculares á dos rectas que se cortan, dichas perpendiculares se han de cortar también.—Teorema: Los segmentos de paralelas comprendidos entre otras dos paralelas son iguales.—Corolario: Dos rectas paralelas equidistan en toda su extensión. (Párrafos 34 al 46.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—Planos perpendiculares.—Definición.—Teorema: Si una recta es perpendicular á un plano, todo plano que pase por esta recta ó le sea paralelo será perpendicular al primero.—Corolarios: 1.º Planos perpendiculares que se pueden trazar á otro por una recta que le sea perpendicular ú oblicua; 2.º Si la recta está en el plano ó es paralela al mismo.—Escolios: 1.º Consecuencia de estos corolarios y de la definición: Lugar geométrico de las perpendiculares trazadas á un plano por los distintos puntos de una recta; 2.º Si varios planos son paralelos, todo plano perpendicular á uno de ellos lo es también á los demás.—Teorema: Si dos planos son perpendiculares, toda perpendicular á uno de ellos está situada en el otro ó le es paralela.—Teorema: Si dos planos son perpendiculares, y en uno de ellos se traza una perpendicular á su intersección con el otro, será perpendicular también á este último.—Teorema: La intersección de dos planos perpendiculares á un tercero es perpendicular á este último.—Corolarios: 1.º Si dos planos son perpendiculares á un tercero, la intersección de aquéllos lo es también á las intersecciones que producen los mismos sobre dicho tercero; 2.º Si tres planos son perpendiculares de dos en dos, la intersección de dos cualesquiera de ellos es perpendicular al tercero y las tres intersecciones lo son entre sí.—Horizontales y verticales. (Párrafos 517 al 528.)

Problema: Por un punto dado trazar un plano paralelo á otro dado. (Párrafo 547.)

PAPELETA 8.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Angulos de lados paralelos ó perpendiculares.*—Teorema: Dos ángulos cuyos lados son respectivamente paralelos, son iguales, si tienen los lados paralelos dirigidos en el mismo ó en opuesto sentido, y suplementarios, si dos de sus lados están en el mismo sentido y los otros dos en opuesto.—Corolario: Dos ángulos cuyos lados son respectivamente perpendiculares, son iguales ó suplementarios, según sean de la misma ó diferente especie.—Observaciones sobre el paralelismo de dos rectas: 1.ª Cuando la secante gira disminuyendo el ángulo que forma con la recta; 2.ª Magnitud de las secantes sucesivas.—Consecuencia: Dos rectas paralelas pueden considerarse como dos rectas que se cortan en el infinito, formando un ángulo igual á cero.—Observación sobre proposiciones recíprocas. (Párrafos 46 al 50.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Proyecciones, ángulos y mínimas distancias.*—Proyecciones.—Definiciones: Proyección ortogonal; ídem oblicua: línea proyectante; plano de proyección.—Teorema: La proyección de una recta sobre un plano, es otra recta.—Corolarios: 1.º Si la recta es perpendicular al plano; 2.º Si es paralela á la dirección de la proyectante en la proyección oblicua; 3.º Si es limitada y paralela al plano de proyección; 4.º Para una recta cualquiera limitada, la proyección ortogonal es menor que la recta; 5.º Para obtener la proyección de una recta, basta obtener la de dos de sus puntos y unirlos por una recta.—Escolio: Indeterminación de una recta, conocida la proyección.—Teorema: Las proyecciones de dos rectas paralelas sobre un plano, son paralelas.—Recíproco: Condiciones que hay que agregar para que ésta pueda ser cierta. (Párrafos 528 al 534.)

Problema: Por un punto trazar un plano perpendicular á otro. (Párrafo 552.)

PAPELETA 9.ª

GEOMETRÍA PLANA.—*Polígonos.*—Definiciones: Polígonos, lados, perímetro, vértices, ángulos, diagonales, polígonos convexos y cóncavos, equiláteros, equiángulos, regulares, irregulares; clasificación de los polígonos por el número de lados.—*Triángulos.*—Clasificación: Por sus lados, por sus ángulos, base, altura, catetos, hipotenusa; designación de lados y ángulos.—Propiedades.—Teorema: En todo triángulo un lado cualquiera es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia; condición para formar un triángulo con tres rectas dadas.—Corolario: Si dos triángulos tienen un lado común y un lado del primero corta á un lado del segundo, la suma de los lados que no se cortan es menor que la de los que se cortan.—Teorema: Si en un triángulo disminuye ó aumenta un ángulo, permaneciendo constantes los lados que lo forman, el lado opuesto disminuye ó aumenta también.—Corolario 1.º: Si dos triángulos tienen dos lados del uno iguales á dos del otro, el tercer lado del primero será mayor ó menor que el tercer lado del segundo, según que el ángulo opuesto á aquél sea mayor ó menor que el opuesto á éste.—Corolario 2.º: Si dichos ángulos fuesen iguales, los terceros lados deberían serlo.—Recíprocos del teorema y corolarios anteriores.—Teorema: En todo triángulo se verifica, que si un lado es mayor, igual ó menor que otro, el ángulo opuesto al primero estará en las mismas circunstancias respecto al opuesto al segundo.—Corolario: Si el triángulo es isósceles, á lados iguales se oponen ángulos iguales, y si es equilátero es también equiángulo.—Recíprocos del teorema y corolario. Escolio: Propiedades de que goza la altura de un triángulo isósceles.—Teorema: La suma de los tres ángulos de un triángulo, es igual á dos rectos.—Corolarios: 1.º Un ángulo cualquiera de un triángulo es el suplemento de la suma de los otros dos.—2.º Si un triángulo tiene dos ángulos respectivamente iguales á dos ángulos de otro triángulo, los tres ángulos son también iguales.—3.º Cualquier ángulo externo de un triángulo, es igual á la suma de los dos que no le son adyacentes.—4.° Un triángulo sólo puede tener un ángulo recto ú obtuso.—5.° En un triángulo rectángulo los dos ángulos agudos son complementarios.—6.° Dos triángulos cuyos lados sean respectivamente paralelos ó perpendiculares, tienen sus ángulos respectivamente iguales. (Párrafos 50 al 66.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO. — *Proyecciones*.—Teorema: Si dos rectas son perpendiculares y una de ellas es paralela á un plano, las proyecciones ortogonales de ambas sobre este plano son también perpendiculares. — Recíproco. — Escolio: Teorema de las tres perpendiculares.—Teorema: Si una recta es perpendicular á un plano, la proyección de la primera sobre un cierto plano es perpendicular á la traza del plano dado sobre el de proyección.—La recíproca no es cierta.—Condiciones para que la recta sea perpendicular al plano. (Párrafos 534 al 537.)

PAPELETA 10

GEOMETRÍA PLANA.—*Propiedades de los triángulos*.—Teorema: En todo triángulo se verifica que las perpendiculares trazadas á los lados en sus puntos medios, se cortan en un mismo punto, que equidista, por consiguiente, de los tres vértices. Corolario: En un triángulo rectángulo, el punto equidistante de los tres vértices es el punto medio de la hipotenusa.—Teorema: En todo triángulo se verifica que las tres alturas se cortan en un mismo punto.—Corolario: Si el triángulo es rectángulo, las alturas se cortan en el vértice del ángulo recto.—Teorema: En todo triángulo las bisectrices de sus tres ángulos se cortan en un mismo punto, que equidista, por consiguiente, de los tres lados.—Corolario: En un triángulo equilátero el punto equidistante de los vértices, el de intersección de las alturas y el de las bisectrices coinciden en uno solo.—Escolio: Considerar prolongados más allá de los vértices los tres lados del triángulo y determinar los puntos que equidistan de las tres rectas. (Párrafos 66 al 73.)

Problemas: Dada una recta y un punto fuera de ella, trazar por éste otra recta que forme con la dada un ángulo conocido.—Construir un cuadrado equivalente á un círculo dado. (Párrafos 190 y 453.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.— *Angulos de rectas y planos*.—Consideraciones y definiciones.—Teorema: Por un punto dado en un plano, la recta que se trace en él formando el mayor ángulo posible con otro plano, es perpendicular á la traza del primero sobre el segundo.—Escolio: Línea de máxima pendiente.—Mínimas distancias.—Consideraciones.—Mínima distancia: 1.° De un punto á un plano.—2.° Entre una recta y un plano paralelos.—3.° Entre dos planos paralelos.—4.° Entre dos rectas que se cruzan. Teorema: Dadas dos rectas que se cruzan, existe siempre una recta, y sólo una, que es perpendicular á ambas. — Escolio: Cuándo sólo se desea la longitud de la mínima distancia. (Párrafos 537 al 545.)

PAPELETA 11

GEOMETRÍA PLANA.—*Igualdad de triángulos*.—Teorema: Dos triángulos son iguales en cualquiera de los tres casos siguientes: 1.° Cuando dos lados y el ángulo comprendido en uno de los triángulos son, respectivamente, iguales á dos lados y el ángulo comprendido en el otro.—2.° Cuando tienen análogamente iguales un lado y dos ángulos, estando dispuestos del mismo modo.—3.° Cuando son iguales los tres lados de uno ó los tres del otro.—Corolarios: 1.° Condiciones suficientes para que sean iguales dos triángulos isósceles.—2.° Idem para la igualdad de los equiláteros.—3.° Idem para la de los rectángulos.—Escolio: Elementos iguales que deben tener dos triángulos para poder deducir la igualdad de éstos. *Nuevas propiedades de los triángulos*.—Teorema: La recta que une los puntos medios de dos lados de un triángulo, es paralela al tercer lado é igual á su mitad. — Teorema: En todo triángulo las tres medianas se cortan en un mismo punto, que se encuentra sobre cada una de ellas á la tercera parte desde el lado ó á las dos terceras partes desde el vértice. Corolario: En un triángulo equilátero, este punto coincide con el que equidista de los vértices y de los lados, y es común á las tres alturas.—Teorema: En todo triángulo, el punto equidistante de los tres vértices, el común á las tres medianas y el de concurso de las tres alturas, están en línea recta y la distancia del primero de estos puntos al segundo es la mitad de la de éste al tercero. (Párrafos 73 al 82.)

Problema: Dada una recta y un punto, trazar por éste una paralela á aquélla.—Trazar una perpendicular á una recta desde un punto fuera de ella. (Párrafos 186 y 188.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Semejanza*. — Definiciones. — Poliedros inversamente semejantes.—Consecuencia de la definición: En dos poliedros semejantes las aristas homólogas son proporcionales.—*Propiedades*.—Teorema: Dos tetraedros son semejantes en los cuatro casos siguientes: 1.° Cuando tienen un diedro igual comprendido por dos caras semejantes, una á una, y semejantemente dispuestas; 2.° Cuando tienen una cara semejante é iguales los tres diedros adyacentes y semejantemente dispuestos; 3.° Cuando tienen igual un ángulo triedro y semejantes y semejantemente colocadas las tres caras que lo constituyen; 4.° Cuando tienen respectivamente iguales y semejantemente dispuestos sus diedros.—Teorema: Si se corta una pirámide por un plano paralelo á la base, la pirámide total y la *deficiente* son semejantes. (Párrafos 797 al 801.)

PAPELETA 12

GEOMETRÍA PLANA. — *Cuadriláteros*. — Clasificación. — Propiedades.—Teorema: En todo paralelógramo se verifica: 1.° Los lados opuestos son iguales; 2.° Los ángulos opuestos también; 3.° Los ángulos que tienen un lado común son suplementarios, y 4.° Las diagonales se cortan en dos partes iguales.—Teorema: Un cuadrilátero convexo es paralelógramo si se verifica una de las cuatro condiciones siguientes: 1.ª Tener los lados opuestos iguales; 2.ª Tener los ángulos opuestos iguales; 3.ª Ser iguales y paralelos los lados opuestos; 4.ª Cortarse las diagonales en su punto medio, y 5.ª Ser suplementarios los ángulos que tienen un lado común.—Teorema: En el rombo, además de las propiedades del paralelógramo, se verifica que las diagonales son perpendiculares ó bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen.—Recíprocamente: Si en un paralelógramo las diagonales son perpendiculares ó bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen la figura, es un rombo. (Párrafos 82 al 87.)

Problemas: Dada una recta y en ella un punto, trazar por éste otra recta que forme con la dada un ángulo conocido.—Transformar un triángulo dado en otro equivalente é isósceles, conservando uno de sus ángulos. (Párrafos 189 y 446.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.— *Angulos poliedros*.—Definiciones: Aristas, vértice, caras, ángulo plano, plano diagonal, ángulos poliedros, cóncavos y convexos, caracteres distintivos de unos y otros.—Demostrar que puede hallarse siempre un plano que corte á todas las aristas de un ángulo poliedro convexo, siendo también convexo el polígono resultante.—Clasificación de los ángulos poliedros, según el número de sus caras.—Definición de ángulos poliedros regulares. (Párrafos 569 á 575.)

PAPELETA 13

GEOMETRÍA PLANA. — *Areas*.— En las figuras mixtilíneas.—Fórmula de Sipson. En el círculo.—Teorema: El área de un círculo es igual...—Corolario: Es función del diámetro y en función de la circunferencia.—Teorema: El área de un sector es igual á la mitad del producto de su arco por el radio.—Comparación de las áreas de un círculo y de un sector del mismo radio.—Teorema: El área de un segmento circular es igual al producto de la mitad del radio por la diferencia entre su arco y la mitad de la cuerda del arco doble. (Párrafos 406 407 y 409 al 415.)

Problemas: Construir un polígono semejante á otro dado sobre una recta dada, ó conocida la relación de semejanza $\frac{m}{n}$. Transformar un triángulo en otro equivalente y equilátero. (Párrafos 321 y 447.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Prisma*.—Definiciones: Prisma; caras laterales; bases; alturas; tronco de prisma; forma en que puede considerarse engendrada la superficie lateral de un prisma; cilindros inscripto y circunscripto á un prisma regular.—Propiedades del paralelepípedo. Clasificación.—Teorema: En todo paralelepípedo se verifica: 1.° Las caras opuestas son iguales y paralelas.—2.° Los triedros opuestos son simétricos.—3.° Las diagonales se cortan en un mismo punto y en partes iguales.—4.° Toda recta que pasa por este punto y se limite en la superficie del poliedro, queda dividida en partes iguales por dicho punto.—Corolarios: 1.° Dos caras opuestas cualesquiera pueden ser consideradas como bases.—2.° Todo plano que corte á cuatro aristas paralelas de un paralelepípedo, le verifica según un paralelógramo.—3.° Un paralelepípedo queda determinado, conocido un triedro y la longitud de las tres aristas que lo forman.—4.° Las cuatro diagonales de un paralelepípedo rectángulo son iguales.—Teorema: En un paralelepípedo rectángulo, el cuadrado de la diagonal es igual á la suma de los cuadrados de las tres aristas que concurren en un mismo vértice.—Corolario: En un cubo.—*Propiedades de un prisma*.—Teorema: Las secciones causadas en un prisma por planos paralelos son polígonos iguales.—Corolario: Sección de un plano paralelo á las bases.—Escolio: Sección recta. (Párrafos 726 al 737.)

PAPELETA 14

GEOMETRÍA PLANA.—*Igualdad de polígonos*.—Consideraciones que inducen á determinar la igualdad de dos polígonos con el menor número de condiciones posible.—Dos polígonos de igual número de lados son iguales en cualquiera de los casos siguientes: 1.° Si tienen de dos en dos iguales todos los lados menos uno y todos los ángulos formados por lados iguales; 2.° Si todos los ángulos, menos uno, y todos los lados, menos los que formen el ángulo exceptuado, son iguales de dos en dos en ambos polígonos; 3.° Si tienen iguales todos los lados y todos los ángulos, menos tres consecutivos; 4.° Si tienen un lado igual, é iguales de dos en dos las distancias de todos los vértices á los extremos de dichos lados; 5.° Si se componen del mismo número de triángulos iguales de dos en dos é igualmente dispuestos en cada polígono. Escolio: Número de condiciones para determinar la igualdad de dos polígonos. (Párrafos 97 al 100.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO. — *Angulo triedro.*—Definiciones: Triedro simétrico. Caso de coincidencia de los triedros simétricos.—Triedros suplementarios.—Teorema: Si un triedro es suplementario de otro, éste lo es de aquél.—Teorema: En dos triedros suplementarios, cada diedro de uno de ellos es el suplemento de la cara correspondiente del otro.—Escolio: Propiedad correlativa ó suplementaria. (Párrafos 575 al 583.)

Problema.—Hallar el radio de una esfera sólida. (Párrafos 700 y 701.)

PAPELETA 15

GEOMETRÍA PLANA.—*Simetría en los polígonos.*—Definiciones.—Puntos simétricos; centro; eje; polígonos simétricos; igualdad de éstos; manera de hacerlos coincidir; simetría entre los elementos de un mismo polígono.—*Circunferencia.*—Definiciones: Circunferencia, centro, arco, radio, secante, cuerda, diámetro, tangente, normal, círculo, sector circular, arcos iguales, suma de arcos.—Propiedades que se deducen de las definiciones: 1.ª Una circunferencia es el lugar geométrico de los puntos de un plano que equidistan...; 2.ª Todos los radios de una circunferencia...; 3.ª El diámetro es la mayor...; 4.ª El diámetro divide á la circunferencia y al círculo...—Teorema: Por tres puntos que no estén en línea recta, se puede siempre hacer pasar una circunferencia, y sólo una.—Escolio: Puede considerarse una recta como el límite de una circunferencia cuyo radio haya ido creciendo hasta hacerse infinito. (Párrafos 100 al 111.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Angulos triedros.*—Teorema: En todo triedro una cara cualquiera es menor que la suma y mayor que la diferencia de las otras dos. Corolarios: 1.° Si tres ángulos son tales, que teniendo el vértice común uno de ellos es igual á la suma de los otros dos, las tres rectas que lo forman están en un mismo plano; 2.° Si en el interior de un triedro se traza una recta cualquiera que pase por el vértice, y se imaginan los ángulos planos que forma con dos aristas de una cara, la suma de estos ángulos es menor que la de las otras dos caras; 3.° Si dos triedros tienen una cara común, y una cara del primero corta á otra cara del segundo, la suma de las caras que no se cortan es menor que la de las que se cortan; 4.° En todo triedro, á mayor ángulo diedro, se opone mayor cara. Escolio: En todo triedro isoedro, los diedros opuestos á las caras iguales son iguales.—En todo triedro, á mayor cara se opone mayor diedro.—Si un triedro tiene las tres caras iguales, lo serán también los tres diedros, y, por consiguiente, será regular. (Párrafos 583 al 586.)

PAPELETA 16

GEOMETRÍA PLANA.—*Propiedades relativas de la recta y la circunferencia.*—Cuerdas.—Teorema: En una misma circunferencia ó circunferencias iguales, los arcos iguales son subtendidos por cuerdas iguales, y en los desiguales, al mayor corresponde cuerda mayor. — Recíprocamente.—Teorema: En un mismo círculo ó en círculos iguales, las cuerdas iguales equidistan del centro, y de las desiguales la mayor dista menos.—Recíprocamente. Teorema.—El diámetro perpendicular á una cuerda divide á ésta y á los dos arcos subtendidos por ella en dos partes iguales. Corolarios: 1.° Por un punto interior á una circunferencia, la mayor cuerda que puede trazarse es un diámetro, y la menor, la que sea perpendicular á este diámetro; 2.° El lugar geométrico de los puntos medios de un sistema de cuerdas paralelas, es el diámetro perpendicular á su común dirección.—Escolios: 1.° El diámetro determinado por el punto medio de un arco es perpendicular á su cuerda, la divide en dos partes iguales y también al resto de la circunferencia; 2.° Definición de sagita ó flecha.—Tangente.—Definición.—Razonamiento para probar la existencia de las tangentes.—Consecuencias: 1.ª Por un punto de una circunferencia puede siempre trazársele..; 2.ª La tangente es paralela al sistema de cuerdas paralelas...—Definiciones más generales de la tangente y que tengan aplicación á cualquier curva.—Curva convexa y cóncava.—Angulo de dos curvas.—(Párrafos 111 al 122.)

Problema: Dados dos polígonos construir un tercero equivalente al primero y semejante al segundo. (Párrafo 454.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Areas.*—Teorema: El área de la superficie engendrada por una recta limitada que gira alrededor de otra, situadas ambas en un mismo plano, y la primera en una sola región respecto á la segunda, es igual al producto de la proyección de la recta generatriz sobre el eje, por la circunferencia cuyo radio es la parte de perpendicular trazada á dicha generatriz en su punto medio, comprendida entre ésta y el eje.—Teorema: El área de la superficie engendrada por una línea quebrada regular, que gira alrededor de un eje situado en su plano y que pasa por su centro sin cortarla, es igual al producto de la circunferencia inscripta en la misma por la proyección de la generatriz sobre el eje.—Corolario: El área de la superficie engendrada por un arco de circunferencia que gira alrededor de un diámetro que no lo corta, es igual á la circunferencia á que pertenece dicho arco, multiplicada por la proyección de éste sobre el eje. (Párrafos 833 al 836.)

PAPELETA 17

GEOMETRÍA PLANA. — *Comparación de áreas.*—Areas de figuras isoperímetras.—Máximos y mínimos.—Teorema: Entre todos los triángulos que tengan la misma base y el mismo perímetro, el isósceles es el que tiene mayor superficie.—Corolario: Relativo al equilátero.—Teorema: Entre todos los triángulos de la misma base y superficie equivalente, el isósceles es el de perímetro mínimo.—Corolario: Relativo al equilátero.—Teorema: Si se dan dos lados para formar un triángulo, será de área máxima aquel en que el ángulo comprendido por dichos lados, sea recto.—Teorema: Si se da la suma de los lados para formar un triángulo, será de área máxima aquel en que dicha suma se divida en dos partes iguales y estos lados estén en ángulo recto. (Párrafos 427 al 433.)

Problemas: Trazar la perpendicular á una recta por un punto dado en ella.—1.° Cuando el punto dado sea el punto medio de la recta.—2.° Cuando el punto dado sea uno cualquiera; y 3.° Cuando el punto dado sea el extremo de la recta. (Párrafo 187.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO. — *Angulo triedro.* — Teorema: En todo triedro la suma de las tres caras es menor que cuatro ángulos rectos.—Escolio: Haciendo aplicación de las propiedades correlativas, demostrar: 1.° Que la suma de los diedros de un triedro está comprendida entre dos y seis rectos; 2.° Que en todo triedro el menor de los diedros, en dos rectos, es mayor que la suma de los otros dos.—Observación referente á la clasificación de los triedros por el número de ángulos diedros rectos que tengan. (Párrafos 589 al 592.)

Problema: Trazar por una recta el plano perpendicular á otro. (Párrafo 554.)

PAPELETA 18

GEOMETRÍA PLANA.— *Comparación de áreas.*—Areas de figuras isoperímetras. — Máximos y mínimos.—Teorema: Entre todas las figuras planas isoperímetras, la de área máxima es el círculo.—Teorema: Entre todas las figuras equivalentes, el círculo es la del perímetro mínimo. (Párrafos 433 al 436.)

Problemas: Sobre una recta dada construir un triángulo semejante á otro dado.—Construir un polígono semejante á otro y cuyo perímetro sea igual á una recta dada. (Párrafos 320 y 322.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Igualdad de ángulos triedros.*—Teorema: Dos ángulos triedros son iguales cuando tienen: 1.° Una cara y los dos diedros adyacentes respectivamente iguales, y dispuestos igualmente; 2.° Un diedro igual formado por caras respectivamente iguales, y dispuestas de la misma manera; 3.° Las caras respectivamente iguales y dispuestas del mismo modo; 4.° Sus diedros respectivamente iguales é igualmente dispuestos. — Corolario: Determinación de un triedro.— Escolios: 1.° Triedros simétricos; 2.° Analogía con los triángulos rectilíneos. (Párrafos 592 al 595.)

PAPELETA 19

GEOMETRÍA PLANA.— *Magnitudes proporcionales.*—Origen de la proporcionalidad y procedimiento expedito para conocerla.—Teorema: Si dos magnitudes varían simultáneamente de tal modo que á dos valores iguales de la primera correspondan otros dos valores iguales de la segunda, y á un valor de la primera que sea la suma de otros dos de la misma corresponda otro valor de la segunda que sea la suma de los correspondientes á aquéllos, dichas magnitudes serán directamente proporcionales.—Recíprocamente.—Regla general para la proporcionalidad directa.— Si falta alguna de las dos condiciones expresadas, las magnitudes no son proporcionales.— Ejemplo.—Magnitud proporcional á otras varias.— Definición. — Demostrar que cuando una magnitud es proporcional á otras varias, la relación de dos valores cualesquiera de la primera es igual al producto de las relaciones de los valores correspondientes de todas las demás. (Párrafos 144 al 152.)

Problema: Dado un polígono regular inscripto en una circunferencia, inscribir en ella otro de doble número de lados y calcular su lado en función del de aquél. Escolios: 1.° Dada la cuerda de un arco, calcular la del arco mitad; 2.° El perímetro del polígono buscado es mayor que el del propuesto; 3.° Si se tratara del problema inverso. (Párrafos 344 y 345.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO. —*Ángulos poliedros.*—Ángulos poliedros simétricos.—Ángulos poliedros suplementarios.—Teorema: Si un ángulo poliedro es suplementario de otro, éste lo es de aquél.—Teorema: En dos ángulos poliedros suplementarios, un diedro cualquiera de uno de ellos es suplemento de la cara correspondiente del otro.—Teorema: En un ángulo poliedro una cara cualquiera es menor que la suma de todas las demás. Teorema: En todo ángulo poliedro convexo, la suma de sus caras es menor que cuatro ángulos rectos. — Teorema: En todo ángulo poliedro se verifica que la suma de sus diedros está comprendida entre tantas veces dos rectos como aristas tenga, y este mismo número disminuído en cuatro rectos.—Igualdad de ángulos poliedros. (Párrafos 595 al 604.)

PAPELETA 20

GEOMETRÍA PLANA.—*Homotecia.*— Definiciones; figuras ó sistemas de puntos homotéticos; centro y relación de homotecia; homotecia directa é inversa.—Dado un sistema de puntos, determinar su homotético, para un centro y una relación dadas.—Demostrar que la figura homotética de una circunferencia es otra circunferencia.—Teorema: En dos sistemas homotéticos la recta que une dos puntos cualesquiera en uno de ellos, y la que une los puntos homólogos en el otro son paralelas y están en la relación de homotecia — Corolarios: 1.º La figura homotética de una recta es otra recta paralela á ella; 2.º Si una recta pasa por el centro de homotecia, su homotética también, y ambas coinciden y recíprocamente; 3.º El ángulo de dos rectas es igual al de sus homotéticas; 4.º La figura homotética de un polígono es otro polígono semejante al mismo, siendo iguales la relación de semejanza y la de homotecia; 5.º Las tangentes en puntos homólogos de curvas homotéticas, son paralelas. (Párrafos 279 al 284.)

Problemas sobre polígonos. — Condiciones que determinan un triángulo: construirlos dados los tres lados ó dos lados y el ángulo comprendido. (Párrafos 193 á 196.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Líneas y superficies curvas.*—*Líneas curvas en general.*—Generación. —Líneas curvas planas y de doble curvatura; elemento de la curva.—Plano osculador.—Tangente y normal; planos tangente y normal.—Ángulos de flexión y de torsión.—Puntos singulares.—*Superficies en general.*—Generación y clasificación de las superficies.—Propiedades generales.—Generatrices; directrices; leyes de generación; ejemplo de generación de una superficie por generatrices diversas. (Párrafos 604 al 6 8.)

PAPELETA 21

GEOMETRÍA PLANA.—*Propiedades de las figuras semejantes.*—Puntos y rectas homólogas. — Teorema: En dos polígonos semejantes las rectas homólogas son proporcionales á los lados homólogos.—Teorema: La relación entre los perímetros de dos polígonos semejantes es igual á la relación de semejanza de los mismos. Teorema: Todas las rectas que parten de un mismo punto cortan proporcionalmente á dos secantes cualesquiera paralelas.—Corolario: Las rectas quedan divididas como las paralelas. — Recíprocamente: Si dos paralelas son cortadas en segmentos proporcionales por varias rectas..—(Párrafos 270 al 276.)

Problemas: Hallar la cuarta proporcional á tres rectas dadas.—Hallar una tercera proporcional á dos rectas dadas y un segmento $x = \frac{a b c d}{a' b' c'}$.—Dados dos polígonos semejantes, construir un tercero semejante á ellos y cuya área sea igual á la diferencia de las áreas de los dados. (Párrafos 307 al 310 y 451.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Superficies en general.* — *Plano tangente.* — Teorema: Todas las tangentes á las diferentes líneas que se pueden trazar en una superficie por uno de sus puntos, se hallan en un mismo plano.—Escolios: 1.º Determinación del plano tangente; 2.º Cómo puede considerarse el plano tangente; 3.º Plano que es á la vez tangente y secante; 4.º Consideraciones sobre el plano tangente en los puntos singulares.—Normal y plano normal.—*Superficies de revolución.*—Paralelos. — Meridianos.—Teorema: Todos los meridianos de una superficie de revolución son iguales.—Teorema: El plano tangente á una superficie de revolución es perpendicular al del meridiano que pasa por el punto de contacto. (Párrafos 613 al 630.)

PAPELETA 22

GEOMETRÍA PLANA. — *Homotecia.*—Teorema: Dos sistemas son homotéticos si existen en su plano dos puntos tales que, uniendo uno de ellos con los puntos del primer sistema, y el otro con los homólogos del segundo, resulten rectas respectivamente paralelas y que estén en la misma relación.—Corolarios: 1.º Dos polígonos semejantes de igual ú opuesta orientación, son homotéticos directos ó inversos; 2.º Dos circunferencias cualesquiera son siempre homotéticas directa ó inversamente; los dos centros de homotecia dividen armónicamente á la línea de los centros.—(Párrafos 284 y 285.)

Problemas — Dado un polígono regular inscripto, circunscribir otro semejante y calcular su lado en función del lado del propuesto.—(Párrafo 346.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Superficie cónica.*—Generación y definiciones.—Definición de superficie cónica.—Superficie cónica, cerrada ó abierta.—Cono.—Base y altura del cono.—Cono circular, recto ú oblicuo.—Cómo puede engendrarse el cono circular recto.—Cono equilátero.—Secciones paralelas y antiparalelas. — Tronco de cono de primera y segunda especie.—Nuevo medio de generación del cono.—(Párrafos 638 al 641.)

PAPELETA 23

GEOMETRÍA PLANA.—*Medida de ángulos.*—Teorema: Todo ángulo formado por dos secantes que se cortan en un punto del círculo, tienen la misma medida que la semisuma de los arcos comprendidos por sus lados y por sus prolongaciones. Teorema: Todo ángulo formado por dos secantes que se cortan fuera del círculo, tiene la misma medida que la semidiferencia entre el mayor y el menor de los arcos interceptados por sus lados.—Arco capaz de un ángulo dado.—Lugar geométrico desde el cual se ve una recta bajo el mismo ángulo; ídem bajo el ángulo suplementario (Párrafos 175 al 183.)

Problemas: Construir un polígono igual á otro dado.—Métodos: 1.º Construyendo los lados y ángulos de un polígono iguales á los de otro. 2.º Descomponiendo el polígono dado en triángulos. 3.º Trazando desde los vértices del citado polígono perpendiculares á una recta cualquiera. 4.º Trazando por todos los vértices del polígono dado, paralelas á una dirección arbitraria. 5.º Construyendo un polígono simétrico del dado con respecto á un eje ó centro. 6.º Por el método de las cuadrículas. (Párrafo 206.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Volúmenes.* Teorema: El volumen engendrado por un triángulo que gira alrededor de un eje trazado por uno de sus vértices en el mismo plano y exterior á dicho triángulo, tiene por medida el producto del área de la superficie engendrada por el lado opuesto al vértice situado en el eje, por el tercio de la longitud de la altura correspondiente á este lado.—Teorema: El volumen engendrado por un sector poligonal regular que gira alrededor de un diámetro exterior al mismo, tiene por medida el producto del área de la superficie engendrada por la línea quebrada que le sirve de base por el tercio de la apotema correspondiente á la misma.—Corolario: El volumen engendrado por un sector circular, tiene por medida el área de la superficie engendrada por el arco que le sirve de base multiplicada por el tercio del radio. (Párrafos 878 al 881.)

PAPELETA 24

GEOMETRÍA PLANA.—*Líneas proporcionales.*—Segmentos.—Origen, sentido, signos adoptados para representar los sentidos.—Consecuencias.—Lema 1.º: La distancia de un punto á otro es igual á la diferencia de las distancias del origen al segundo y al primero de dichos puntos. Lema 2.º: Si se dan dos puntos fijos sobre una recta indefinida, existen siempre sobre ella otros dos, y únicamente dos, para los cuales las relaciones de las distancias de cada uno de ellos á los dados, tienen un mismo valor absoluto determinado.—Escolio: Segmentos aditivos y substractivos. (Párrafos 229 al 237.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Volúmenes.* Teorema: Un tronco de prisma triangular equivale á tres tetraedros que tengan por bases las del tronco y por vértices los de la base superior del mismo.—Corolario: Si el tronco fuese un prisma...—Teorema: El volumen de una pirámide es igual al tercio del producto del área de la base por la longitud de la altura.—Corolario 1.º El volumen de un tronco de prisma triangular es igual al producto del área de la base inferior por el tercio de la suma de las tres perpendiculares trazadas á la misma por los vértices de la superior; caso en que el tronco de prisma sea recto, y determinar dicho volumen en función de la sección recta cuando el prisma sea oblicuo.—Corolario 2.º El volumen de un tronco de paralelepípedo es igual al producto de su base por la cuarta parte de la suma de las perpendiculares trazadas á la base inferior desde los vértices de la superior; determinar este volumen en función de la sección recta.—Escolio: Volumen de un tetraedro regular en función de la arista a. (Párrafos 862 al 867.)

PAPELETA 25

GEOMETRÍA PLANA.—*Observaciones generales sobre los problemas.*—Procedimientos generales: Sintético y analítico. Ejemplos: del 1.º Trazar la bisectriz de un ángulo cuyo vértice no se conoce; del 2.º Dado un punto y una circunferencia, trazar por aquél una tangente á ésta.—Métodos especiales.—Sustituciones sucesivas: por simetría; superposición; reducción al absurdo; intersección de lugares geométricos.—Construcciones auxiliares. (Párrafos 219 al 229.)

Problemas: Trazar una circunferencia por tres puntos que no estén en línea recta.—Inscribir una circunferencia en un triángulo. (Párrafos 207 y 208.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Volúmenes*.—Teorema: Un tronco de pirámide de bases paralelas es equivalente á la suma de tres pirámides que tengan la misma altura que el tronco á cuyas bases sean las dos de éste y una medida proporcional entre ellas.—Volumen de un poliedro cualquiera; caso en que el poliedro está formado por dos caras paralelas y una serie de trapecios ó triángulos laterales. (Párrafos 867 y 869 al 871.)

PAPELETA 26.

GEOMETRÍA PLANA.—*Homotecia*.—Teorema: Dos sistemas homotéticos á un tercero, son homotéticos entre sí.—Corolario: Dos sistemas homotéticos de un tercero respecto á centros distintos y á una misma relación de homotecia, son iguales.—Escolio: Demostrar que los tres centros de homotecia están en línea recta.—Definición general de semejanza. (Párrafos 286 al 290.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Volúmenes*.—Cuerpos limitados por superficies curvas.—Teorema: El volumen de un cilindro cualquiera es igual...—Idem cuando el cilindro sea circular recto.—Escolio: El volumen de un tronco de cilindro de revolución es igual...—Teorema: El volumen de un cono cualquiera es igual...—Idem si es de revolución.—Escolio: Volumen que engendra un rectángulo cuando gira alrededor de uno de sus lados.—Idem un triángulo rectángulo alrededor de un cateto.—Teorema: El volumen de un tronco de cono de bases paralelas y de primera especie, equivale...—Corolario: Idem en el caso de ser el tronco de revolución.—Escolio: Caso de un tronco de cono en que difieran muy poco *R* y *r*. (Párrafos 871 al 878.)

PAPELETA 27.

GEOMETRÍA PLANA.—*Segmentos proporcionales*.—En el círculo.—Teorema: Si se toma un punto cualquiera en el plano de un círculo y se trazan varias secantes, el producto de los dos segmentos determinados por la circunferencia sobre cada una de ellas, á partir de aquel punto, es constante.—Recíprocamente: Cuando dos rectas limitadas, prolongadas si es necesario, se cortan en un punto tal, que den lugar á la relación indicada, los cuatro extremos de dichas rectas están sobre una misma circunferencia.—Corolario 1.° La perpendicular trazada desde un punto de la circunferencia á un diámetro cualquiera, es media proporcional entre los dos segmentos que el pie de la primera determina en el segundo.—Recíprocamente: Si desde un punto se traza á una recta limitada, una perpendicular que resulte media proporcional entre los dos segmentos que su pie determina en aquélla, dicho punto pertenece á la circunferencia que tiene por diámetro la mencionada recta.—Corolario 2.° Si de un punto parten una tangente y una secante á una circunferencia, la tangente es media proporcional entre la secante entera y su parte externa.—Recíprocamente: Cuando sobre los dos lados de un ángulo se tengan tres puntos tales, que el segmento contado desde el vértice en el lado que sólo haya un punto, sea medio proporcional entre los dos segmentos del otro lado, la circunferencia determinada por estos tres puntos es tangente al primer lado.—Escolio: Potencia de un punto con relación á una circunferencia. (Párrafos 252 al 256.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Áreas*.—Teorema: El área de una zona es igual al producto de la circunferencia de un círculo máximo de su esfera por la altura.—Teorema: El área de casquete es igual á su altura multiplicada por una circunferencia de círculo máximo de su esfera.—Corolario: Expresión de esta área en función de la cuerda del arco generador.—Teorema: El área de la superficie esférica es igual á...—Teorema: El área de un huso es igual á la cuarta parte de la superficie esférica, multiplicada por el número que expresa.

Problema.—En una esfera de 2 metros de radio ¿cuál es el área del huso correspondiente á un diedro de 15° 9' y 10''? (Párrafos del 896 al 812.)

PAPELETA 28.

GEOMETRÍA PLANA.—*Problema*.—Dado un punto y una circunferencia, trazar por aquél una tangente á ésta.—Casos: 1.° El punto se da sobre la circunferencia; 2.° Punto exterior á la circunferencia; 1.ª y 2.ª solución.—Escolios: 1.° Hacer ver que la recta que une el punto en que se cortan dos tangentes á una misma circunferencia, con el centro de ésta, es bisectriz del ángulo formado por aquéllas; 2.° Trazar una tangente á una circunferencia paralela á una dirección dada. (Párrafos 209 al 211.)

Problema.—Inscribir un cuadrado en una circunferencia y deducir la longitud del lado en función del radio.—Corolarios: 1.° Longitud de la apotema; 2.° Lado del cuadrado circunscripto, y 3.° Cómo se pasa del cuadrado á los polígonos de 8, 16, 32... 2n lados. (Párrafos 351 y 352.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Superficie esférica*.—Plano tangente.—Teorema: La tangente en un punto á una curva cualquiera trazada en la superficie esférica, es perpendicular al radio que pasa por dicho punto.—Corolarios: 1.° El plano tangente en un punto á una superficie esférica es perpendicular al radio que pasa por dicho punto.—Recíprocamente. 2.° El plano tangente á una superficie esférica sólo tiene un punto común con ella.—Recíprocamente.—Escolios: 1.° Por un punto dado en la superficie esférica se puede siempre trazar un plano tangente y sólo uno.—2.° A lo largo de la circunferencia común á la esfera y al cono, son asimismo comunes los planos tangentes, y la superficie cónica es tangente á la esfera en toda la extensión de la curva.—3.° A una esfera pueden trazarse infinitos planos tangentes, paralelos á una dirección dada. (Párrafos 666 al 669.)

PAPELETA 29

GEOMETRÍA PLANA.—*Posiciones relativas de dos circunferencias*.—Posiciones distintas que pueden tener.—Línea de los centros.—Definición.—Teorema: En dos circunferencias secantes la línea de los centros es perpendicular á la cuerda común á las dos circunferencias en su punto medio.—Corolario: Si las circunferencias son tangentes, la línea de los centros pasa por el punto de contacto, y la perpendicular en este punto á dicha línea es tangente á las dos curvas.—Teorema: La línea de los centros comparada con los radios de las circunferencias: 1.° En dos circunferencias exteriores es mayor que la suma de los radios; 2.° En dos circunferencias tangentes exteriormente es igual á la suma; 3.° En dos circunferencias secantes es menor que la suma y mayor que la diferencia; 4.° En dos tangentes interiormente es igual á la diferencia; 5.° En dos interiores es menor que la diferencia, y 6.° En dos concéntricas es nula.—Recíprocas. (Párrafos 126 al 133.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Volúmenes*.—Conceptos que puede tener la palabra volumen.—Poliedros.—Teorema: Si dos paralelepípedos rectángulos de la misma base tienen alturas iguales, son iguales.—Si tres paralelepípedos rectángulos de la misma base, tienen sus alturas de modo que la de uno de ellos sea igual á la suma de las de los otros dos, el paralelepípedo correspondiente á la primera es igual á la suma de los que correspondan á las otras alturas.—Corolario 1.°: El volumen de un paralelepípedo rectángulo de base constante es proporcional á su altura.—Corolario 2.°: Dos paralelepípedos rectángulos que tengan iguales dos aristas, son proporcionales á las terceras.—Corolario 3.°: Dos paralelepípedos rectángulos son proporcionales á los productos de sus respectivas bases y alturas.—Escolio: Dimensiones de un paralelepípedo rectángulo.—Teorema: El volumen de un paralelepípedo rectángulo es igual al producto de la medida de su base por la de su altura.—Corolario 1.°: El volumen de un paralelepípedo rectángulo es igual al producto de sus tres aristas ó dimensiones.—Corolario 2.°: Volumen de un cubo. (Párrafos 849 al 855.)

Problema.—Hallar la menor distancia entre dos rectas que se cruzan.—(Párrafo 555.)

PAPELETA 30

GEOMETRÍA PLANA.—Polígonos regulares estrellados.—Definición ó idea general de su existencia: Cualidades que los caracterizan.—Género y especie. (Párrafos 236 al 239.)

Problemas.—Inscribir en una circunferencia un decágono y un pentágono regulares convexos y calcular sus lados en función del radio. (Párrafos 355 al 358.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Superficie esférica*.—Teorema: Las secciones planas de una esfera son círculos.—Escolio: Fórmula $r = \sqrt{R^2 - d^2}$; ¿cuándo produce la sección círculo máximo ó menor?—Consecuencias de esta expresión: 1.° Dos círculos menores equidistantes del centro, son iguales y recíprocamente; 2.° De dos círculos menores cualesquiera, el mayor dista menos del centro y recíprocamente; 3.° Para determinar un círculo menor, se necesitan tres puntos.—De la definición del círculo máximo, se deduce: 1.° Todos los círculos máximos de la misma esfera...; 2.° Dos círculos máximos se cortan mutuamente..; 3.° Un círculo máximo divide á la esfera y á su superficie en dos...; 4.° Una recta, sólo puede cortar á la superficie esférica...; 5.° Cualquier semicírculo máximo sirve para engendrar..; 6.° Dos puntos bastan para determinar un círculo máximo. (Párrafos 657 al 663.)

PAPELETA 31.

GEOMETRÍA PLANA.—*Problemas*. — *Consideraciones preliminares*.—Instrumentos: Regla, escuadra, escuadra de muleta, falsa escuadra.—Reglas para el dibujo. (Párrafos 180 al 186.)

Propiedades de las figuras semejantes.—Teorema: Dos polígonos semejantes, situados en un mismo plano, pueden siempre colocarse de modo que sus lados homólogos sean paralelos.—Escolio: Orientación y nuevo enunciado del anterior teorema. (Párrafos 276 al 279.)

Medidas de la circunferencia.—Relación de la circunferencia al diámetro.—Método de los perímetros.—Segundo procedimiento: $R = \frac{1}{2}$. (Párrafo 386.)

Problema.—Dado un punto en el plano de dos rectas que no pueden prolongarse, trazar por él otra recta que concurra al vértice del ángulo formado por aquéllas. (Párrafo 323.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Comparación de los cuerpos por su magnitud, forma y posición.*—*Igualdad.*—Generalidades.—*Igualdad de poliedros.*—Teorema: Dos tetraedros son iguales cuando tienen iguales y dispuestos de la misma manera: 1.° Un diedro y los dos ángulos que lo forman; 2.° Una cara y los tres diedros adyacentes; 3.° Sus aristas.—Teorema: Dos pirámides son iguales cuando tienen iguales un ángulo triedro formado por la base y dos caras laterales, además de serlo estos polígonos y estar dispuestos de la misma manera.—Escolio: Dos pirámides regulares son iguales, si tienen iguales bases y alturas.—Teorema: Dos prismas son iguales cuando las tres caras que forman un triedro en el primero son iguales á las tres que forman otro triedro en el segundo estando semejantemente colocadas.—Escolio: 1.° Dos prismas rectos son iguales si lo son las bases y alturas; 2.° Dos paralelepípedos rectángulos si tienen sus aristas iguales; 3.° Dos cubos..; 4.° Dos troncos de prisma recto cuando tienen iguales bases é iguales de dos en dos y dispuestas del mismo modo las aristas laterales.—Teorema: Dos poliedros son iguales cuando se componen de igual número de tetraedros iguales é igualmente dispuestos. (Párrafos 757 al 765.)

PAPELETA 32.

GEOMETRÍA PLANA.—*Areas.*—Definiciones: áreas; figuras equivalentes; iguales y semejantes; medida de las superficies.—*Determinación de las áreas.*—De las figuras rectilíneas.—Teorema: Si dos rectángulos de la misma base tienen alturas iguales, son iguales; si un rectángulo tiene la misma base que otros dos y su altura es igual á la suma de las de éstos, el primer rectángulo es igual á la suma de los segundos.—Corolarios: 1.° Dos rectángulos que tengan bases iguales son proporcionales á sus alturas; 2.° Dos rectángulos de alturas iguales son proporcionales á sus bases; 3.° Todo rectángulo es proporcional á su base y á su altura; 4.° La relación de las áreas de dos rectángulos es igual á la relación de los productos de los números que miden sus respectivas bases y alturas.—Escolio: Dimensiones de un rectángulo.—Teorema: El área de un rectángulo es igual al producto del número que mide su base por el que mide su altura.—Corolario: Area de un cuadrado.—Teorema: Area de un paralelogramo.—Teorema: Area de un triángulo; hallar esta área en función del lado cuando el triángulo es equilátero. (Párrafos 389 al 399.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Comparación de volúmenes.*—Teorema: Los volúmenes de dos prismas ó de dos pirámides son entre sí como los productos de sus bases por sus alturas.—Teorema: Los volúmenes de dos pirámides semejantes son proporcionales á los cubos de sus aristas homólogas.—Teorema: Los volúmenes de dos poliedros semejantes son proporcionales á los cubos de sus aristas homólogas.—Teorema: Los volúmenes de dos conos de revolución semejantes, de dos troncos de los mismos y de dos cilindros de revolución también semejantes, son proporcionales á los cubos de sus líneas homólogas. (Párrafos 893 al 897.)

Problema.—Por un punto trazar un plano perpendicular á otros dos. (Párrafo 553.)

PAPELETA 33

GEOMETRÍA PLANA.—*Relaciones métricas entre los elementos de un cuadrilátero inscriptible.*—Teorema: La suma de los cuadrados de los cuatro lados de un cuadrilátero es igual á la suma de los cuadrados de sus diagonales, más el cuadrado del duplo de la recta que une los puntos medios de las mismas.—Corolario: Cuándo es paralelogramo.—Teorema: En todo cuadrilátero inscriptible en una circunferencia, el producto de las diagonales es igual á la suma de los productos de los lados opuestos. (Párrafos 300 al 303.)

Problema.—Trazar una circunferencia que pase por un punto dado y sea tangente á una recta en un punto conocido. Describir una circunferencia tangente á otra circunferencia y á una recta conociendo el punto de contacto con la última. (Párrafos 214 y 217.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Volúmenes.* Teorema: El volumen de un sector esférico es igual...—Teorema: El volumen de una esfera es igual...

Areas y volúmenes.—Estudio comparativo de las áreas y volúmenes correspondientes á los cuerpos engendrados por la revolución de un círculo y el cuadrado y triángulo equilátero circunscriptos, girando alrededor de un eje común, diámetro de dicho círculo.

Hallar las fórmulas en función del radio del círculo inscripto y deducir la igualdad de relaciones entre los volúmenes y áreas totales.

Generalizar la propiedad á poliedros cualesquiera circunscriptos á la esfera. (Párrafos 898 y 899.)

PAPELETA 34

GEOMETRÍA PLANA.—*Cuadriláteros.*—Teorema: El rectángulo, además de las propiedades del paralelogramo, tiene iguales las diagonales.—Recíprocamente: Si las diagonales de un paralelogramo son iguales, la figura es un rectángulo.—Escolio: Propiedades de las diagonales de un cuadrado, por ser éste á la vez rectángulo y rombo.—Teorema: En todo trapecio la recta que une los puntos medios de los lados no paralelos es paralela á las bases; la parte de dicha recta comprendida entre aquellos lados es igual á la semisuma de éstas, y la parte comprendida entre las diagonales es igual á la semidiferencia de las mismas bases.—Base media.—Igualdad de paralelogramos.—Teorema: Dos paralelogramos son iguales cuando dos lados y el ángulo comprendido en uno de ellos son iguales á los mismos elementos del otro; dos rectángulos, cuando son respectivamente iguales dos lados contiguos; dos rombos, si tienen iguales un lado y un ángulo, y dos cuadrados, si tienen igual lado. (Párrafos 87 al 92.)

Relaciones métricas entre los elementos de un triángulo.—Teorema: La suma de los cuadrados de dos lados de un triángulo es igual al duplo del cuadrado de la mediana relativa al tercer lado, más el duplo del cuadrado de la mitad de este tercer lado.—Teorema: La diferencia de los cuadrados de dos lados de un triángulo es igual al duplo del tercer lado, multiplicado por la proyección sobre él de la mediana correspondiente al mismo. (Párrafos 296 y 298.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Areas.*—Superficies curvas.—Consideraciones que conducen á referir el área de una superficie curva á la de una poliedral.—Teorema: El área de la superficie lateral de un cono de revolución, es igual á la mitad del producto de la circunferencia de la base por la generatriz.—Teorema: El área de la superficie lateral de un tronco de cono de revolución de bases paralelas y de primera especie, es igual al producto de la semisuma de las circunferencias de las bases por la generatriz.—Corolario: Area del tronco, en función de sección paralela á las bases y equidistante de ellas. (Párrafos 825 al 830.)

Volúmenes.—Fórmula de Simpson. (Párrafo 889.)

PAPELETA 35

GEOMETRÍA PLANA.—Línea quebrada. Definición y clasificación: Lados; Línea quebrada cóncava y convexa; Figuras abiertas y cerradas.—Una línea poligonal convexa sólo puede ser cortada por una recta en dos puntos.—Si una recta y una quebrada tienen los extremos confundidos..—Teorema: Si dos líneas poligonales convexas tienen sus extremos confundidos envolviendo la una á la otra, la que envuelve es mayor que la envuelta.—Toda línea quebrada convexa es menor que cualquiera otra quebrada que la envuelva completamente. (Párrafos 3 al 7.)

Problemas.—Dividir geométricamente una recta en media y extrema razón.—Escolio: Valores de los segmentos en función de la recta.—Transformar un triángulo dado en otro equivalente y equilátero. (Párrafos 314, 315 y 447.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Areas.*—Teorema: El área de superficie lateral de cilindro cualquiera es igual al perímetro de la sección recta por la generatriz.—Escolio: Cuando el cilindro sea de revolución, hallarla en función de la circunferencia de la base; ídem del radio de la base.—Teorema: El área de la superficie lateral de un tronco de cilindro de revolución, es igual á la circunferencia de su base multiplicada por el eje.—Areas totales del cono y tronco de cono de revolución y del cilindro de revolución. (Párrafos 830 al 833.)

PAPELETA 36

GEOMETRÍA PLANA.—Cuerpo: Sus propiedades físicas.—Volumen.—Dimensiones.—Superficie.—Línea.—Punto.—Consideraciones.—Representación gráfica de los elementos geométricos: Figuras.—Geometría: Su objeto.—Clasificación de las líneas y superficies: Línea recta.—Propiedades.—Línea curva.—Línea quebrada y mixta.—Superficie plana.—Superficie curva.—Superficies quebradas y mixtas.—Representación gráfica del plano.—División de la Geometría.—Propiedades de la línea recta y de la línea quebrada.—Consecuencias de la definición de la línea recta: 1.° Entre dos puntos sólo puede existir una línea recta.—2.° Si dos rectas tienen dos puntos comunes, coinciden en toda su extensión.—3.° Para determinar una recta, son necesarios dos puntos.—Segmento de una recta; regiones de un plano; rectas iguales y rectas desiguales; suma de dos segmentos. (Introducción y párrafos 1 al 3.)

Geometría en el espacio.—*Superficies regladas desarrollables.* (Párrafos 630 y 634 al 638.)

Superficie esférica.—Polos.—De la definición de éstos se deduce: 1.° Que todos los círculos paralelos tienen los mismos polos.—2.° Todo círculo máximo que pasa por los polos de otro círculo cualquiera tiene su plano perpendicular al de éste.—3.° La recta que pasa por los dos polos de un círculo ..., además de estas dos condiciones ..., satisface á las de ser perpendicular al plano de dicho círculo, pasar por su centro y por el de la esfera.

Teorema: Todos los puntos de una circunferencia trazada sobre la esfera, equidistan de uno cualquiera de sus polos.—Escolios: 1.° Distancia polar, radio esférico. 2.° Compás esférico. (Párrafos 663 al 666.)

Problema.—Por dos rectas que se cruzan hacer pasar dos planos paralelos. (Párrafo 549.)

PAPELETA 37

Geometría plana.—*Comparación de áreas.*—Consecuencias que se deducen al comparar las áreas de dos paralelógramos ó de dos triángulos: 1.° Dos paralelogramos ó dos triángulos de la misma base y de la misma altura son equivalentes; 2.° Las áreas de dos paralelogramos ó de dos triángulos son entre sí como los productos de ...—Teorema: Si dos triángulos tienen dos ángulos (uno de cada triángulo) iguales ó suplementarios, la relación de sus áreas es igual á la relación de los productos de los números que miden los dos lados que forman cada uno de los expresados ángulos. (Párrafos 415 al 417.)

Problemas.—Dados el radio y la amplitud de un arco, calcular su longitud.—Hallar la amplitud de un arco cuya longitud sea igual al radio.—Dadas la longitud y amplitud de un arco, hallar la longitud de su radio.—(Párrafo 381 en los casos 3.° 4.° y 5.°)

Geometría en el espacio.—*Rectas y planos.*—Determinación de un plano.—En qué se diferencian los razonamientos hechos en la Geometría plana y en la del espacio.—Cómo se considera el plano en la Geometría del espacio.—Deducción de la definición del plano.—Que si una recta tiene dos puntos en un plano, estará toda ella.—Consecuencias que se deducen de hacer girar un plano alrededor de una recta determinada por la unión de dos de sus puntos.—Considerar el caso de que además de la recta se dé un punto.—Consecuencias: 1.ª Una recta y un punto fuera de ella, determinan...—2.ª Tres puntos que no están en línea recta, determinan...—3.ª Para que dos planos se confundan, basta...—Determinación por dos rectas que se cortan ó dos paralelas. (Párrafos 465 al 471.)

PAPELETA 38

Geometría plana. *Polígonos regulares convexos.*—Generalidades: Prueba de la existencia de estos polígonos; línea quebrada regular: polígono regular inscripto y circunscripto de igual número de lados.—Teorema: Al perímetro de todo polígono regular se le puede circunscribir é inscribir una circunferencia. Escolios: 1.° Centro, radio y apotema; 2.° Angulos en el centro.—Observación Sector poligonal regular.—Teorema: Los polígonos regulares de igual número de lados son semejantes y sus lados proporcionales á sus radios y apotemas.—*Polígonos regulares estrellados.*—Definición ó idea general de su existencia: Cualidades que los caracterizan.—Género y especie. (Párrafos 329 al 336.)

Geometría en el espacio.—*Angulos diedros.*—Definiciones.—Diedro, caras, aristas, diedros adyacentes, ídem opuesto por la arista, plano bisector.—*Angulo rectilíneo correspondiente á un diedro.*—Teorema: Si dos ángulos diedros son iguales, lo son también los rectilíneos correspondientes.—Recíproca.—Magnitud de un diedro.—Comparación con el rectilíneo correspondiente.—Clasificación.—Consecuencias: 1.ª Si un diedro es recto...—2.ª Si el rectilíneo correspondiente á un diedro es recto...—3.ª Todos los diedros rectos son...—4.ª Si dos diedros adyacentes tienen las caras no comunes en prolongación...—5.ª Los diedros opuestos por la arista..., y 6.ª Todos los diedros sucesivos que forman varios planos que pasan por una recta...—*Medida de los diedros.*—Teorema: Dos ángulos diedros son proporcionales á sus rectilíneos correspondientes.—Corolario: Todo diedro tiene por medida la del rectilíneo correspondiente.—Escolio: Expresión de la medida de un diedro.—Observación: La correspondencia entre los ángulos diedros y los rectilíneos, permite aplicarles varias propiedades de los ángulos, cuales son... (Párrafos 558 al 569).

Problema.—Por un punto trazar un plano perpendicular á una recta. (Párrafo 551).

PAPELETA 39

Geometría plana.—*Segmentos proporcionales.*—Entre paralelas.—Teorema: Cuando una serie de paralelas corta á dos rectas, la relación de dos segmentos cualesquiera de una de éstas es igual á la relación de los segmentos correspondientes de la otra.—Escolio: Enunciado más breve de este teorema.—En un triángulo.—Teorema: Toda paralela á uno de los lados de un triángulo divide á los otros dos en partes proporcionales.—Recíprocamente: Si sobre dos lados de un triángulo están respectivamente situados dos puntos que los dividan en partes proporcionales, la recta que los une es paralela al tercer lado. (Párrafos 237 al 245)

Geometría en el espacio.—*Volúmenes.* Teorema: Dos paralelepípedos que tengan una cara común, y las opuestas á ésta en un mismo plano y comprendidas entre dos mismas paralelas, son equivalentes.—Teorema: Dos paralelepípedos que tengan la misma base y la misma altura, son equivalentes.—Teorema: Todo paralelepípedo puede transformarse en otro rectángulo del mismo volumen, de base equivalente y de la misma altura.—Teorema: El volumen de un paralelepípedo cualquiera es igual al producto de la medida de su base por la de su altura. (Párrafos 855 al 859.)

Problema.—Por una recta trazar un plano paralelo á una recta dada. (Párrafo 548.)

PEPELETA 40

Geometría plana.—Segmentos proporcionales.—Proporción armónica. Definición.—Dividir una recta en una relación dada. (Párrafos 237 al 240).

Segmentos proporcionales.—En un círculo.—Rectas antiparalelas.—Teorema: Cuando un ángulo es cortado por dos rectas antiparalelas, el producto de los dos segmentos que resultan á partir del vértice sobre un mismo lado es constante.—Recíproco: Si dos rectas cortan á los lados de un ángulo de modo que el producto de los dos segmentos contados sobre cada lado...—Corolario: Cuando las antiparalelas se cortan en un punto de uno de los lados del ángulo. (Párrafos 248 al 252.)

Problemas.—Construir la media proporcional á dos rectas dadas, demostrando que la media geométrica es menor que la media aritmética.—Transformar un polígono en triángulo equivalente. (Párrafos 310, 311 y 449.)

Geometría en el espacio.—*Semejanza de poliedros*—Teorema: Dos poliedros son semejantes si están compuestos del mismo número de tetraedros semejantes y semejantemente dispuestos.—Recíprocamente: Dos poliedros semejantes pueden descomponerse en igual número de tetraedros semejantes y semejantemente colocados. (Párrafos 801 al 803.)

Homotecia.—(Párrafo 808.)

PAPELETA 41

Geometría plana.—*Medida de la circunferencia.*—Rectificación de la circunferencia.—Fórmula que da la longitud de su arco.—Relación de la circunferencia al diámetro.—Método de los perímetros: Primer procedimiento: $R=I$. (Párrafos 379, primera cuestión del 380, y los 382 á 386.)

Geometría en el espacio.—*Semejanza de poliedros.*—Puntos y rectas homólogas. Teorema: En dos poliedros semejantes, las rectas homólogas son proporcionales á las aristas homólogas.—Teorema: Dos poliedros semejantes pueden siempre orientarse de la misma manera. (Párrafos 805 al 808.)

Problema: Por un punto trazar la recta perpendicular á un plano; procedimiento según que el punto esté fuera del plano ó en el plano. (Párrafo 550.)

PAPELETA 42

Geometría plana.—*Problemas.*—Construir un triángulo rectángulo, conociendo: 1.° Un cateto y un ángulo agudo; 2.° La hipotenusa y un ángulo agudo; 3.° Los dos catetos, y 4.° La hipotenusa y un cateto.—Construir un triángulo isósceles, conociendo: 1.° Un lado y la base; 2.° Un lado y uno de los dos ángulos iguales; 3.° Un lado y el ángulo en el vértice; 4.° La base y uno de los dos ángulos iguales, y 5.° La base y el ángulo opuesto.—Construir un paralelogramo, conocidos dos lados contiguos y el ángulo comprendido.—Escolio: Elementos que se necesitan para construir el rombo, el rectángulo y el cuadrado. (Párrafos 201 al 206.)

Geometría en el espacio.—*Propiedades de la superficie cónica.*—Teorema: En una superficie cónica las secciones paralelas son curvas semejantes.—Teorema: En un cono oblicuo de base circular, toda sección antiparalela á dicha base es un círculo.—Plano tangente.—Desarrollo de la superficie lateral de un cono. (Párrafos 641 al 647.)

Superficie cilíndrica.—Generación y definiciones: Superficie cilíndrica; generatriz; eje; cilindro; bases; altura; cilindro recto, oblicuo y circular; cómo puede engendrarse este último; tronco de cilindro.—Propiedades.—Teorema: Las secciones causadas en una superficie cilíndrica por planos paralelos, son iguales. Corolario: La proyección oblicua ú ortogonal de una curva cuyo plano es paralelo al de proyección, es igual á dicha curva.—Escolio: Sección recta.—Plano tangente.—Desarrollo de la superficie lateral de un cilindro. (Párrafos 647 al 655.)

PAPELETA 43

GEOMETRÍA PLANA.—*Compás de reducción.*—*Escalas.*—Escala numérica.—Escala gráfica.—Escala de transversales ó de mil partes. (Párrafos 324 al 329.)

Problemas.—Hallar una cuarta proporcional á tres rectas dadas.—Hallar una tercera proporcional á dos rectas dadas y un segmento $x = \frac{a\,b\,c\,d}{a'\,b'\,c'}$. Transformar un triángulo en otro equivalente que tenga su base en la dirección del dado y por vértice opuesto un punto conocido. (Párrafos 307 al 310 y 445.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Paralelismo de rectas con planos.*—Definición.—Teorema: Si una recta es paralela á otra situada en un plano, será también paralela á este plano.—Corolarios: 1.° Si dos rectas son paralelas, todo plano que pase por una de ellas ó le sea paralelo, será también paralelo á la otra, ó la contendrá.—2.° Por un punto dado pueden pasar infinitos planos paralelos á una recta. Escolio: Averiguar si una recta es paralela á un plano.—Teorema: Si una recta es paralela á un plano y por un punto de éste se traza una paralela á qué la, la recta trazada estará situada en el plano. Corolario: Si una recta es paralela á dos planos que se cortan, la intersección de éstos es paralela á dicha recta.—Escolio: Si una recta es paralela á un plano, la intersección de éste con otro cualquiera que pase por la recta será paralela á esta última.—Teorema: Si una recta es paralela á un plano y por dos puntos de aquélla se trazan dos paralelas que corten al segundo, los segmentos de las paralelas comprendidos entre la recta y el plano paralelos son iguales. (Párrafos 487 al 495.)

PAPELETA 44

GEOMETRÍA PLANA.—*Medida de la circunferencia.*—Consideraciones que manifiestan la dificultad de medir una curva con una unidad lineal recta conduciendo á tomar para la longitud de la curva el límite de la longitud de una quebrada inscripta, cuyo número de lados aumenta, tendiendo á cero cada uno de ellos.—Teorema: La longitud del perímetro de una línea quebrada inscripta en una curva cuyos lados tienden hacia cero, aumentando el número de éstos indefinidamente, tiende á ser igual á la longitud de la curva, llegando á serlo en el citado límite, y esto independientemente de la naturaleza de la línea inscripta y de la ley ó condiciones según las cuales aumenta el número de lados y tiende á cero cada uno de ellos.—Lema: Dadas una curva plana, convexa, una línea quebrada inscripta cualquiera y la circunscripta correspondiente terminadas en los extremos de la curva, las longitudes de los perímetros de estas dos líneas tienden á ser iguales cuando los lados de la inscripta tienden hacia cero, aumentando su número cualquiera que sea el modo como lo verifiquen.—Corolario y demostración del teorema. (Párrafos 363 al 371.)

Problemas: Hallar geométricamente dos segmentos de recta cuya suma y producto sean conocidos.—Transformar un triángulo en un cuadrado equivalente.—(Párrafos 312 y 448.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Areas.*—Poliedros.—Generalidades.—Teorema: El área de la superficie lateral de una pirámide regular es igual á la mitad del producto del perímetro de la base por la apotema.—Teorema: El área de la superficie lateral de un tronco de pirámide regular es igual al producto de la semisuma de los perímetros de las dos bases por la apotema.—Corolario: El área lateral de un tronco de pirámide regular en función de la sección paralela á las bases y equidistante de ellas, es igual á la apotema multiplicada por el perímetro de dicha sección.—Teorema: El área de la superficie lateral de un prisma es igual al producto de su arista lateral por el perímetro de la sección recta.—Corolario: Caso particular de ser recto el prisma.—Escolio: Area total de una pirámide regular, de un tronco de la misma ó de un prisma. (Párrafos 816 al 824.)

PAPELETA 45

GEOMETRÍA PLANA.—*Medida de la circunferencia.*—Principio general que sirve de base para hallar la medida de la circunferencia.—Deducciones que se desprenden de dicho principio: 1.ª Límite común á la apotema del polígono regular inscripto y al radio del circunscripto, cuando aumenta el número de lados; 2.ª Extensión de las propiedades de los polígonos; 3.ª Aplicación de los dos anteriores á un arco ó á una línea quebrada regular.—Teorema: Las longitudes de dos circunferencias están en la relación de los radios de las mismas.—Corolarios: 1.° Relativo á la correspondencia de las longitudes de las circunferencias con las de sus radios.—2.° Relación entre los arcos semejantes y sus radios.—Longitud de la circunferencia. —Teorema: La relación entre la longitud de una circunferencia cualquiera y la de su diámetro, es constante.—Corolario: Valor del radio en función de la circunferencia y viceversa.—Escolio: Valores hallados para π por Arquímides, Ad. Metio y Ptolomeo. (Párrafos 372 al 379.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Rectas y planos.*—Posiciones relativas en dos rectas.—Consecuencias.—Posiciones relativas de dos planos.—Ver lo que sucede cuando dos planos tienen un punto ó dos comunes.—Planos paralelos.—Consecuencias.—Posiciones relativas de rectas y planos. (Párrafos 471 al 482.)

Problema.—Hallar la menor distancia entre dos rectas que se cruzan. (Párrafo 555.)

PAPELETA 46

GEOMETRÍA PLANA.—*Areas.*—Teorema: El área de un trapecio es igual al producto de la altura por la semisuma de las bases.—Teorema: El área de un polígono regular convexo es igual á la mitad del producto de la longitud de perímetro por la apotema.—Area del sector poligonal regular.—Escolio: Area del triángulo equilátero y demás polígonos regulares en función del lado.—Area de un polígono cualquiera. (Párrafos 401, 402, 404 y 405.)

Problemas: Dividir una recta, un arco ó un ángulo en dos partes iguales.—Escolios: 1.° Dividir una recta, un arco ó un ángulo en 2^n partes iguales.—2.° Trazar las bisectrices de dos ángulos adyacentes y suplementarios.—Transformar un triángulo en otro equivalente y que tenga la misma base. (Párrafos 191, 192 y 444.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Propiedades de las rectas y planos debidas á su posición relativa.*—Rectas paralelas.—Teorema: Por un punto dado en el espacio se puede siempre trazar una paralela á una recta, y nada más que una.—Teorema: Si dos rectas son paralelas, todo plano que corte á una de ellas, cortará también á la otra.—Teorema: Si dos rectas son paralelas, toda recta paralela á la una lo es también á la otra ó coincide con ella.—Corolarios: 1.° Todas las paralelas que se pueden trazar á una dirección dada por los distintos puntos de una recta, están en un plano.—2.° Si por dos rectas paralelas se hacen pasar dos planos que se corten, la intersección de éstos es paralela á dichas rectas. (Párrafos 482 al 487.)

PAPELETA 47

GEOMETRÍA PLANA.—*Medida de la circunferencia.*—Escolios que se derivan de la relación que liga la longitud de las líneas quebradas inscripta y circunscripta á una curva convexa, suponiendo invariable la longitud de la curva.—Consecuencias que se deducen: 1.ª Longitud de una quebrada inscripta á una curva y cuyo número de lados aumenta.—2.ª Idem de una circunscripta.—3.ª Tránsito de los perímetros de las inscriptas á las circunscriptas.—4.ª Cómo puede considerarse una curva, y nueva definición de tangente.—5.ª Una curva convexa es menor que una quebrada que la envuelva y mayor que otra á que envuelve, teniendo todos los mismos extremos.—6.ª Relación entre tres curvas que se envuelvan, teniendo iguales extremos.—7.ª Relación entre una curva convexa cerrada y otra que la envuelva.—8.ª Relación entre un arco convexo y su cuerda. (Párrafo 371.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Superficie esférica.*—Generación y definiciones; centro; esfera; radio; diámetro; casquete y segmento esféricos; zona; rebanada; bases y altura de la zona; huso; cuña; sector esférico.—Propiedades.—Teorema: Por cuatro puntos que no estén en un mismo plano se puede siempre hacer pasar una superficie esférica, y sólo una.—Escolio: Un plano puede considerarse como límite de una superficie esférica cuyo radio se ha hecho infinito. (Párrafos 655 al 659.)

Areas.—Fórmula para las áreas de las superficies de los poliedros regulares. (Párrafo 824.)

Problem.: Por dos rectas que se cruzan, hacer pasar dos planos paralelos. (Párrafo 549.)

PAPELETA 48

GEOMETRÍA PLANA.—Polígonos en general.—Teorema: El número de diagonales de un polígono es igual á $\frac{n(n-3)}{2}$, siendo n el número de lados.—Teorema: En todo polígono convexo la suma de sus ángulos internos es igual á tantas veces dos ángulos rectos como lados tiene, menos cuatro rectos, ó á tantas veces dos rectos como lados tiene, menos dos.—Escolio: Descomposición de un polígono en triángulos partiendo de un punto interior, en un lado ó en un vértice.—Teorema: Si se prolongan en el mismo sentido todos los lados de un polígono convexo, la suma de los ángulos externos que resultan es igual á cuatro ángulos rectos. Corolario: No existe ningún polígono convexo con más de tres ángulos internos que sean agudos. (Párrafos 92 al 97.)

Problemas.—Dados los perímetros de dos polígonos regulares semejantes, uno inscripto y otro circunscripto á una misma circunferencia, calcular los perímetros de los polígonos de iguales condiciones y de doble número de lados.—Transformar un triángulo en otro equivalente que tenga su base en la dirección de la del dado y por vértice un punto conocido. (Párrafos 350 y 445.)

Geometría en el espacio.—*Comparación de áreas.*—Teorema: En dos poliedros semejantes, las áreas de sus superficies son proporcionales á los cuadrados de las líneas homólogas.—Teorema: Las áreas de las superficies laterales de dos conos de revolución semejantes, de dos troncos de los mismos y de dos cilindros de revolución, también semejantes, son proporcionales á los cuadrados de sus generatrices ó de los radios de sus bases. (Párrafos 890 al 892.)

PAPELETA 49

Geometría plana.—*Comparación de áreas.*—Teorema: El cuadrado construído sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo es equivalente á la suma de los cuadrados construídos sobre los catetos.—Corolarios: 1.° Los cuadrados construídos sobre los tres lados de un triángulo rectángulo son proporcionales á las proyecciones de estos lados sobre la hipotenusa; 2.° Los cuadrados construídos sobre las cuerdas que parten de los extremos de un mismo diámetro son proporcionales á las proyecciones de estas cuerdas sobre dicho diámetro. (Párrafos 417 al 419.)

Problema.—Dados dos círculos, trazar una tangente común á sus circunferencias.—Discusión.—Escolio: Las tangentes se encuentran en un mismo punto de la línea de los centros y ésta es bisectriz del ángulo que forman.—Estas tangentes son iguales. (Párrafos 211 al 214.)

Geometría en el espacio.—*Volúmenes.*—Teorema: Todo prisma triangular equivale á la mitad de un paralelepípedo de doble base y de la misma altura.—Teorema: Todo prisma tiene por expresión de su volumen el producto...—Teorema: Dos pirámides triangulares de base equivalentes y alturas iguales, son equivalentes. (Párrafos 859 al 862.)

PAPELETA 50

Geometría plana.—*Segmentos proporcionales.*—En un triángulo.—Teorema: En todo triángulo la bisectriz de un ángulo divide al lado opuesto en dos segmentos aditivos, y la bisectriz del ángulo externo en dos segmentos substractivos, que son proporcionales á los otros dos lados.—Recíprocamente. (Párrafos 245 y 246.)

Problema.—Inscribir un cuadrado en una circunferencia y deducir la longitud del lado en función del radio.—Corolarios: 1.° Longitud de la apotema; 2.° Lado del cuadrado circunscrito, y 3.° Cómo se pasa del cuadrado á los polígonos de 8, 16, 32... 2^n lados. (Párrafos 351 y 352.)

Geometría en el espacio.—*Superficie esférica.*—Polos.—De la definición de éstos se deduce: 1.° Que todos los círculos paralelos tienen los mismos polos.—2.° Todo círculo máximo que pasa por los polos de otro círculo cualquiera, tiene su plano perpendicular al de éste.—3.° La recta que pasa por los dos polos de un círculo, además de estas dos condiciones, satisface á las de ser perpendicular al plano de dicho círculo, pasar por su centro y por el de la esfera.—Teorema: Todos los puntos de una circunferencia trazada sobre la esfera, equidistan de uno cualquiera de sus polos.—Escolio: 1.° Distancia polar, radio esférico.—2.° Compás esférico. (Párrafos 663 al 666.)

PAPELETA 51

Geometría plana.—*Comparación de áreas.*—Áreas de figuras semejantes.—Teorema: Las áreas de dos triángulos semejantes son proporcionales á los cuadrados de sus lados homólogos, y en la relación de dichas áreas es igual al cuadrado de la relación de semejanza.—Teorema: Las áreas de dos polígonos semejantes son proporcionales á los cuadrados de sus lados homólogos, ó bien la relación de dichas áreas es igual al cuadrado de la relación de semejanza.—Corolarios: 1.° Las áreas de dos polígonos regulares de igual número de lados son proporcionales á los cuadrados de sus radios y apotemas; 2.° El área del polígono construído sobre la hipotenusa es igual á la suma de las áreas de los polígonos semejantes construídos sobre los catetos.—Teorema: Las áreas de dos círculos son proporcionales á los cuadrados de sus radios ó á los cuadrados de sus diámetros.—Corolarios: 1.° Si tomando como diámetro la hipotenusa y los catetos de un triángulo rectángulo se construyen tres círculos, se tendrá que el círculo construído sobre la hipotenusa...; 2.° Lúnulas.—Teorema: Las áreas de dos sectores semejantes son proporcionales á los cuadrados de sus radios.—Teorema: Las áreas de dos segmentos semejantes son proporcionales á los cuadrados de sus radios. (Párrafos 420 al 427.)

Geometría en el espacio.—*Propiedades de los triedros.*—Teorema: Si en un triedro un ángulo diedro disminuye ó aumenta, permaneciendo constantes las caras que lo forman, la tercera cara disminuye ó aumenta también.—Corolarios: 1.° Si en dos triedros dos caras del uno son respectivamente iguales á dos del otro, la tercera cara del primero será mayor ó menor que la tercera del segundo, según que el diedro opuesto á aquélla sea mayor ó menor que el opuesto á ésta; 2.° Si los diedros comprendidos por las caras iguales fuesen iguales, las terceras caras lo serán también.—Teorema: Si dos diedros son tales que las caras del uno son iguales, respectivamente, á las del otro, también son iguales los ángulos diedros que se corresponden; es decir, los que en cada diedro se oponen á las caras que son iguales. (Párrafos 586 al 589.)

Problema.—Hallar el radio de una esfera sólida. (Párrafos 700 y 701.)

PAPELETA 52

Geometría plana.—*Semejanza de figuras.*—Definiciones: Elementos homólogos; relación de semejanza; polígonos semejantes.—Semejanza de polígonos. Lema: Toda paralela á uno de los lados de un triángulo, forma con los otros dos un nuevo triángulo semejante al primero.—Teorema: Dos triángulos son semejantes: 1.° Cuando son equiángulos; 2.° Cuando tienen un ángulo igual comprendido por lados proporcionales; 3.° Cuando sus lados homólogos son proporcionales.—Corolario: 1.° Dos triángulos son semejantes cuando tienen sus lados respectivamente paralelos ó perpendiculares; 2.° Dos triángulos rectángulos son semejantes cuando tienen un ángulo agudo igual. Escolio: 1.° En dos triángulos de la igualdad de ángulos se deduce la proporcionalidad de lados, y recíprocamente; 2.° y 3.° Comparación de la semejanza con la igualdad. (Párrafos 256 al 262.)

Problema.—Dados dos polígonos, construir un tercero equivalente al primero y semejante al segundo. (Párrafo 454.)

Geometría en el espacio.—*Propiedades de los triedros.*—Teorema: Si en un triedro un ángulo diedro disminuye ó aumenta, permaneciendo constantes las caras que lo forman, la tercera cara disminuye ó aumenta también.—Corolarios: 1.° Si en dos triedros dos caras del uno son respectivamente iguales á dos del otro, la tercera cara del primero será mayor ó menor que la tercera del segundo, según que el diedro opuesto á aquélla sea mayor ó menor que el opuesto á ésta; 2.° Si los diedros comprendidos por las caras iguales fuesen iguales, las terceras caras lo serán también.—Teorema: Si dos diedros son tales que las caras del uno son iguales, respectivamente, á las del otro, también son iguales los ángulos diedros que se comprenden; es decir, los que en cada triedro se oponen á las caras que son iguales. (Párrafos 586 al 589.)

PAPELETA 53.

Geometría plana.—*Medida de la línea recta.*—Consideraciones.—Casos que pueden ocurrir: 1.° *m* se está contenido en *A B* un número exacto de veces; 2.° Que una parte alícuota de *m* se está contenida en *A B* un número exacto de veces; 3.° *A B* y *m* son inconmensurables.—Demostración, *a priori*, de la existencia de rectas inconmensurables, comparando la diagonal de un cuadrado con su lado.—Método práctico para medir una recta. (Párrafos 152 al 155.)

Semejanza de figuras.—Teorema: Dos polígonos son semejantes cuando se componen del mismo número de triángulos semejantes de dos en dos, é igualmente dispuestos.—Recíprocamente.—Dos polígonos semejantes pueden descomponerse...—Escolio.—Teorema: Dos polígonos de igual número de lados son semejantes cuando se sabe que todos los lados menos uno, en cada polígono, son de dos en dos proporcionales, é iguales del mismo modo los ángulos en que no intervengan los lados exceptuados.—Teorema: Dos polígonos de igual número de lados son semejantes si consta que todos los ángulos, menos uno, del primero, son iguales respectivamente á otros tantos del segundo, y que los lados que forman estos ángulos, menos los dos exceptuados, son proporcionales.—Corolario: Casos de semejanza de algunas figuras. Escolio: Condiciones de semejanza. (Párrafos 263 al 270.)

Geometría en el espacio.—*Áreas.*—Poliedros.—Generalidades.—Teorema: El área de la superficie lateral de una pirámide regular es igual á la mitad del producto del perímetro de la base por la apotema.—Teorema: El área de la superficie lateral de un tronco de pirámide regular es igual al producto de la semisuma de los perímetros de las dos bases por la apotema.—Corolario: El área lateral de un tronco de pirámide regular en función de la sección paralela á las bases y equidistante de ellas, es igual á la apotema multiplicada por el perímetro de dicha sección.—Teorema: El área de la superficie lateral de un prisma es igual al producto de su arista lateral por el perímetro de la sección recta.—Corolario: Caso particular de ser recto el prisma.—Escolio: Área total de una pirámide regular, de un tronco de la misma ó de un prisma. (Párrafos 816 al 824.)

Problema: Por un punto trazar un plano perpendicular á otros dos. (Párrafo 553.)

PAPELETA 54

GEOMETRÍA PLANA.—*Propiedades relativas de la recta y la circunferencia.*—Normales.—Definición.—Teorema: Toda oblicua que parte de un punto no situado en la circunferencia, tiene su longitud comprendida entre las dos normales...—Escolio: Distancia de un punto á una circunferencia.—Secantes y tangentes.—Teorema: Dos paralelas interceptan en una circunferencia...—(Párrafos 122 al 126.)

Medida de un arco.—Amplitud de un arco; concepto en que puede considerarse.—Procedimiento que se sigue en la práctica para obtener su relación en la circunferencia.—Divisiones de la circunferencia; ventajas é inconvenientes de las dos divisiones adoptadas; forma de pasar de una á otra división.—Transportador; sus clases; uso del transportador; arcos semejantes.—Arcos correspondientes.—Teorema: Dos ángulos cualesquiera son proporcionales á los arcos comprendidos entre sus lados y descriptos desde sus respectivos vértices, como centro con igual radio.—Corolario: Los arcos semejantes tienen el mismo valor gradual. (Párrafos 155 al 166.)

Problema: Sobre una recta dada construir un triángulo semejante á otro dado. Construir un polígono semejante á otro y cuyo perímetro sea igual á una recta dada. (Párrafos 320 y 323.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Volúmenes.*—Teorema: Dos paralelepípedos que tengan una cara común, y las opuestas á ésta en un mismo plano y comprendidas entre dos mismas paralelas, son equivalentes.—Teorema: Dos paralelepípedos que tengan la misma base y la misma altura son equivalentes.—Teorema: Todo paralelepípedo puede transformarse en otro rectángulo del mismo volumen, de base equivalente y de la misma altura.—Teorema: El volumen de un paralelepípedo cualquiera es igual al producto de la medida de su base por la de su altura. (Párrafos 855 al 859.)

PAPELETA 55

GEOMETRÍA PLANA.—*Medida de ángulos.*—Evaluación en grados.—Consideraciones que inducen á referir la medida del ángulo á la del arco comprendido entre sus lados y que tenga el vértice por centro.—Teorema: Todo ángulo tiene la misma medida que el arco comprendido entre sus lados y descripto con un radio arbitrario desde el vértice como centro.—Reducir un ángulo expresado en grados, minutos y segundos, á su verdadera medida.—Ángulos en el círculo.—Definiciones.—Teorema: Todo ángulo inscripto en una circunferencia tiene la misma medida que la mitad del arco comprendido por sus lados.—Corolarios: 1.° Todos los ángulos inscriptos en un mismo arco son iguales; 2.° Dos ángulos inscriptos en cada uno de los arcos que determina una cuerda son suplementarios; 3.° Todo ángulo inscripto en una semicircunferencia es recto; 4.° Un ángulo inscripto en un arco es agudo, recto ú obtuso, según que el arco sea mayor, igual ó menor que la semicircunferencia; 5.° En todo cuadrilátero inscripto en una circunferencia, los ángulos opuestos son suplementarios. (Párrafos 166 al 175.)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Pirámides.*—Propiedades de la pirámide en general.—Teorema: Cortando una pirámide por un plano paralelo al de la base se verifica: 1.° Las aristas laterales, la altura y demás rectas trazadas desde el vértice hasta la base quedan cortadas en partes proporcionales.—2.° La sección será un polígono semejante al de la base.—3.° Estos dos polígonos tendrán sus áreas proporcionales á los cuadrados de sus distancias al vértice.—Escolio: Si dos pirámides de igual altura se cortan por planos paralelos á las bases y que disten lo mismo de los dos vértices, los polígonos secciones son proporcionales á las bases.—Corolario: Caso en que las dos bases son equivalentes. (Párrafos 722 al 726.)

Problema.—En una esfera de dos metros de radio, ¿cuál es el área del huso correspondiente á un diedro de 15°, 8' y 10''? (Párrafos del 833 al 842.)

PAPELETA 56

GEOMETRÍA PLANA.—*Medida de líneas y ángulos.*—Preliminares.—De la medida en general: Comparación de la magnitud con la unidad; origen de los números enteros, fraccionarios é inconmensurables, según enseña la Aritmética, y qué se entiende por medida de estos últimos; razón de los frecuentes casos de inconmensurabilidad en Geometría.—Consideraciones que conducen á demostrar que se obtiene la relación ó razón de dos magnitudes de la misma especie, dividiendo el número que expresa la medida de la primera por el que expresa la medida de la segunda.—Medida directa; comparación directa con la unidad.—Medida indirecta; casos en que la naturaleza de la magnitud no permite la comparación directa: Ejemplos.—Magnitudes proporcionales: cuándo son proporcionales dos magnitudes cualesquiera.—Cuarta, media y tercera proporcional; magnitudes directa é inversamente proporcionales. (Párrafos 133 al 144.)

Problema.—Dados el radio y la amplitud de un arco, calcular su longitud.—Hallar la amplitud de un arco cuya longitud sea igual al radio.—Dadas la longitud y amplitud de un arco, hallar la longitud de su radio. (Párrafo 381, en los casos 3.°, 4.° y 5.°)

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.—*Áreas.*—Superficies curvas.—Consideraciones que conducen á referir el área de una superficie curva á la de una poliedral.—Teorema: El área de la superficie lateral de un cono de revolución es igual á la mitad del producto de la circunferencia de la base por la generatriz.—Teorema: El área de la superficie lateral de un tronco de cono de revolución, de bases paralelas y de primera especie, es igual al producto de la semisuma de las circunferencias de las bases por la generatriz.—Corolario: Área del tronco, en función de las secciones paralelas á las bases y equidistante de ellas. (Párrafos 825 al 830.)

Volúmenes.—Fórmula de Simpson. (Párrafo 889.)

Trigonometría

Texto: Gómez Pallete.

Undécima edición (1908)

PAPELETA 1.ª

Elementos que fijan la posición de un punto.—Conveniencia y necesidad de aplicar á la Geometría los procedimientos algebraicos.—Determinación de la posición de un punto en una línea con relación á otro fijo.—Justificación de los signos que deben utilizarse.—Problema. Determinar la distancia entre dos puntos, considerada su posición con relación á un tercero tomado como origen.—Principios de Descartes. (Párrafos 1 al 6.)

Fórmulas trigonométricas.—Relaciones más usuales entre las líneas trigonométricas de un mismo ángulo.—Dado el seno de un ángulo, hallar el coseno y la tangente.—Dado el coseno, hallar el seno y la tangente.—Dada la tangente, hallar el seno y el coseno. (Párrafos 44 al 48.)

Problema: Resolver un triángulo conocido un lado y los ángulos adyacentes. (Párrafo 95, primer caso.)

PAPELETA 2.ª

Elementos que fijan la posición de un punto.—Comprobación de la regla de signos de Descartes, discutiendo el problema de dividir una recta en media y extrema razón. (Párrafo 6.)

Fórmulas trigonométricas.—Relaciones entre las líneas trigonométricas de dos ángulos iguales y de signos contrarios. (Párrafo 48.)

Problema: Resolver un triángulo rectángulo del que se conocen la hipotenusa y un ángulo agudo. (Párrafo 94.)

PAPELETA 3.ª

Elementos que fijan la posición de un punto.—Posición de un punto situado en un plano. Signos de las abscisas y ordenadas.—Fijar la posición de un punto cuyas coordenadas sean conocidas. (Párrafos 7 al 12.)

Fórmulas trigonométricas.—Ángulos complementarios.—Relación entre sus líneas trigonométricas (Párrafos 49 y 50.)

Problema: Resolver un triángulo conociendo dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos (segundo caso).—Discusión, tomando en cuenta los valores angulares.—Obtener directamente el valor del lado desconocido.—Transformar los valores obtenidos para adaptarlos al cálculo logarítmico. (Párrafos 96 y 97.)

PAPELETA 4.ª

Elementos que fijan la posición de un punto.—Posición de un punto en el espacio; ejes; planos coordenados; abscisas y ordenadas en el plano ó en el espacio.—Determinación de los signos.—Líneas quebradas que pueden seguirse para llegar á un punto desde el origen.—Fijar la posición de un punto cuando se conozcan las coordenadas. (Párrafos 12 al 17.)

Fórmulas trigonométricas.—Problema. Dados los senos y cosenos de dos ángulos, determinar el seno y coseno de su suma ó diferencia. (Párrafo 51.)

Problema: Resolver un triángulo conociendo dos lados y el ángulo comprendido. (Párrafos 98 y 99.)

PAPELETA 5.ª

Elementos que fijan la posición de una recta.—Posición de una recta en un plano.—Ángulos positivos y negativos.—Discusión del ángulo formado por dos rectas. (Párrafos 17 al 21.)

Fórmulas trigonométricas.—Problema. Dado el seno y coseno de un ángulo, determinar el seno y coseno del ángulo doble y triple y las tangentes de $a \pm b$ y de $2a$. (Párrafos 52 al 56.)

Problema: Resolver un triángulo rectángulo conociendo la hipotenusa y un cateto. (Párrafo 94, caso 2.°)

PAPELETA 6.ª

Líneas trigonométricas.—Su necesidad. Definición de las líneas trigonométricas. (Párrafos 21 al 25.)

Fórmulas trigonométricas.—Relaciones

entre las líneas trigonométricas de dos ángulos suplementarios. — Idem íd. de los ángulos que se diferencian en η.—Alteración de los valores de las líneas trigonométricas de un ángulo, cuando se le agregan un número par ó impar de semicircunferencias. — Determinar las líneas trigonométricas de un ángulo en función de las de otro menor de 90°.—Aplicación al ángulo de 1.726°.—Caso en que el ángulo sea negativo y aplicación al ángulo α = — 1.385°. (Párrafos 56 al 59)

Problema: Resolver un triángulo cuando se conoce un cateto y un ángulo agudo. (Párrafo 94, caso 3.°)

PAPELETA 7.ª

Líneas trigonométricas.—Estudio de los valores y signos de las líneas trigonométricas, cuando el ángulo varía desde cero á cuatro rectos, y agregando un número cualquiera de circunferencias.— Límite de los valores de las líneas trigonométricas.—Obtención de los valores absolutos de las líneas trigonométricas de un ángulo mayor de 90°, en relación con las de otro menor que un recto. (Párrafos 25 al 29.)

Fórmulas trigonométricas. — Transformar en producto la suma y diferencia de los senos y cosenos de dos ángulos.—Demostrar que la suma de los senos de dos ángulos es á su diferencia como la tangente de la semisuma de estos ángulos es á la de la semidiferencia. (Párrafos 59 y 60.)

Problema: Resolver un triángulo rectángulo, conociendo sus dos catetos. (Párrafo 94, caso 4.°)

PAPELETA 8.ª

Líneas trigonométricas.— Dado el seno de un ángulo, determinar éste.—Dado el coseno, determinar el ángulo correspondiente. (Párrafos 29 y 30.)

Problema: Resolver un triángulo conociendo dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos.—Discusión.—Obtener directamente el valor del lado desconocido. Transformar los valores obtenidos para adaptarlos al cálculo logarítmico. (Párrafos 96 y 97.)

PAPELETA 9.ª

Proyecciones de las líneas rectas.— Proyección de un punto sobre una recta.—Idem de una recta sobre un eje.—Idem sobre tres ejes coordenados.—Suma algebraica de las proyecciones de una línea quebrada sobre un eje. (Párrafos 31 al 35.)

Fórmulas trigonométricas. — Problema 1.°: Dado el coseno de un ángulo, determinar el seno y coseno de su mitad. (Párrafo 63.)

Problema: Resolver un triángulo conociendo los tres lados.—Discusión. (Párrafos 100 al 104.)

PAPELETA 10

Proyecciones de líneas rectas.—Proyección de una recta situada en el plano de dos ejes coordenados.—Valor de la proyección de una recta sobre otra en función de la magnitud de la primera y del ángulo formado con la segunda.—Medida del ángulo que forman dos rectas que se cruzan en el espacio, y generalización de la fórmula anterior. (Párrafos 35 y 36.)

Fórmulas trigonométricas. — Problema 1.°: Dado el coseno de un ángulo, determinar el seno y coseno de su mitad. (Párrafo 63.)

Problema: Hallar el área de un triángulo, conociendo dos lados y el ángulo comprendido. (Párrafo 104, caso 1.°)

PAPELETA 11

Proyecciones de las líneas rectas.—Hallar la distancia entre dos puntos dados, por sus coordenadas rectangulares.—Idem si los dos puntos están colocados en uno de los planos de dos ejes.—Idem en el caso de que uno de los puntos coincida con el origen. (Párrafo 37.)

Tablas trigonométricas.—Descripción de las tablas trigonométricas de Schrön.—Uso de estas tablas cuando los ángulos ó las líneas están expresados en ellas. (Párrafos 73 al 78.)

Problema: Hallar el área de un triángulo cuando se conocen dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos. (Párrafo 104, caso 3.°)

PAPELETA 12

Proyecciones de las líneas rectas.—Valor de la suma de los cuadrados de los cosenos de los ángulos que una recta forma con tres ejes rectangulares.—Valor de la proyección ortogonal sobre un eje de la recta que une los extremos de una quebrada. (Párrafos 38 y 39.)

Tablas trigonométricas.—Problema directo del manejo de las tablas para ángulos mayores de 3° y menores de 87°. (Párrafos 73 y 79.)

Problema: Hallar el área de un triángulo cuando se conozcan dos ángulos y un lado. (Párrafo 104, caso 2.°)

PAPELETA 13

Proyecciones de líneas rectas.—Problema 1.°: Dadas las coordenadas de un punto con relación á tres ejes cualesquiera, determinar la abscisa ortogonal del mismo punto con respecto á una recta que, pasando por el origen, forme con los ejes ángulos conocidos. (Párrafo 40.)

Tablas trigonométricas.—Problema inverso del manejo de las tablas para ángulos mayores de 3.° y menores que 87°. (Párrafos 80 al 83.)

Problema: Hallar el área de un triángulo cuando se conocen los tres lados. (Párrafo 104, caso 4.°)

PAPELETA 14

Proyecciones de las líneas rectas.—Problema 2.°: Determinar el ángulo de dos rectas, conocidos los que forman con tres ejes coordenados rectangulares. — Caso en que las rectas estén situadas en el plano de los ejes ó paralelo á él.—Caso en que las rectas sean perpendiculares entre sí. (Párrafos 41 al 44.)

Relaciones entre los elementos de un triángulo rectilíneo.—Demostrar á qué es igual el cuadrado de un lado.—Idem que los senos de dos ángulos son proporcionales á los lados opuestos. (Párrafos 83 al 87.)

Problema: Resolver un triángulo conociendo un lado y dos ángulos. (Párrafo 95.)

PAPELETA 15

Líneas trigonométricas.—Valores de las líneas trigonométricas, cuando el ángulo crece de cero grados á cuatro rectos, y cuando se le aumenta un número cualquiera de circunferencias. (Párrafos 25 al 27.)

Relaciones entre los elementos de un triángulo rectilíneo.—Demostrar que la suma de dos lados es á su diferencia como la tangente de la semisuma de los ángulos opuestos es á la de la semidiferencia. — Demostración analítica de que el conocimiento de los tres ángulos no determina el triángulo. (Párrafos 87 y 88.)

Problema: Resolver un triángulo rectángulo del que se conocen la hipotenusa y un ángulo agudo. (Párrafo 94, caso 1.°)

PAPELETA 16

Elementos que fijan la posición de un punto. — Aplicar la regla de signos de Descartes al problema de dividir una recta en media y extrema razón, discutiendo las distintas hipótesis que pueden hacerse. (Párrafo 6.°)

Relaciones entre los elementos de un triángulo rectilíneo.— Demostrar que en un triángulo rectángulo, un cateto es igual á la hipotenusa multiplicada por el coseno del ángulo adyacente ó por el seno del opuesto.—Idem que un cateto es igual al otro, multiplicado por la tangente del ángulo opuesto al primero. (Párrafo 89.)

Problema: Resolver un triángulo conociendo dos lados y el ángulo comprendido. (Párrafos 98 y 99.)

PAPELETA 17

Relaciones entre los elementos de un triángulo rectilíneo.—Transformar en producto la suma ó diferencia de dos cantidades positivas.—Transformar en monomio un binomio de la forma $A \cos \alpha \pm B \operatorname{sen} \alpha$. (Párrafos 90 al 94.)

Problema: Resolver los cuatro casos del triángulo rectángulo. (Párrafo 94.)

Madrid, 18 de Marzo de 1914.—Eshagüe.

MINISTERIO DE HACIENDA

REAL ORDEN

Ilmo. Sr.: En atención al gran número de interesados en el cobro de resguardos de Ultramar procedentes de la última campaña, por el concepto de haberes personales, que por dificultad en las comunicaciones han salido de los puntos de su residencia, sin tener noticia de la Real orden de 12 del corriente mes, inserta en la GACETA del 13, por la que quedó sin efecto el turno especial para el cobro, creado por la de 5 de Marzo de 1913,

S. M. el REY (q. D. g.) ha tenido á bien disponer que por esa Dirección General, del digno cargo de V. I., se siga admitiendo á los propios interesados ó sus herederos legítimos, la petición del señalamiento especial para percibir sus créditos hasta el día 31 del corriente mes inclusive, en la inteligencia de que á partir del día 1.° de Abril próximo, inclusive también, cesará de admitirse peticiones del expresado turno.

De Real orden lo digo á V. I. para su conocimiento y efectos correspondientes. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 20 de Marzo de 1914.

BUGALLAL.

Señor Director general de la Deuda y Clases Pasivas.

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA Y BELLAS ARTES

REALES ÓRDENES

Ilmo. Sr.: A fin de constituir la Comisión mixta que ha de unificar la legislación que rige en las Escuelas de Náutica,

S. M. el Rey (q. D. g.) se ha servido disponer que el Director de la Escuela de Náutica de Barcelona, D. José Ricart y Giralt, en unión de la persona designada por el Ministerio de Marina, proceda á realizar los trabajos que dicha unificación haga necesarios.

De Real orden lo digo á V. I. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 12 de Marzo de 1914.

BERGAMIN.

Señor Subsecretario de este Ministerio.

Ilmo. Sr.: Vista la instancia del Auxiliar interino de la Facultad de Medicina de la Universidad de Santiago D. Casimiro Martínez López, tramitada é informada por el Decanato de la Facultad y por el Rectorado, en solicitud de que á los Auxiliares interinos nombrados de Real orden que se hallen prestando servicio se les reconozca derecho á tomar parte en oposiciones á Cátedras en el turno correspondiente á los Auxiliares numerarios,

S. M. el Rey (q. D. g.) ha tenido á bien resolver, de conformidad con el dictamen del Consejo de Instrucción Pública, que el derecho á optar á Cátedras por oposición en turno de Auxiliares, concedido á los Auxiliares interinos gratuitos por Real decreto de 18 de Julio de 1913, comprende lo mismo á los Auxiliares interinos y gratuitos nombrados por los Rectores de Universidad con sujeción á lo dispuesto en el artículo 5.° del Real decreto de 10 de Diciembre de 1897, que á los Auxiliares interinos con nombramiento de Real orden que provisionalmente y por vacante ó ausencia de Auxiliar numerario sustituyan á éste en el ejercicio de sus funciones y en el percibo de la gratificación correspondiente, siempre que unos y otros interinos reunan las condiciones determinadas en el citado Real decreto de 18 de Julio de 1913.

De Real orden lo digo á V. I. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 18 de Marzo de 1914.

BERGAMIN.

Señor Subsecretario de este Ministerio.

ADMINISTRACIÓN CENTRAL

CONSEJO SUPREMO DE GUERRA Y MARINA

Relación de las pensiones declaradas por este Consejo Supremo durante la primera quincena del mes de Enero, que, con arreglo al artículo adicional de la Ley de 22 de Julio de 1891, deben publicarse en la GACETA DE MADRID.

Ana Sosa Gamos, 182,50 pesetas anuales.
Modesta Ruiz T...re, 182,50.
Gervasia Sanz Pérez, 182,50.
José Huguet Rivelles y Peregrina Candel Huguet, 182,50.
Manuel Termo Bravo y Luisa Ferrer Jimeno, 182,50.
Marcelo Mancheño López y Juana Torrejón Muñoz, 182,50.
Benito Pérez López, 182,50.
Pascual Novaión Martínez y Mariana Aguilar Bon te, 182,50.
Petra Rodríguez Marino, 137.

Madrid 23 de Marzo de 1914.—P. O., el General Secretario, Gabriel Antón.

Relación de las pensiones declaradas por este Consejo Supremo durante la segunda quincena del mes de Febrero, que, con arreglo al artículo adicional de la Ley de 22 de Julio de 1891 deben publicarse en la GACETA DE MADRID.

Gracia María Garrido Isern, 182,50 pesetas anuales.
José Prujá y Margarita Verges Abel, 273,75.
Sebastián Romero Madrid y María Jesús Sánchez Madrid, 182,50.
José Bostoli Porcar y Raimunda Escrig Font, 182,50.
Miguel Reverte Escribuela y Cinta Segarra Moní, 182,50.
María Sanz Frutos, 182,50.
Juan Antonio Corredor Herreros, 638,75.
Indalecio Hueto Martín y Cirila de Diego Gavilanes, 137.
Rosa López Fenellosa, 182,50.
Magdalena Piá Botella, 547,50.
Antonia Andaluz Andrés, 182,50.
Ignacio Serrano Puente y Lucía Casado Encina, 182,50.
Francisco Jiménez Villarreta, 182,50.
Claudia Fernández Ochoa Pérez, 182,50.
Anselma Catalán Pascual, 273,75.
Inés Domínguez Martín, 182,50.
Dolores Cruz Martínez, 547,50.
Encarnación Rofegas Rivalta, 273,75.
María Antonia Carrasco Luque, 547,50.
Martín Dueñas Molinero y Aquilina Frías Núñez, 182,50.
Ramón Vicente Jiménez y Enriqueta Vargas Martínez, 182,50.
Fernando Badía Marcén, 182,50.
Josefa Grau Quixal, 182,50.
Filomena Braguera Masó, 182,50.
Antonia Raga Corsí, 182,50.

Madrid, 23 de Marzo de 1914.=P. O, el General Secretario, Gabriel Antón.

Relación de las pensiones declaradas por este Consejo Supremo durante la primera quincena del mes de Marzo, que, con arreglo al artículo adicional de la ley de 22 de Julio de 1891, deben publicarse en la GACETA DE MADRID.

Teodora Arroyo González, 182,50 pesetas anuales.
María Dolores Flores Navarro, 182,50.
León Martínez Sánchez y Rafaela Clavero Domingo, 182,50.
Antonio Dobias Valle y Asunción Leiva Herrera, 182,50.
José Gutiérrez Malecia y Tomasa Macías Yáñez, 182,50.

Madrid, 23 de Marzo de 1914.=P. O., el General Secretario, Gabriel Antón.

MINISTERIO DE HACIENDA

Dirección General de la Deuda y Clases Pasivas.

En cumplimiento de lo que dispone la ley de 25 de Junio de 1855, y conforme á lo prevenido en las Reales órdenes de 29 de Diciembre de 1882, 4 de Mayo de 1897, y demás disposiciones vigentes, los individuos de Clases Pasivas que tienen consignado el pago de sus haberes en la Pagaduría de la Dirección de la Deuda y Clases Pasivas, deberán presentarse á pasar la revista anual, ante el señor Interventor de la misma, dentro del mes de Abril próximo, desde las nueve á las trece, por el orden de nóminas que se expresan á continuación.

El acto de la revista tendrá lugar, para todas las clases, en las oficinas de la Intervención citada, establecidas en la calle de Atocha, número 15, segundo.

Los pensionistas por Cruces se presentarán á la revista en domingo, con las variantes de horas que están indicadas en dicho grupo.

Día 1.° de Abril de 1914.

Remuneratorias. Cesantes. Secuestros y Jubilados de todos los Ministerios.

Día 2.

Coroneles, Tenientes Coroneles, Comandantes, Plana mayor de Jefes y Capitanes.

Día 3.

Tenientes, Marina. Sargentos, Cabos y Plana mayor de tropa.

Día 4.

Montepío Militar, letras A y B.

Día 6.

Montepío militar, letras C, D y E.

Día 7.

Montepío militar, letras F y G.

Día 8.

Montepío militar, letras H, I, J, K, L y Ll.

Día 11.

Montepío militar, letras M y N.

Día 13.

Montepío militar, letras O, P, Q y R.

Día 14.

Montepío militar, letras S, T, V y Z.

Día 15.

Montepío Civil, letras A y B.

Día 16.

Montepío civil, letras C y D.

Día 17.

Montepío civil, letras E, F y G.

Día 18.

Montepío civil, letras H, I, J, K, L y Ll.

Día 19.

Cruces (de nueve á doce), Sargentos, Plana mayor de tropa, Cabos y Soldados, letras A á Z.

Día 20.

Montepío civil, letras M y N.

Día 21.

Montepío civil, letras O, P, Q y R.

Día 22.

Montepío civil, letras S, T, V y Z.

Día 23.

Retirados, Soldados.

Días 24 y 25.

Todas las nóminas sin distinción.

OBSERVACIONES

1.ª La revista es personal, y, por lo tanto, no puede excusarse la presentación de los interesados á dicho acto, sino en los casos que terminantemente se expresarán en el curso de este aviso.

2.ª Los individuos de Clases Pasivas que se encuentren accidentalmente fuera de la provincia en que cobren sus haberes, deberán pasar la revista personalmente, cualquier día de mes de Abril, ante el Interventor de Hacienda los que se encuentren en capitales de provincia, y ante el Alcalde los que estén en las demás poblaciones de la misma, exigiéndoles solamente la cédula personal, pero con la obligación de presentar antes del 20 de Mayo en la Intervención en que tengan consignado el pago, los documentos que justifiquen la concesión del haber pasivo, la papeleta ó nominilla que acredite el número con que figuren en la nómina, la certificación del Juzgado municipal que justifique su existencia y hallarse empadronados en el punto de la vecindad declarada, y además el estado civil respecto á las viudas y huérfanas.

Al pie de estas certificaciones, los respectivos interesados declararán, firmando á presencia del Interventor de Clases Pasivas ó Interventor de Hacienda de las provincias, si perciben ó no alguna asignación, sueldo ó retribución de fondos del Estado, provinciales ó municipales, añadiendo los religiosos exclaustrados y los secularizados en épocas anteriores, si poseen bienes propios, en qué punto y hasta de qué valor. Si la presentación de estos documentos se hiciese por los apoderados, firmarán éstos como garantía de haberlos recibido de los interesados.

3.ª Los individuos de Clases Pasivas que residan en el extranjero, habiendo cumplido con la obligación que les impone el artículo 2.º del decreto del Regente del Reino de 9 de Julio de 1869, y los que se hallen accidentalmente fuera del Reino en las épocas de revista, la pasarán ante el Cónsul, Vicecónsul ó Agente consular de España del punto en que se encuentren ó del más inmediato, cuyos funcionarios autorizarán la correspondiente certificación de existencia, con las formalidades establecidas.

Esta certificación, legalizada por el Ministerio de Estado, se presentará por los interesados ó sus apoderados en la Intervención de la Dirección ó en la de Hacienda de la provincia respectiva, en unión de los documentos que justifiquen la concesión de haber pasivo, la papeleta ó nominilla que acredite el número con que figura en la nómina, y la cédula personal firmada por el interesado.

Cuando la presentación de los documentos referidos se haga por medio de apoderados, se procederá en los términos que se expresan en la observación anterior.

4.ª Si alguno de los individuos residentes en esta Corte no pudiera presentarse al acto de la revista, lo manifestará por escrito á la Intervención hasta el 24 de Abril, acompañando certificación de Facultativo, con expresión del número y clase de la patente de contribución industrial, extendida en papel de 2 pesetas, clase 10.ª, que justifique aquella circunstancia, consignando con toda claridad las señas de su domicilio, para que un empleado de la misma Intervención pase á examinar los documentos que acrediten su derecho al haber ó pensión que disfrute, y á recoger á la vez el correspondiente certificado de existencia, con la firma del interesado.

Igual aviso darán á los respectivos Interventores de Hacienda, Alcaldes ó Cónsules, según proceda, los que se hallen en el mismo caso y residan fuera de esta Corte.

5.ª Las Superioras de los Monasterios de Religiosas y los Jefes de los Establecimientos benéficos y de reclusión en que hubiese alguno que disfrute pensión, darán aviso á la Intervención de la Dirección ó á la de Hacienda de la provincia correspondiente, á fin de que acuerde el medio de que puedan quedar cumplidas las formalidades de la revista, á cuyo efecto dicha oficina comisionará á un funcionario de su dependencia para que pase á verificarla en la forma que permitan las reglas de cada Instituto religioso ó los Reglamentos de los Establecimientos mencionados.

6.ª Cuando sean varios los partícipes de una pensión, deberán presentarse á pasar la revista todos ellos.

7.ª Están relevados de asistir personalmente al acto de la revista:

1.º Los ex Ministros y ex Consejeros de Estado.

2.º Los ex Presidentes y Magistrados de los Tribunales Supremo y Superiores.

3.º Los que se hallen investidos del carácter de Senadores y Diputados á Cortes.

4.º Los Jefes Superiores de Administración, Jefes de Administración y Coroneles retirados.

5.º Los individuos de las clases asimiladas á las citadas, que procedan de la carrera civil y de la militar.

6.º Los que disfruten los honores ó grados de algunas de las categorías expresadas.

7.º Los Jefes y Oficiales retirados, condecorados con la placa de la Real y militar Orden de San Hermenegildo.

8.º Los de los Cuerpos políticos militares á quienes, con arreglo al artículo 2.º del Real decreto de 16 de Octubre de 1862, se consigne este derecho en los Reales despachos.

9.º Las viudas y huérfanos de todos los comprendidos en los números anteriores, con arreglo á lo prevenido en la Real orden de 4 de Marzo de 1906.

10. Los perceptores cuyas fes de vida estén firmadas por una ó dos personas de garantía, á juicio del Interventor, y que presenten los documentos exigidos para los no exceptuados de la revista en la observación 4.ª

11. Los individuos que hubiesen sido Senadores del Reino y Diputados á Cortes ó se hallen condecorados con las Grandes Cruces de las Reales Ordenes de Carlos III é Isabel la Católica, cualquiera que sea la categoría administrativa ó militar que hubiesen obtenido en el servicio activo.

Los comprendidos en los ocho primeros números y en el 11 de la observación anterior, podrán pasar la revista por medio de oficio, firmado de su puño, en que expresarán el haber pasivo que disfruten, la fecha de la declaración del derecho y su domicilio, consignando también que no perciben otro haber del Estado, de los fondos provinciales ó municipales. Dicho oficio llevará una póliza de 11.ª clase (una peseta), con arreglo á la vigente ley del Timbre del Estado.

Los comprendidos en el número 9.º presentarán el mismo documento, y además acompañarán, con arreglo á la Real orden de 4 de Marzo de 1897, certificado del Juzgado municipal que justifique su empadronamiento en el punto de la vecindad declarada, y que acredite el respectivo estado civil de la pensionista; entendiéndose que los menores de edad justificarán en la misma forma por medio de su representante legal.

8.ª Asimismo las viudas y huérfanos en cuyos títulos ó traslados de las Reales órdenes de concesión de su derecho pasivo no resulte, por los destinos que desempeñaron los maridos ó padres, que éstos estuvieran exceptuados de la presentación personal para la revista, si han de acogerse á los beneficios de la Real orden de 4 de Marzo de 1897, habrán de justificar previamente en la Intervención que sus respectivos causantes se hallaban comprendidos en los casos de la observación 7.ª con la presentación del correspondiente documento, debidamente reintegrado para la toma de razón, y una copia del mismo en papel sellado de 11.ª clase, que quedará en el expediente personal de alta en nómina, de los interesados, para las revistas sucesivas.

9.ª Las fes de vida han de llevar fechas de 25 del corriente mes en adelante.

10. Los Alcaldes de los pueblos no capitales de provincias, autorizarán, con las formalidades y los términos indicados en la observación 2.ª, las revistas de los individuos que residan en sus respectivas jurisdicciones, presentando éstos la certificación de su existencia ó estado, al pie de la cual consignarán dichos Alcaldes la que acrediten la exhibición del documento de concesión del haber pasivo, haciendo constar su fecha, Autoridad por quien está concedido y el haber anual señalado.

Respecto á los individuos residentes en el término de su jurisdicción y que estuviesen enfermos, procederán por analogía con lo determinado en la observación 4.ª

11. Al terminar el mes de Abril los Alcaldes remitirán á la Intervención de la Dirección ó la de Hacienda de la respectiva provincia, las certificaciones de las revistas que hayan autorizado, correspondientes á los individuos que tengan consignado su haber en la misma provincia, no permitiéndose, por lo tanto, que dichas certificaciones se presenten en las oficinas por los apoderados de los perceptores.

Los Alcaldes acompañarán al oficio de remisión una relación detallada de las certificaciones que remitan, y que les será devuelta con el recibí y conformidad de la Intervención en el término de tercero día.

12. A los que no se presenten á la revista, salvo aquellos que justifiquen debidamente su absoluta imposibilidad física, se les suspenderá el pago de sus haberes, con arreglo á lo prevenido para estos casos en las disposiciones vigentes.

Madrid, 12 de Marzo de 1914.=El Director general, Carlos Vergara.

Junta clasificadora de las obligaciones procedentes de Ultramar.

SECRETARÍA

Habiéndose padecido por esta Secretaría un error de copia al consignar el primer apellido del acreedor número 10 de la relación número 8.633, publicada en la GACETA de 7 de Junio de 1913, se rectifica por el presente á fin de que se entienda expedido á nombre de Julián Díaz del Campo, en lugar de Julián Díez del Campo.

Lo que se publica en la GACETA DE MADRID á los efectos oportunos.

Madrid, 23 de Marzo de 1914.=El Secretario, Ricardo Cisneros.=V.° B.°: El Presidente, M. Ordóñez.

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA Y BELLAS ARTES

Subsecretaría.

En virtud de oposición,

S. M. el Rey (q. D. g.) ha resuelto nombrar á D. Mariano Alvarez Zarimendi y á D. Julio Palacios Martínez, Auxiliares numerarios del primer grupo (Física general) de la Sección de Físicas de la Facultad de Ciencias de la Universidad Central, con la gratificación anual para cada uno de 1.500 pesetas.

De Real orden, comunicada por el señor Ministro, lo digo á V. S. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. S. muchos años. Madrid, 18 de Marzo de 1914.=El Subsecretario, J. Silvela.

Señor Ordenador de pagos de este Ministerio.

MINISTERIO DE FOMENTO

Dirección General de Obras Públicas.

PERSONAL Y ASUNTOS GENERALES

Resultando vacante una plaza de Delineante cuarto de Obras Públicas, con la categoría de Oficial cuarto de Administración y sueldo anual de 2.000 pesetas,

Esta Dirección General, en cumplimiento de lo prevenido en el artículo 37 de la ley de Presupuestos de 1895, ha resuelto anunciarla con el fin de que puedan aspirar á ella los que tengan aprobadas todas las asignaturas que se cursaban en la suprimida Escuela preparatoria de Ingenieros y Arquitectos.

Los interesados pueden presentar sus instancias acompañadas de los documentos justificativos en el término de ocho días, á contar desde la inserción de este anuncio en la GACETA DE MADRID.

Madrid, 18 de Marzo de 1914.=El Director general, A. Calderón.

SERVICIO CENTRAL HIDRÁULICO

Ilmo. Sr.: No siendo conveniente que se interrumpan las obras hidráulicas en curso de ejecución en tanto se redacta y aprueba la distribución del crédito concedido para dichas obras por Real decreto de 3 del corriente;

S. M. el REY (q. D. g.) de acuerdo con lo propuesto por esta Dirección General, ha tenido á bien disponer que se expidan con cargo al capítulo 16, artículo 2.°, concepto adicional y á cuenta de la expresada distribución, los libramientos correspondientes á las obras que se encuentran en aquel caso, por las cantidades consignadas en la relación adjunta.

De orden del señor Ministro, lo comunico á V. I. para su conocimiento y efectos. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 20 de Marzo de 1914.=El Director general, Calderón.

Sr. Ordenador de Pagos por obligaciones de este Ministerio.

Relación de las cantidades que se han de librar á los servicios hidráulicos á cuenta de la distribución del crédito del capítulo 16, artículo 2.°, concepto adicional.

	Pesetas.
División del Ebro.	
Encauzamiento del Segre en Lérida	30.000,00
Idem del Noguera-Pallaresa	50.000,00
Recrecimiento del Pantano de la Grajera	25.000,00
Indemnizaciones	5.000,00
División del Segura.	
Pantano de Talave	50.000,00
Arterias principales de la huerta de Murcia	5.403,69
Encauzamiento del Minateda	50.000,00
Indemnizaciones	5.000,00
División del Sur de España.	
Pantano del Agujero	25.000,00
Alumbramiento del Guadalfeo	15.000,00
Idem del Almanzora	25.000,00
Indemnizaciones	2.500,00
División del Tajo.	
Obras diversas de la Real Acequia del Jarama	25.000,00
Indemnizaciones	2.000,00
Canal de Castilla y sus pantanos.	
Camino de servicio del Pantano de Recozones	300,00
Idem de ídem del ídem de Otero	20.000,00
Indemnizaciones	2.000,00
División del Duero.	
Canal Reina Victoria Eugenia	10.000,00
Idem de Simancas	10.000,00
Encauzamiento del Ucieza	25.000,00
Defensa de Ciudad Rodrigo	10.000,00
Indemnizaciones	3.000,00
Servicio Central Hidráulico.	
Indemnizaciones	3.000,00

Madrid, 20 de Marzo de 1914.=El Director general, A. Calderón.

MADRID.—Est. Tip. "Sucesores de Rivadeneyra".—Paseo de San Vicente, núm. 20.