DIRECCIÓN-ADMINISTRACIÓN:
Calle del Carmen, núm. 29, principal.
Teléfono núm. 2.549.

VENTA DE EJEMPLARES:
Ministerio de la Gobernación, planta baja.
Número suelto, 0,50.

GACETA DE MADRID

—SUMARIO—

PARTE OFICIAL

PRESIDENCIA DEL CONSEJO DE MINISTROS

S. M. el REY Don Alfonso XIII (q. D. g.), S. M. la REINA Doña Victoria Eugenia y SS. AA. RR. el Príncipe de Asturias é Infantes continúan sin novedad en su importante salud.

De igual beneficio disfrutan las demás personas de la Augusta Real Familia.

REAL DECRETO

De acuerdo con el Consejo de Ministros, de conformidad con lo informado por el Consejo de Estado en pleno y por la Intervención General de la Administración del Estado, y con arreglo al párrafo segundo del artículo 41 de la ley de Contabilidad de la Hacienda pública y al párrafo tercero, artículo 26 de la ley Orgánica del Consejo de Estado,

Vengo en decretar lo siguiente:

Artículo 1.º Se conceden al actual presupuesto de gastos de los Departamentos ministeriales, los créditos extraordinarios que á continuación se expresan:

Ministerio de la Guerra, capítulo adicional, artículo único, para obras urgentes en edificios militares, 500.000 pesetas, según relación adjunta.

Ministerio de la Gobernación, capítulo adicional, artículo 1.º, obras en el Instituto Nacional de Higiene de Alfonso XIII, 300.000 pesetas; artículo 2.º, obras en el Instituto de investigación del cáncer, 50.000 pesetas; artículo 3.º, obras en el Lazareto de Mahón, 150.000 pesetas.

Ministerio de Instrucción Pública y Bellas Artes, capítulo adicional, artículo 1.º, para pago de los auxilios que se concedan á los Ayuntamientos con destino á la construcción de nuevos edificios-escuelas, 600.000 pesetas; artículo 2.º, para obras nuevas de ampliación y reforma que se emprendan en los Establecimientos donde se hallen instalados servicios dependientes del Ministerio, 400.000 pesetas.

Ministerio de Fomento, capítulo adicional 1.º, artículo 1.º, para obras de conservación de carreteras, 3.000.000 de pesetas; artículo 2.º, para obras nuevas de carreteras, 1.000.000 de pesetas; artículo 3.º, para obras de reparación de carreteras, 1.500.000 pesetas.—Capítulo adicional 2.º, para obras de construcción del edificio de la Escuela de Ingenieros Agrónomos, 500.000 pesetas.

Art. 2.º Se concede asimismo un crédito extraordinario de 6.000.000 de pesetas á otro capítulo adicional del presupuesto de gastos del Ministerio de Fomento para todos los que origine la adquisición, importación, derechos de Aduanas, carga, descarga, transportes, depósito y distribución del carbón con destino á las industrias nacionales.

Art. 3.º Las obras á que se refieren los créditos concedidos por el artículo 1.º se declaran exceptuadas de las formalidades de subasta y de concurso, haciéndose en ellas aplicación de lo dispuesto en el Real decreto de 11 de Agosto de 1914.

Art. 4.º Para la ejecución de dichas obras será indispensable el previo acuerdo del Consejo de Ministros, aprobando el proyecto definitivo.

Art. 5.º Por los Ministerios de Fomento y Hacienda se establecerán las condiciones en que el carbón adquirido por el Estado ha de venderse á las industrias nacionales.

Art. 6.º El producto que se obtenga de la venta del carbón adquirido se figurará en un artículo adicional de la Sección 4.ª, capítulo 4.º, del estado letra *B* del Presupuesto vigente, con la denominación de «Producto de la venta del carbón para las industrias nacionales».

Art. 7.º El importe de los créditos extraordinarios comprendidos en el artículo 1.º, se cubrirá con los recursos determinados por el artículo 41 de la ley de Administración y Contabilidad de la Hacienda pública, y el concedido para el carbón, con los ingresos que se obtengan por la venta del mismo producto, y en su defecto con los recursos antes expresados.

Art. 8.º El Gobierno dará cuenta á las Cortes en su próxima reunión del presente Decreto.

Dado en Palacio á treinta de Marzo de mil novecientos dieciséis.

ALFONSO.

El Presidente del Consejo de Ministros,
Alvaro Figueroa.

Relación de las cantidades que han de invertirse en las obras urgentes de los edificios militares á que se refiere el artículo 1.º del Real decreto de esta fecha.

	Pesetas.
PRIMERA REGIÓN	
Escuela Superior de Guerra...	30.000
Cuartel de Telégrafos...	200.000
SEGUNDA REGIÓN	
Cuartel de San Hermenegildo..	7.365,85
Cuartel de Zapadores...	32.634,15
Hospital militar de Córdoba...	30.000
Hospital militar de Granada...	30.000
TERCERA REGIÓN	
Ampliación del Cuartel de San Francisco...	15.000
Ampliación del Cuartel Princesa Mercedes...	15.000
CUARTA REGIÓN	
Armeros y obras de saneamiento en el Depósito de armamentos...	3.000
QUINTA REGIÓN	
Saneamiento de cuadras en el Cuartel de Alfonso XII...	16.000
Alcantarillado y saneamiento de la Ciudadela...	4.000
SEXTA REGIÓN	
Pabellones de tropa en el Cuartel de Infantería Rodrigo de Vivar...	15.000
Higienización del Cuartel de San Telmo...	2.000
SÉPTIMA REGIÓN	
Reparación de la cuadra del depósito de sementales...	5.000
Ampliación del Cuartel del General Ordóñez...	6.000
Terminación y aislamiento del Cuartel de Alfonso XIII...	17.000
OCTAVA REGIÓN	
Reforma de retretes destinados á la guarnición...	4.750
Modificación de cubiertas en el Cuartel del Príncipe Alfonso.	6.240
Renovación de pisos en el cuartel del Príncipe Alfonso...	5.010
Mallorca.	
Obras en la batería del Cabo Regana...	13.000
Obras en la batería de Cala Figuera...	13.000
Obras en la batería de Refenbeix	14.000
Menorca.	
Construcción del Cuartel de Alfonso XIII en la Ciudadela...	16.000
TOTAL...	500.000

Madrid, 30 de Marzo de 1916.=Aprobada por S. M.=El Presidente del Consejo de Ministros, C. de Romanones.

MINISTERIO DE MARINA

EXPOSICIÓN

SEÑOR: En virtud de la autorización que concede el artículo adicional de la ley de Construcciones navales de 17 de Febrero del año 1915, para la reorganización de los Cuerpos subalternos de la Armada, el Ministro que suscribe tiene el honor de someter á la aprobación de V. M. el siguiente proyecto de Real decreto.

Madrid, 16 de Marzo de 1916.

SEÑOR:
A L. R. P. de V. M.,
Augusto Miranda

REAL DECRETO

A propuesta del Ministro de Marina, de acuerdo con Mi Consejo de Ministros,

Vengo en aprobar con carácter provisional el unido Reglamento del Cuerpo de Auxiliares de Oficinas de Marina.

Dado en Palacio á dieciséis de Marzo de mil novecientos dieciséis.

ALFONSO.

El Ministro de Marina,
Augusto Miranda.

REGLAMENTO del Cuerpo de Auxiliares de Oficinas de Marina.

Artículo 1.º El Cuerpo de Auxiliares de Oficinas de Marina tiene la misión de la custodia de los Archivos de las diferentes dependencias de la Armada, el servicio de las mismas y el de las Bibliotecas y el cometido de escribientes en los buques y oficinas de tierra, debiendo guardar los individuos que lo forman reserva en cuantos asuntos intervengan.

Siendo su principal misión el servicio burocrático, están obligados al conocimiento de cuanto se legisle en la Marina.

Art. 2.° Forma parte de la Armada como Cuerpo subalterno político militar de carácter permanente, y, por tanto, sujeto á la jurisdicción de la misma.

Art. 3.° Constará de las cuatro categorías siguientes:

Auxiliares mayores.
Auxiliares primeros.
Auxiliares segundos.
Escribientes.

Los nombramientos de los Auxiliares serán expedidos por el Ministro de Marina, los de los Escribientes por el Almirante Jefe del Estado Mayor Central.

Art. 4.° Disfrutarán los sueldos y asimilaciones siguientes:

Auxiliar mayor, Contramaestre mayor, 5.000 pesetas.

Auxiliar primero, primer Contramaestre, 3.000.

Auxiliar segundo, segundo Contramaestre, 2.200.

Escribientes, Maestre, 1.500.

El personal de Escribientes disfrutará un aumento de sueldo de 250 pesetas anuales al contar diez años de antigüedad en su empleo efectivo, siempre que hayan estado ocupando destino de su clase, por lo menos, las tres cuartas partes de ese tiempo, y otras 250 pesetas al cumplir veinte años en la misma condición.

Los Escribientes procedentes de clases que á su ingreso en el Cuerpo se hallen en posesión de premio de constancia ó cruces con pensión, continuarán en su goce hasta que asciendan á Auxiliares.

Art. 5.° La asimilación anterior es una consideración puramente personal y aplicable para transportes por vías férreas y marítimas y hospitalidades.

Al ser trasladados de un punto á otro en comisión del servicio ó haciendo uso de la cartera militar, tendrán opción los Auxiliares á pasaje de segunda clase por mar y por tierra, y en tercera clase los Escribientes.

Art. 6.° Saludarán á todos los Oficiales y demás individuos de la Armada y del Ejército que ostenten empleo ó asimilación superior á la suya, y serán saludados por los que la tengan inferior.

Cada uno de los individuos que forman el Cuerpo será obedecido, en asuntos del servicio, por todos los que le siguen en su escalafón, y los Auxiliares por Porteros, Ordenanzas ó individuos de marinería ó tropa con destino en la oficina donde presten sus servicios.

Art. 7.° El uniforme será igual al de los Contramaestres, disminuído en el chaquetón: en los extremos del cuello de la guerrera llevarán los Auxiliares las letras A. O. enlazadas, bordadas de oro, de 33 milímetros de largo, y las mismas iniciales, en igual forma y clase, de 48 milímetros de altura en la parte inferior del brazo izquierdo, con una corona Real encima. Las divisas, formadas con el galón de serreta de 14 milímetros de ancho, se llevarán en la misma disposición que las usan los Brigadas y Suboficiales del Ejército; un galón para los Auxiliares segundos, dos para los primeros y tres para los Mayores; todos sobre fondo amarillo gris.

Los Escribientes llevarán en los extremos de la guerrera la letra E., bordada de oro, de 25 milímetros de largo, y la misma inicial, en igual forma y clase, de 48 milímetros de largo, en la parte inferior del brazo izquierdo.

La carrillera de la gorra será de charol; el escudo, sobre fondo amarillo gris, sólo llevará palma en el empleo de Mayor, y la cinta, de pelo de cabra, de 35 milímetros de ancho, será igual para todos.

No usarán armamento en el servicio diario y normal. Cuando la defensa de la Patria lo exija contribuirán á ella con el armamento que se le entregue, y que dispondrá la Superior Autoridad de quien dependan; en los buques usarán el que les señale la distribución general.

Los Auxiliares no tienen derecho al abono de prendas mayores por el Estado; sólo á los Escribientes por cada tres años de embarco, aunque no sean consecutivos, se les reemplazará guerrera y capote.

Art. 8.° El Cuerpo de Auxiliares se dividirá en cuatro secciones bajo un único escalafón, una afecta al Ministerio y otra para cada apostadero, procurándose presten siempre sus servicios en la misma; cada sección se compondrá del número de Auxiliares y Escribientes que se fije por el detall del Cuerpo, que residirá en el Ministerio de Marina, en la Jefatura de Servicios Auxiliares. Se reservará siempre el Gobierno el derecho de destinar á los individuos de este Cuerpo como tenga por conveniente para sus servicios.

Art. 9.° Los destinos de embarco serán de dos años, sea cualquiera la situación del buque.

El Auxiliar ó Escribiente que al ser destinado á un buque se encontrase enfermo, quedará el primero para ocupar el siguiente destino de embarco, y no podrá tener destino de tierra hasta cumplir el de embarco.

El que por tres años consecutivos no se encuentre en condiciones de salud para el servicio de mar, quedará privado de ascender.

Art. 10. El ingreso en el Cuerpo tendrá lugar por la clase de Escribiente, ganando la plaza en pública oposición, á la que podrán concurrir todos los que tengan veintitrés años cumplidos en la fecha de la convocatoria y no pasen de treinta.

Las convocatorias serán propuestas á la Superioridad por el detall del Cuerpo al ocurrir ocho vacantes de Escribientes, sacándose á concurso 12. Los exámenes se verificarán en la Corte y Apostaderos por riguroso turno: Madrid, Ferrol, Cádiz y Cartagena.

Art. 11. Los súbditos españoles que deseen tomar parte en la oposición dirigirán sus instancias á la Autoridad que se designe en la convocatoria, en la que también se dispondrá los documentos que han de acompañar á aquéllas los solicitantes.

Art. 12. Prestarán examen ante una Junta compuesta de un Oficial del Cuerpo general y otro de Administración, nombrados por el Almirante Jefe del Estado Mayor Central ó Comandantes generales de los Apostaderos y presididos por el Jefe del Negociado de Servicios auxiliares ó por los segundos Jefes de Estado Mayor de aquéllos; versará aquél sobre las materias siguientes: leer y escribir correctamente al dictado con claridad y perfección de letra, Gramática castellana, Aritmética elemental y Mecanografía.

La Junta no dará nota á los aprobados que excedan de 12.

De las 12 plazas concursadas se reservarán dos que se otorgarán á los opositores huérfanos ó hermanos de los marinos muertos en campaña, á consecuencia de heridas en ella recibidas, por enfermedades en aquéllas contraídas ó por la fiebre amarilla adquirida en Cuba en el período de dichas campañas, accidentes del servicio ó estén ó hayan estado en posesión de la cruz de San Fernando, y que se encuentren entre los mismos límites de edad marcada á los de oposición.

Los opositores no serán autorizados para prestar el examen de no haber sido antes declarados con aptitud física suficiente por una Junta facultativa y con arreglo al cuadro de exenciones vigentes en la Armada; de este reconocimiento se levantarán actas por separado que se remitirán al Almirante Jefe del Estado Mayor Central en unión de las que redacte la Junta examinadora de los 12 que obtienen plaza.

Art. 13. Con las 12 plazas que se obtienen en cada convocatoria, y por propuesta de la Jefatura de Servicios auxiliares, se destinarán los primeros á ocupar las vacantes que existan en las cuatro Secciones, expidiéndoles á los que sean nombrados el correspondiente nombramiento.

Los que no tengan vacante quedarán en expectación de ella, y continuarán sin sueldo, sin nombramiento y sin derecho á uniforme, hasta ser destinados; en cuya fecha se empezará á contar el tiempo de servicio de cada uno en el Cuerpo.

Los que obtengan nombramiento de Escribientes serán dados de baja en las Armas ó Cuerpos á que pertenezcan.

Art. 14. Antes de empezar á desempeñar los destinos para que sean nombrados los Escribientes de nuevo ingreso, recibirán instrucción militar en la forma que determine la Autoridad de quien dependan.

Art. 15. Los Escribientes embarcados disfrutarán los haberes de embarco que cobran actualmente, y alojarán con la Maestranza, ocupando el puesto que le corresponda en alternativa con los individuos que componen aquélla.

Estarán obligados á enseñar á leer y escribir á los individuos de la tripulación, con arreglo á las órdenes que reciban del segundo Comandante.

Al desembarcar serán pasaportados para las Secciones á que pertenezcan, siempre que el buen servicio lo permita.

Art. 16. El empleo de Auxiliar segundo, se obtendrá por oposición entre el personal de Escribientes que lleve dos años de servicios como tales, y esté calificado de apto para el ascenso en los dos años anteriores al de la oposición; y para ello, cada dos años, y en el día 1.° de Junio, anunciará el Estado Mayor Central la oposición para proveer un número de plazas igual al doble de las vacantes que existan en la clase de Auxiliares.

Dirigirán sus instancias al señor Ministro de Marina, por conducto de las Autoridades superiores de quienes dependan; y recibidas en la Jefatura de Servicios Auxiliares, dispondrá su Jefe que una Junta compuesta por el Jefe del primer Negociado, como Presidente; de un Teniente de Navío que nombrará el Estado Mayor Central, y de un Oficial de Archivo ó Auxiliar mayor, procedan al examen de los opositores, que para este efecto se encontrarán en Madrid antes del 1.° de Agosto; este día se verificará el reconocimiento facultativo con arreglo al cuadro de exenciones vigente en la Armada, y al día siguiente empezarán los exámenes con arreglo al programa que más adelante se inserta, no dándose nota á los aprobados que excedan al número de plazas concursadas.

Los primeros agraciados con plazas se destinarán á cubrir las vacantes que existas y se les expedirá el nombramiento de Auxiliar segundo; el resto quedará para cubrir las vacantes siguientes á las de la fecha de la convocatoria, y mientras eso no ocurra, continuarán de Escribientes, y, por tanto, sin disfrutar el sueldo ni uniforme de Auxiliar, no expidiéndoles nombramientos de ese nuevo empleo, hasta no ocurrir aquéllas.

Pudiendo suceder que transcurridos dos años de una oposición, exista personal de ésta que no haya ascendido á Auxiliar segundo por no haberse cubierto durante ese tiempo, por falta de vacantes, la totalidad de las que se sacaron á oposición, ésta se retrasará en un año ó más, hasta que la Superioridad considere oportuno cubrir las que se produzcan.

Art. 17. El examen á que se refiere el artículo anterior, se compondrá de dos ejercicios: uno que versará sobre conocimientos del tecnicismo marítimo, organización de los Cuerpos y servicios de la Armada, Geografía de España y mecanografía, y otro que consistirá en arreglo, clasificación y catalogación de documentos y expedientes.

A igualdad de examen serán preferidos los que posean idiomas y taquigrafía.

La Junta levantará actas de todos los que obtengan mayores notas, una para cada uno, hssta completar el número de plazas concursadas.

Igualmente hará con aquellos que no merezcan la calificación de aprobados; unas y otras las elevarán al Almirante Jefe del Estado Mayor Central.

Art. 18. Los que en dos oposiciones sucesivas no lleguen á obtener la calificación de aprobados no podrán volver á solicitar, y por tanto no pasarán de la clase de Escribientes.

Estos individuos serán escalafonados á continuación de los Escribientes, bajo el epígrafe de «personal sin derecho á ascenso».

Art. 19. Los Jefes inmediatos de los solicitantes, al dar curso al superior de las instancias que le presenten sus subordinados, informarán si lo consideran ó no merecedor de ascenso por cualquier razón de carácter técnico militar ó moral.

Art. 20. El ascenso de segundo á primer Auxiliar y de primero á mayor será por rigurosa antigüedad sin defecto, necesitándose dos años, por lo menos, en el empleo anterior y prestando durante ambos los servicios de su clase, salvo siempre lo que dispongan los Reglamentos de recompensas.

Art. 21. Se colocarán en situación de poder ascender los Auxiliares y Escribientes que teniendo notas desfavorables consigan hacerlas desaparecer en dos conceptuaciones sucesivas, es decir, en dos años seguidos. Son notas desfavorables las siguientes (del impreso reglamentario de informes reservados para esta clase):

Número 1.—Conocimientos de la legislación del ramo. No tiene.

Número 3. Práctica de su profesión. Mediano.

Número 4.—Puntualidad en la asistencia á la Oficina.—Regular.

Número 5.—Disciplina y policía.—Mediano.

Número 6.—Conservación del material y documentos á su cargo.—Deja algo que desear. Malo.

Número 13.—Celo y amor al servicio.—Deja algo que desear. Poco. Ninguno.

Número 14.—Conducta.—Regular.

Número 15.—Aptitud física.—Poca.

Art. 22. A los Auxiliares y Escribientes á quienes en sus informes reservados se le estampe una nota desfavorable de las citadas en el artículo 21, se le dará conocimiento de ella por la Junta revisora para que pueda presentar sus descargos en el plazo que se le señale, y en vista de ello aceptar ó modificar la nota, dándose conocimiento al interesado de la resolución.

El que durante tres años consecutivos obtenga una nota desfavorable aceptada por la Junta revisora, será separado del servicio, precisando para ello resolución ministerial, previo informe de la Junta clasificadora de la Armada; y para este fin se remitirán al Detall del Cuerpo informes anuales, cerrados en 31 de Diciembre, de todo Auxiliar y Escribiente que haya merecido una nota desfavorable aceptada por la Junta revisora correspondiente.

De los que no hayan merecido nota desfavorable, no se rendirán informes reservados anuales.

En las libretas de este personal se seguirán expresando los conceptos que merecen en sus distintos destinos.

Art. 23. Podrán solicitar la separación del servicio los Auxiliares y Escribientes.

Se reserva el Gobierno el derecho de conceder ó negar la separación al personal de que se trata, no pudiendo volver á él aquel que la hubiera obtenido.

Art. 24. El retiro forzoso por edad lo obtendrá todo el personal de este Cuerpo á las edades y en las condiciones que fijó el Real decreto de 2 de Abril de 1913.

Los declarados inútiles para el servicio, previo el oportuno expediente, serán retirados forzosamente con el haber que les corresponda.

El personal de este Cuerpo y sus familias gozará los derechos pasivos y pensiones que les señalen las leyes.

Art. 25. Los Auxiliares Mayores serán Jefes de los Archivos, Central del Ministerio, Comandancias generales de los Apostaderos, Dirección General de Navegación y Pesca Marítima, Consejo Supremo de Guerra y Marina y Biblioteca Central y Compilación legislativa, auxiliados en su cometido por Auxiliares primeros, á quienes se procurará mantenerlos en los expresados destinos el mayor tiempo posible.

Art. 26. Los Auxiliares primeros serán Jefes de los Archivos de los Arsenales y de los de las Ordenaciones de pago de los Apostaderos, y serán auxiliados en su cometido por Auxiliares segundos, que se procurará mantener en los expresados destinos el mayor tiempo posible.

Los Auxiliares segundos que asciendan perteneciendo al personal destinado en estos Archivos, se procurará cubran las vacantes que ocurran en los expresados en el artículo anterior.

Art. 27. La plantilla de este Cuerpo será la siguiente:

Auxiliares Mayores, 7.
Idem primeros, 25.
Idem segundos, 95.
Escribientes, 120.

ARTÍCULOS TRANSITORIOS

Artículo 1.° Quedan suprimidos los aumentos de sueldos que disfrutan actualmente por años de servicios, los Auxiliares y Escribientes, respetándose los derechos adquiridos á aquellos que hubieran reunido las condiciones al publicarse este Reglamento. Supresión que empezará á regir al ser éste aprobado.

Art. 2.° Cuando en Madrid queden menos de cuatro Oficiales del Cuerpo de Archiveros, incluyendo en este número el Archivero Jefe, empezarán á desempeñar los destinos que vayan quedando vacantes los Auxiliares Mayores, y para esto irán ascendiendo á este empleo los Auxiliares primeros.

Cuando en los Apostaderos vaya quedando extinguido el personal de Secciones de Archivo, se irán cubriendo los destinos con Auxiliares Mayores en las Comandancias generales, ascendiendo á este empleo los que se vayan precisando.

Las vacantes que ocurran en el personal de Secciones de Archivo destinados en los de los Arsenales y Ordenaciones de pago se cubrirán con Auxiliares primeros.

Art. 3.° Hasta no empezar á verificarse lo que se expresa en el artículo anterior, el Cuerpo de Auxiliares de Oficinas sólo constará del personal siguiente:

Auxiliares primeros, 22.
Auxiliares segundos, 100.
Escribientes, 124.

Art. 4.° El actual Auxiliar Mayor conservará su denominación hasta su baja en el servicio, amortizándose su vacante.

Art. 5.° Con los Auxiliares primeros y el número necesario de los segundos actuales, se cubrirá la plantilla de primeros; los demás segundos actuales y los terceros cubrirán la de segundos.

Serán también Auxiliares segundos, los Escribientes de primera actuales, que previo examen en la forma que se practica en la actualidad, acrediten capacidad para pasar á la categoría de Auxiliar segundo; aquellos que no la demuestren quedarán de Escribientes de primera clase hasta ser baja en el Cuerpo, en unión de los actuales que no tienen derecho á ascender.

Todos estos Escribientes de primera clase, serán escalafonados á continuación de los Escribientes de este Reglamento, bajo el epígrafe siguiente: «Personal de Escribientes de primera del anterior Reglamento, que no tienen derecho á ascenso».

Este personal de Escribientes de primera á extinguir y sin derecho á ascenso, disfrutará de un aumento de sueldo anual de 500 pesetas, á los diez años de antigüedad efectiva en su empleo, y llevar las tres cuartas partes de ese tiempo con destino, exceptuándose de esta ventaja á aquellos que en la actualidad ya la disfrutan.

Los Escribientes de segunda actuales, serán los Escribientes de este Reglamento, una vez aprobado, que cubrirán las vacantes de Auxiliares segundos, en la forma que determinan los artículos 16 y siguientes, no pudiendo tomar parte en la oposición los individuos de aquella clase que en la actualidad no tienen derecho á ascenso; este será un personal á extinguir en unión de los que se expresan en los artículos 9.° y 18, con derecho únicamente á los aumentos de sueldos establecidos para este personal al llevar diez y veinte años de servicios, y destinados las tres cuartas partes de cada uno de esos plazos.

Todo este personal será escalafonado á continuación de los Escribientes y bajo el mismo epígrafe que expresa el artículo 18.

Art. 6.° Los mayores sueldos que en la actualidad disfrutan parte de los Auxiliares y Escribientes de segunda con relación á los que se señalan por este Reglamento, los conservarán hasta ser baja en el Cuerpo ó entrar á disfrutar por ascenso un sueldo mayor.

Art. 7.° Esta organización regirá en su totalidad para los Auxiliares que ingresen en el Cuerpo después de la publicación de este Reglamento.

El personal que actualmente forma el Cuerpo seguirá rigiéndose por el antorior Reglamento en lo que se refiere á sueldos y demás emolumentos, ascensos hasta Auxiliares primeros inclusive, categorías, asimilaciones y las plantillas que determina la ley de 12 de Junio de 1909, sujetándose para destinos á las que fija el artículo 3.º transitorio de este Reglamento; en todo lo demás se regirá por el actual.

Sin embargo de esta disposición, los actuales Auxiliares que en el término de un año lo manifiesten, podrán acogerse á este Reglamento, haciendo renuncia expresa de los beneficios que crean les concede el anterior.

EXPOSICION

SEÑOR: En vista de que no es posible con los créditos del presupuesto actual el abono de sueldo como tales Tenientes de Artillería de la Armada, á los 10 de este empleo del Cuerpo de Artillería del Ejército que deben ser elegidos con arreglo á las condiciones fijadas en el Real decreto de 19 de Enero último, y teniendo además en cuenta la conveniencia de que antes que dichos Oficiales sean bajas en el Ejército y altas en la Marina, conozcan los diferentes servicios que en ésta deben prestar y se den cuenta de si aquéllos concuerdan ó no con sus aficiones y puedan optar por quedarse en su Cuerpo si así les conviniera, el Ministro que suscribe tiene la honra de someter á la firma de V. M. el adjunto proyecto de Real decreto.

Madrid, 29 de Marzo de 1916.

SEÑOR:
A L. R. P. de V. M.,
Augusto Miranda.

REAL DECRETO

A propuesta del Ministro de Marina, de conformidad con Mi Consejo de Ministros,

Vengo en decretar lo siguiente:

Artículo 1.º El artículo 4.º del Real decreto de 19 de Enero último, quedará redactado como sigue:

«Los Oficiales elegidos pasarán á la Academia del Cuerpo, en la que harán un curso de seis meses para la adaptación á la Marina de sus conocimientos profesionales, terminado el cual pasarán en prácticas, durante otro período de un año, á los Arsenales y buques, permaneciendo en estos últimos sólo el tiempo necesario para darse cuenta exacta de la organización de los servicios y de las particularidades de funcionamiento de todo el material relacionado con Artillería, pasando sucesivamente por buques de los diferentes tipos que tenga en servicio nuestra Marina.»

Art. 2.º El artículo 5.º del mismo Real decreto quedará redactado asimismo, como sigue:

«Terminadas con aprovechamiento las anteriores prácticas de Arsenales y buques, cubrirán los que lo soliciten, por el orden de antigüedad que tenían en su Cuerpo, las vacantes que en el empleo de Capitán existan en el de Artillería de la Armada, siendo bajas definitivas en el Ejército.»

Dado en Palacio á veintinueve de Marzo de mil novecientos dieciséis.

ALFONSO.

El Ministro de Marina,
Augusto Miranda.

MINISTERIO DE FOMENTO

REALES DECRETOS

De conformidad con lo prevenido en los Reales decretos de 2 de Agosto de 1905 y 1.º de Febrero de 1909, y á propuesta del Ministro de Fomento,

Vengo en declarar jubilado, con el haber que por clasificación le corresponda, al Ingeniero Jefe del Cuerpo de Caminos, Canales y Puertos, con categoría de Jefe de Administración de segunda clase, D. Joaquín Pano y Ruata, que cumple los sesenta y siete años de edad el día 3 de Abril próximo, fecha de su cese en el servicio activo.

Dado en Palacio á treinta de Marzo de mil novecientos dieciséis.

ALFONSO.

El Ministro de Fomento,
Amós Salvador.

En virtud de lo dispuesto en el artículo 2.º del Real decreto de 1.º de Diciembre de 1905 y en los 3.º y 7.º del Reglamento de 9 de Febrero de 1906; á propuesta del Ministro de Fomento, de acuerdo con Mi Consejo de Ministros,

Vengo en conceder la Gran Cruz de la Orden civil del Mérito agrícola á D. Guillermo Quintanilla y Fábregas.

Dado en Palacio á treinta de Marzo de mil novecientos dieciséis.

ALFONSO.

El Ministro de Fomento,
Amós Salvador.

MINISTERIO DE GRACIA Y JUSTICIA

REALES ÓRDENES

Ilmo. Sr.: S. M. el Rey (q. D. g.), de conformidad con lo dispuesto en el párrafo tercero del artículo 297 de la ley Hipotecaria y segundo del 430 de su Reglamento, ha tenido á bien jubilar al Registrador de la propiedad de Játiba, de segunda clase, con categoría personal de primera, D. Jenaro Genovés y Conejos, con derecho al haber que por clasificación le corresponda, por tener cumplida la edad de setenta años, que las citadas disposiciones establecen para la jubilación forzosa de los Registradores de la Propiedad.

De Real orden lo digo á V. I. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 27 de Marzo de 1916.

BARROSO.

Señor Director general de los Registros y del Notariado.

Ilmo. Sr.: En consonancia con lo dispuesto en la Real orden fecha 20 del actual, dirigida al Subsecretario de este Ministerio, referente á la caducidad de licencias, términos posesorios y las prórrogas otorgadas á los funcionarios de las carreras Judicial y Fiscal y á los Notarios,

S. M. el Rey (q. D. g.) ha tenido á bien declarar asimismo caducadas las de los Secretarios de todos los Tribunales y Juzgados, y ordenar que todos ellos se encuentren sirviendo sus respectivos cargos el día 2 de Abril próximo, cuidando esa presidencia del cumplimiento de lo mandado.

De Real orden lo digo á V. I. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 30 de Marzo de 1916.

BARROSO.

Señor Presidente de la Audiencia Territorial de...

MINISTERIO DE LA GUERRA

REAL ORDEN CIRCULAR

Excmo. Sr.: En cumplimiento de lo prevenido,

El Rey (q. D. g.) se ha servido disponer se anuncie convocatoria para ingreso en las Academias militares, con sujeción á los preceptos siguientes:

1.º Se proveerán en el concurso 250 plazas en la Academia de Infantería, 25 en la de Caballería, 25 en la de Artillería, 25 en la de Ingenieros y 10 en la de Intendencia.

2.º Con el fin de que desaparezca en el más breve plazo el considerable número de aspirantes que, por tener alguno ó algunos ejercicios aprobados, coartan la libertad de acción que debe haber para modificar ó suprimir las convocatorias en la forma y por el tiempo que puedan ser necesarios, queda en suspenso la admisión de nuevos aspirantes en las condiciones en que ha venido haciéndose, y durante un período de transición que terminará cuando el número de los aprobados que queden con derechos adquiridos no sea ya suficiente para proveer las plazas que se anuncien en la convocatoria. Para evitar, sin embargo, perjuicios á los aspirantes que estén empezando su preparación, se admitirán á concurso á todos aquellos que estén en condiciones de examinarse de una sola vez de todos los ejercicios.

3.º Los exámenes de ingreso darán principio el 1.º de Julio próximo en los expresados Centros de instrucción, en las localidades de su respectiva residencia, verificándose el concurso con sujeción á las reglas, programas y anexos que á continuación se insertan.

De Real orden lo digo á V. E. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. E. muchos años. Madrid, 15 de Marzo de 1916.

LUQUE.

Señor...

REGLAS

para la convocatoria de ingreso en las Academias Militares, que ha de tener lugar del 1.º al 31 de Julio de 1916.

CORRESPONDEN Á LA REAL ORDEN CIRCULAR DE 15 DE MARZO DE 1916 (*D. O.* NÚMERO 62).

REGLA 1.ª

Disposiciones de carácter general.

1.ª Todos los aspirantes á ingreso que por primera vez lo soliciten en alguna Academia Militar, tendrán que hacerlo de todos los ejercicios, siendo condición indispensable para que obtengan ingreso, el que logen calificación suficiente en todos ellos en una sola convocatoria, con arreglo á las especiales condiciones en que ésta se convoque.

Los que no obtuviesen ingreso, no conservarán, por consiguiente, derecho alguno para las futuras convocatorias, respecto á los ejercicios en que hubiesen demostrado suficiencia.

2.ª Los que en la actualidad tengan aprobados uno ó varios ejercicios, bien sea por examen sufrido ó por convalidación, conservarán el derecho de poderse presentar á examen de los que les falten, en una sola ó varias convocatorias, con arreglo á las condiciones en que se convoquen.

3.ª Las calificaciones numéricas de los exámenes de ingreso, se publicarán diariamente y remitirán al Ministerio en la forma acostumbrada; pero las que se refieren al quinto ejercicio serán reservadas, remitiéndose copia de ellas á dicho Centro, en sobre lacrado.

Cuando se trate de aspirantes comprendidos en el período de transición, la calificación reservada ha de referirse al que constituya para ellos el último ejercicio.

4.ª A la terminación de los exámenes en cada una de las Academias, se procederá á la apertura de los sobres á que se refiere el anterior artículo, por el Jefe del negociado correspondiente de la Sección de Instrucción y el Jefe de la misma, bajo la presidencia del General Subsecretario, haciendo en una sola sesión la designación de los aspirantes que deban cubrir las plazas anunciadas en la convocatoria.

Todos aquellos que no obtuvieren plaza mediante esta designación, se entenderá quedan desaprobados en el último ejercicio y necesariamente tendrán que repetirlo en posteriores concursos, los del antiguo régimen, mientras dure el período de transición, para poder obtener ingreso.

5.ª El derecho que tienen los aprobados sin plaza en la última convocatoria de ser intercalados entre los que resulten aprobados de todos los ejercicios, con arreglo á las calificaciones que unos y otros hubiesen obtenido, subsiste en el período transitorio; pero los de esta clase que opten por mejorar la nota mediante nuevo examen, quedarán sujetos á la nueva calificación que obtengan, con arreglo á lo que se previene en la disposición 5.ª, regla 4.ª

En el caso de haber dos ó más con una misma calificación, se dará la preferencia á los que ya tuviesen aprobados los ejercicios en concursos anteriores; y entre los que sean del mismo año, al de menor edad, siguiéndose, entre estos últimos, las reglas siguientes:

a) Entre dos militares se elegirá el de más graduación ó el más antiguo, si fuesen del mismo empleo.

b) Entre militar y paisano, el militar.

c) Entre dos paisanos, el hijo de militar.

6.ª Se concede prórroga de un año á los aprobados sin plaza que, por exceder del límite de la edad, no pudiesen presentarse en la convocatoria de 1916.

REGLA 2.ª

Condiciones que han de reunir los aspirantes.

1.ª Ser ciudadano español, soltero ó viudo sin hijos.

2.ª Tener aptitud física necesaria y desarrollo proporcionado á su edad.

3.ª No haber sufrido pena correccional ni aflictiva, ni hallarse procesado en la actualidad.

4.ª No haber sido expulsado de ningún establecimiento oficial de enseñanza.

5.ª Estar comprendido en los límites de edad que á continuación se marcan, contados de manera general desde 1.º de Enero á 31 de Diciembre inclusive.

a) Mínimo de ingreso para todos los aspirantes, sin distinción de clase, quince años.

b) Mínimo para el examen de los tres primeros ejercicios, solamente trece años, y para el del cuarto, catorce.

c) Máximo para los aspirantes paisanos, veintiun años.

d) Los individuos ó clases de tropa en primera situación de servicio activo, con menos de dos años de servicio, tienen ampliación, fijándose la edad en veinticuatro años.

e) Los que lleven más de dos años de servicio, cumplidos con anterioridad á la fecha de ingreso, y que en esta fecha se encuentren precisamente en filas, sin distinción de procedencia en cuanto al concepto forzoso ó voluntario de su ingreso en el servicio, tienen también ampliación, fijada en veintisiete años.

Los reclutas acogidos á los beneficios del capítulo XX de la ley de Reclutamiento, disfrutarán de esta ampliación de edad, sin necesidad de estar en filas en la fecha de ingreso, siempre que lleven más de dos años de servicio, sin que esto envuelva derecho alguno á los haberes y gratificaciones establecidos para las clases ó individuos de tropa.

f) A los Suboficiales, Brigadas y Sargentos en filas, con seis años de servicios efectivos y dos de Sargento, se les amplía hasta treinta.

g) Los individuos de tropa que después de haber ingresado en el servicio en clase de voluntarios, modificasen su situación militar por ingreso forzoso en el mismo, se considerarán, para los límites de la edad, como de alistamiento forzoso, contándoseles en este concepto el tiempo servido desde el día en que fueron admitidos en el Ejército.

Se exceptúan de los citados beneficios de ampliación de edad, los individuos que tengan nota de prófugos ó desertores.

6.ª Haber satisfecho, en concepto de derechos de admisión á concurso, la cantidad de veinticinco pesetas.

Están exentos, sin embargo, de dicho pago:

a) Los aspirantes huérfanos ó hermanos de militar ó marino que tengan reconocido de Real orden el derecho á disfrutar de los beneficios para el ingreso y permanencia en las Academias militares, así como los hijos de los condecorados con la cruz de San Fernando, de los del Cuerpo de Inválidos y retirados por inútiles.

b) Los hijos de individuos de tropa.

c) De viuda de militar sin derecho á pensión de viudedad ó que ésta sea menor que la de Jefe.

d) Huérfanos, en igualdad de condiciones.

e) Las clases de tropa de todas las categorías, procedentes de alistamiento con dos años de servicios en filas.

f) Para los de esta última clase ingresados en el servicio en calidad de voluntarios y que después hayan sido declarados soldados en virtud de lo dispuesto en la ley de Reclutamiento, se contará el tiempo de servicio á partir de la fecha en que empezaran á servir en dicho último concepto.

Los derechos de referencia sólo se devolverán á los aspirantes que se declaren excluídos totalmente del concurso por enfermedad ó defecto físico, en las Academias donde por dicha causa de inutilidad, reconocida en otra, no llegaran á sufrir reconocimiento.

REGLA 3.ª

Prevenciones generales para los aspirantes.

1.ª Autorizada la presentación á examen en más de una Academia para solicitar la admisión á concurso en cualquiera de ellas, los aspirantes promoverán instancia en papel de sello de la clase undécima, dirigida á su Director, expresando los ejercicios que con anterioridad tengan aprobados en la propia Academia, y los de que pretenden examinarse en la convocatoria; documentada la instancia en regla y acompañando el importe de los derechos antes citados, en valores declarados, giro mutuo, postal ú otro corriente de inmediato y fácil cobro.

En estos giros figurarán siempre los aspirantes como remitentes, aunque la imposición se haga por otra persona.

Las expresadas instancias deberán hallarse en las Academias antes de 1.º de Junio próximo, teniéndose por no presentadas las que se reciban después de dicha fecha.

Su redacción deberá ajustarse á la que se detalla en el anexo número 6.

2.ª Los aspirantes que hubiesen de presentar certificado de aprobación de las asignaturas de Gramática, Geografía é Historias y que hayan de obtenerlo dentro del citado mes de Junio, lo expresarán en la instancia, quedando en la obligación de entregarlos con anterioridad al día 31 de Julio próximo, en que terminan los exámenes; bien entendido, que los que por cualquiera causa dejaren de remitir dichos documentos antes de la fecha indicada, quedarán excluídos del concurso.

3.ª De los certificados de aprobación de las antedichas materias que los aspirantes presenten en una Academia, podrán solicitar certificación expresiva de su contenido, al objeto de surtir efecto en otra.

4.ª A las instancias habrá de acompañarse:

Certificado del acta de inscripción de nacimiento, legalizada si está extendida en Colegio notarial distinto de aquel en que se halla enclavada la Academia.

Los mayores de catorce años, cédula personal, que será devuelta, y certificado de soltería ó de ser viudo sin hijos; y los mayores de quince, además, certificación del Registro de Penados y rebeldes de no haber sufrido condena ni estar declarado en rebeldía, haciendo los aspirantes declaración expresa en sus instancias de no hallarse procesado ni haber sido expulsado de ningún establecimiento oficial de enseñanza; en la inteligencia que los que en esta declaración incurran en falsedad, perderán todos sus derechos, incluso su plaza en las Academias, si se descubriese después de ingresados en ellas, sin perjuicio, en todo caso, de la responsabilidad correspondiente.

Los alumnos de los Colegios de huérfanos dependientes de este Ministerio, acreditarán estos antecedentes de conducta por medio de certificados sustitutivos, expedidos por los Directores de dichos Establecimientos.

5.ª Además de los documentos anteriores, los hijos de militar acreditarán esta circunstancia con copia legalizada del último Real despacho expedido á favor del padre, ó de la Real orden de concesión de su empleo.

6.ª Los huérfanos ó hermanos de militar con derecho á los beneficios para ingreso y permanencia en las Academias, deberán acreditarlo con copia de la Real orden en que se conceda este derecho, y los hijos de los condecorados con la cruz de San Fernando, así como los de los Jefes y Oficiales y tropa pertenecientes al Cuerpo de Inválidos y de los retirados por inútiles, mediante los documentos que justifiquen su condición.

7.ª Las clases é individuos del Ejército y Armada presentarán sus instancias por conducto de sus Jefes naturales, quienes las cursarán directamente á las Academias, dentro del término marcado; acompañando, por su parte, copia de la filiación del interesado y de la hoja de castigos.

8.ª Los aspirantes recibirán el oportuno aviso del Director de la Academia, notificándoles haber sido admitidos á concurso ó las razones que á ello se opongan; á cuyo fin serán examinadas las instancias por la Junta facultativa, teniendo en cuenta que los que al alcanzar los límites de edad establecidos no hayan obtenido plaza, quedarán excluídos del concurso con pérdida de los derechos adquiridos.

9.ª El oficio de admisión á concurso en una Academia, á que se refiere el anterior párrafo, puede suplir la documentación prevenida para solicitar examen en otra, siempre con sujeción al plazo improrrogable de remisión señalado.

10. El sorteo de los aspirantes para determinar el orden en que han de realizar los ejercicios, se celebrará en las Academias el día 10 de Junio, y al acto podrán asistir los interesados que lo deseen.

El modo de verificarlo será por agrupaciones arregladas al número de ejercicios de que soliciten aquéllos examinarse en el concurso, distribuyéndose proporcionalmente los aspirantes de cada una de ellas para componer las tandas.

La división mencionada tendrá, en todo caso, el término que consienta el personal disponible para la formación de los Tribunales de examen en cada Academia.

11. Las Academias comunicarán oportunamente á los interesados las fechas en que deben verificar los actos.

12. Queda autorizado un cambio de número solamente dentro de la misma agrupación, y en cuanto á los aspirantes hermanos, sortearán individualmente como corresponde por razón de los ejercicios que hayan de realizar; pero podrá concedérseles que concurran á exámenes en la misma fecha, cuando así lo soliciten en sus instancias.

13. Los que no se presenten á examen en el día que tengan señalado, se entiende que renuncian y pierden todo derecho á ser examinados.

Si la causa fuera por enfermedad ú otro motivo justificado, lo manifestarán por escrito al Director, remitiendo ó quedando en remitir los certificados correspondientes.

Si el enfermo estuviese en la misma localidad en que radique la Academia, será reconocido por el Médico de ésta, previa orden del Director.

El certificado de haber estado examinándose un aspirante en una Academia en los días en que debiera haberse presentado á sufrir examen en otra, surtirá los mismos efectos que el de enfermedad, y tanto en este caso como en el de enfermedad fuera de la localidad, la remisión de los certificados debe hacerse con la anticipación necesaria para que los Directores puedan señalarles nueva fecha de examen, siempre que esta fecha se halle dentro del período de la convocatoria, ó sea antes de la terminación de los exámenes.

14. Cuando la enfermedad ocurra entre dos ejercicios, el aspirante dará noticia al Director, cuyo Jefe dispondrá el reconocimiento facultativo, y en virtud del informe del Médico acerca del tiempo probable de la duración de la enfermedad, fijará la fecha del examen del siguiente ejercicio; entendiéndose que el plazo máximo de preparación ó repaso no excederá del ordinariamente marcado para los demás, reduciéndose sólo en el caso de rebasar dicha fecha de la señalada para la terminación de los exámenes.

Durante el tiempo que dure la enfermedad estará bajo la vigilancia de los Médicos de las Academias, que darán el alta correspondiente.

15. Los aspirantes que por circunstancias del momento renuncien á la prueba de uno ó varios de los ejercicios de que hubiesen solicitado examen, deberán ponerlo en conocimiento del Director con la anticipación posible á la fecha en que hayan de actuar, para su debida noticia.

16. El que después de principiado el ejercicio desista de continuarlo, se entiende que renuncia al examen.

Si una vez comenzado este último tuviera que retirarse por causa de enfermedad, lo manifestará al Presidente del Tribunal.

El aspirante será reconocido en el acto por el Médico de la Academia, y si, á juicio de éste, fuera legítima la causa alegada, podrá el Director autorizar la nueva admisión á examen, señalando al efecto un plazo que no exceda del día en que terminen los exámenes.

Si la enfermedad no resulta justificada deberá continuar el examen en el mismo día, y si desiste pierde todo derecho en el actual concurso.

17. Los aspirantes tendrán en cuenta que el segundo y tercer ejercicio han de verificarlo en los dos días inmediatos siguientes al reconocimiento, y que entre el tercero y cuarto se les concede el mismo intervalo de tiempo que entre el cuarto y quinto, ó sea el de tres días.

18. La división de los ejercicios que comprende el plan de ingreso en las Academias de Infantería, Caballería, Artillería, Ingenieros é Intendencia y á que se refieren los párrafos anteriores, es la siguiente:

Primer ejercicio.

Reconocimiento.
Gimnasia.

Segundo ejercicio.

Dibujo de paisaje.
Gramática castellana.
Francés.

Tercer ejercicio.

Geografía universal.
Historia general y particular de España.

Cuarto ejercicio.

Aritmética.
Algebra.

Quinto ejercicio.

Geometría de dos y tres dimensiones.
Trigonometría rectilínea.

19. Para la práctica de los exámenes en los diversos ejercicios, se tendrá en cuenta cuanto más adelante se indica relativamente á cada uno de éstos.

20. Los aspirantes que hayan sido nombrados alumnos recibirán el oportuno aviso, y se presentarán en la Academia el día 1.º de Septiembre venidero, con los uniformes y correajes que reglamentariamente están señalados.

Los que deban ser internos presentarán los objetos y equipos que por dichos Centros se les prevendrá oportunamente.

21. Las vacantes producidas por renuncias de aspirantes ingresados en más de una Academia, se reservarán para la convocatoria siguiente.

22. Siendo la situación normal de los alumnos la de internos, sólo excepcionalmente y atendiendo á circunstancias especiales de número ó de insuficiencia de locales, podrá concederse la estancia externa en las condiciones que determinan los Reglamentos y disposiciones vigentes; en la inteligencia de que alcanza el precepto no sólo á las Academias en que ya está establecido el internado, sino á las demás en que pueda plantearse el régimen en el próximo curso ó sucesivos.

23. Desde la fecha de su ingreso en las Academias militares quedarán sometidos al Código de Justicia militar, en los términos que previene el apartado 2.º del artículo 22 del mismo, y á las demás disposiciones vigentes que les comprenda.

24. Los alumnos que procediesen de la clase de paisanos serán filiados á su ingreso y prestarán el juramento á las banderas.

25. Los alumnos internos satisfarán las cuotas de pensión que por los Reglamentos interiores están señaladas, ó las que pudiesen determinarse en virtud de Real orden.

Los hijos de militar tendrán opción á las pensiones académicas que se consignan en presupuesto, con arreglo á los preceptos establecidos en el Real decreto de 18 de Diciembre de 1913 (*C. L.* número 237), que regula su distribución y percibo.

Las clases de tropa, una vez admitidos á concurso, podrán efectuar los viajes por cuenta del Estado; teniendo presente que este beneficio de transporte será concedido por un solo concurso dentro de cada categoría.

En el caso de que un aspirante, clase de tropa, no hubiese hecho uso del pasaje en las condiciones que se indican para presentarse á examen en años anteriores, perteneciendo á las categorías inferiores respectiva, se le reconocerá aquel derecho una vez por cada una de ellas, además de la que le corresponda por la clase á que pertenezca.

REGLA 4.ª

Disposiciones generales relativas á los exámenes.

1.ª Los Tribunales de ingreso estarán constituídos por un Profesor que tenga la categoría de Jefe, y cuatro Profesores, actuando el más moderno en el cargo de Secretario.

Se exceptúa el del primer ejercicio, que lo estará por un Profesor, Presidente, de la categoría de Jefe, y tres Médicos militares, al que se agregará el Profesor de Gimnasia para el examen de ella.

Sólo en casos muy especiales y de muy reconocida necesidad, podrán los Directores proponer que los primeros Tenientes, Ayudantes de Profesor, formen parte de los Tribunales de ingreso.

2.ª La constitución de los Tribunales de reconocimiento se ... nará sobre la base de los Médicos ... con destino en los respectivos Centros de instrucción, y para completar su número cuando no bastasen, los Directores solicitarán de los Gobernadores militares de los puntos de residencia el nombramiento de los necesarios para el funcionamiento de aquéllos en relación con los ejercicios de examen y para la observación subsiguiente en los casos precisos, acudiendo dichas Autoridades, cuando en la localidad no los hubiese disponibles, al Capitán general de la Región, á fin de que por esta Autoridad se designen los que faltaren.

3.ª La distribución de las tandas de aspirantes la harán los Directores de las Academias, con arreglo al número de ellos y de Tribunales nombrados.

4.ª Para tener en cuenta los ejercicios de que cada aspirante ha de ser examinado, se previene que la aptitud demostrada en cada uno de aquéllos, desde la convocatoria de 1915, tiene de validez cuatro años, contados á partir de la fecha en que merezcan igual declaración, ya lo hubiesen sido en primer examen ó mejora del mismo; sobreentendiéndose que la referida validez lo es exclusivamente con relación á la Academia en que se obtenga dicha aprobación.

Los que hubiesen aprobado, bien directamente ó por convalidación de certificados, alguno de los ejercicios con anterioridad á dicha fecha, conservarán los derechos que les concedió el artículo 7.º del Real decreto de 6 de Diciembre de 1911 (*D. O.* número 273).

5.ª De acuerdo con lo establecido en la prevención anterior, los aspirantes podrán someterse á nuevo examen cuando deseen mejorar la nota; y en el caso de que el Tribunal examinador no lo considere con la preparación necesaria para ello, prevalecerá la calificación del último examen, pero sin descender de cinco, que es la mínima de aprobación.

6.ª El examen de cada materia revestirá un carácter práctico-teórico, y se tendrá en cuenta que la insuficiencia demostrada en cualquiera de estas dos pruebas será motivo para que el aspirante no pueda continuar el ejercicio.

7.ª Por lo que respecta á los ejercicios prácticos, se ha tenido ya en cuenta, al ser propuestos por las Juntas facultativas de las Academias, la circunstancia de que los marcados en estas reglas no requieren más base para su resolución que los conocimientos detallados en los respectivos programas, acomodándose á ellos de tal modo que la forma de exposición ó enunciado no debe inducir á error en cuanto al punto de que se trate, comprendido taxativamente en dichos programas.

8.ª Los textos que han de regir para las asignaturas que constituyen el plan de ingreso, son:

Segundo ejercicio.

Dibujo «Le petit cours de paysage», de A. Calame, 1.ª parte.

Francés, lectura y traducción de un trozo de dicho idioma.

Tercer ejercicio.

Para el examen directo de las asignaturas de Cultura general, servirán provisionalmente los textos aprobados por Real orden de 12 de Febrero de 1891 (*Colección Legislativa* número 64).

Cuarto ejercicio.

Aritmética, Salinas y Benítez, 5.ª edición (1904).

Algebra, los mismos, 4.ª edición (1905).

Quinto ejercicio.

Geometría, Ortega, 12 edición (1910).

Trigonometría, Gómez Pallete, 12 edición (1915)

Los programas de dichas materias se insertan á continuación, á excepción de los de Cultura general, por la validez que hoy tienen los certificados.

No serán exigidas en absoluto, ni bajo pretexto alguno, las notas que figuran en los textos.

9.ª Los ejercicios que constituyen la parte práctica del examen serán tomados, para la presente convocatoria, de las obras que se señalan en los anexos correspondientes.

10. Las censuras que se apliquen para conceptuar el resultado de los exámenes de las distintas asignaturas, se acomodarán á la escala numérica de notas de 0 á 10.

11. Para graduar el valor relativo de las materias del ingreso en el concepto de la distinta importancia que en cada Academia puedan tener, son reglamentarios los siguientes coeficientes:

	Academias de					
	Infantería y Caballería.		Artillería é Ingenieros.		Intendencia.	
	EJERCICIO		EJERCICIO		EJERCICIO	
	Práctico.	Oral.	Práctico.	Oral.	Práctico.	Oral.
Dibujo	5	»	5	»	5	»
Gramática castellana	7	»	7	»	7	»
Francés	4	»	4	»	4	»
Geografía universal	»	7	»	5	»	7
Historia general	»	6	»	5	»	6
Idem particular de España	»	8	»	6	»	8
Aritmética	5	4	9	8	6	5
Algebra	7	6	10	9	7	6
Geometría	6	5	9	8	6	5
Trigonometría	8	7	10	9	8	7

12. El cálculo de notas en cada examen se ha de hacer como indica el siguiente estado, que representa un caso práctico, con el cual se sustituye la explicación del procedimiento para evitar distintas interpretaciones:

			Nota de examen	Coeficiente.	Producto.	Promedios.	Nota parcial por ejercicio.
2.º	Francés		6	4	24	24,50	24,50
	Dibujo		5	5	25		
4.º	Aritmética	Práctico	7,25	9	65,25	58,625	117,875
		Teórico	6,50	8	52		
	Algebra	Práctico	6	10	60	59,250	
		Teórico	6,50	9	58,50		
5.º	Geometría	Práctico	6	9	54	51	110,000
		Teórico	6	8	48		
	Trigonometría	Práctico	5,50	10	55	59	
		Teórico	7	9	63		
	Nota final						252,375

No se incluye en este cuadro el primer ejercicio, porque el examen de gimnasia no tiene censura numérica y sí sólo la nota de aprobado ó apto. Igual sucede con las asignaturas de cultura general, no obstante lo marcado en el anterior párrafo, ínterin subsista la validez de los certificados.

13. Los números que figuran en la primera columna del párrafo anterior corresponden al promedio de calificaciones hechas por los diversos Profesores, y al tomarlos como punto de partida ha de tenerse en cuenta que se requiere fundamentalmente la nota mínima de bueno en cada asignatura, como promedio de calificaciones, para obtener la aprobación; y en dicho sentido es en el que se ha fijado como nota mínima necesaria la de 5.

Presupone este modo de calificar un criterio armónico en la idea que forme cada uno de los individuos del Tribunal con respecto al concepto que le merezca el examinando; de consiguiente, si al hacer la calificación definitiva resultara la incongruencia de que habiendo tenido, por ejemplo, mayoría para ser declarado aprobado, fuera, sin embargo, inferior á cinco la nota, debe considerarse que existe dicha incongruencia ó disparidad en el modo de reducir á números la calificación, y por consecuencia, debe en ese caso (ó en el contrario) repetirse ésta, y adjudicada la censura de aprobado ó no aprobado, asignar cada Profesor de nuevo la nota numérica correspondiente que se halle de acuerdo con la mencionada censura.

14. Al hacer las calificaciones debe el Tribunal tener en consideración las condiciones de los aspirantes, ó sea si tienen ó no derecho á los beneficios de Academias, aplicándoles en el primer caso las calificaciones de suficiencia ó no suficiencia; sirviéndolos la primera para su ingreso fuera de número en la Academia en que hayan merecido dicha conceptuación.

15. El personal de los Tribunales de reconocimiento, de plantilla ó adscritos, tendrá derecho á las mismas obvenciones que se concedan á los demás Tribunales que se constituyan en el período hábil de actuación en los exámenes de ingreso.

16. Debiendo entrar en primer término en la constitución de los Tribunales de reconocimiento facultativo y examen de Gimnasia, los Médicos de las respectivas Academias, y en consideración á la importante función que les compete en el período de exámenes, como en el de observación y reconocimiento subsiguientes, no serán conferidos al expresado personal médico de la plantilla de las Academias en las épocas de referencia, servicio ó comisión alguna que les separe del punto de residencia.

17. A fin de atender las incidencias que motiven retrasos justificados, se considerará que los Tribunales permanecen constituídos durante todo el mes de Julio, aunque hayan terminado los exámenes de los correspondientes ejercicios. Transcurrido dicho mes se disolverán, no siendo atendidas bajo ningún pretexto las incidencias que pudieran presentarse con posterioridad.

REGLA 5.ª

Primer ejercicio.—Reconocimiento y Gimnasia.

1. Los reconocimientos facultativos se ajustarán, en general, al cuadro de inutilidades de la ley de Reclutamiento y demás disposiciones vigentes, y en cuanto á su ejecución á las reglas que se insertan en el anexo número 2.

La inutilidad para ingreso en las Academias no prejuzga la del servicio militar como obligación derivada de la expresada ley de Reclutamiento y Reemplazo del Ejército.

2. En todos los casos que en el acto de reconocimiento se compruebe con exactitud el diagnóstico de cualquiera de los defectos ó enfermedades comprendidas en el cuadro de exenciones, podrá el Tribunal excluir de concurso á los aspirantes afectos, sin que éstos queden sujetos á la observación reglamentaria sino á instancia de parte.

3. Las tallas mínimas que deben exigirse á los aspirantes son las siguientes: Menor de quince años, 1,45 metros; de quince á dieciséis años, 1,50 metros; de diecisiete años, 1,56 metros.

4. En la práctica de los reconocimientos los Tribunales declararán excluídos totalmente de concurso, y eliminados con carácter definitivo, á los aspirantes que padezcan defectos ó enfermedades comprendidas en las tres primeras clases del cuadro de inutilidades vigente y en los artículos 2.°, 3.°, 4.° y 5.° del anexo número 2, y excluídos temporalmente á los que lo estén en las clases 4.ª y 5.ª del mencionado cuadro, que suspendiendo el ingreso en la convocatoria, permitirá, sin embargo, la admisión á examen con la sola limitación del último ejercicio que constituya el ingreso en cada caso, atendiendo al efecto suspensivo de dicho fallo.

5. Los aspirantes que como comprendidos en las clases 3.ª y 5.ª del cuadro de exenciones requieran comprobación de sus presuntas inutilidades, y los que por su dudosa aptitud en el concepto antropométrico ó naturaleza de sus afecciones que se estimen susceptibles de modificación en corto plazo pueda presumirse que se hallen en disposición de ingresar en el período que media desde el 1.° de Septiembre, mediante nuevo reconocimiento ú observación consiguiente, serán declarados pendientes de observación y sometidos potestativamente á ella, con arreglo á lo que determinan los artículos 10, 11, 12 y 13 del anexo número 2, pudiendo examinarse de la totalidad del plan de ingreso en los términos que preceptúa el párrafo siguiente.

6. Cuando del reconocimiento facultativo practicado resultase un aspirante en alguno de los casos á que hace referencia el artículo anterior, se le notificará así al interesado, para que en vista de las eventualidades á que ha de estar sujeto por esta causa las acepte ó renuncie á examinarse. Si optara por el examen y obtuviere plaza de alumno, deberá entenderse que se concede á condición de ser declarado útil después del plazo de observación, quedando anulada la concesión en el caso de que como consecuencia del reconocimiento definitivo resultase excluido temporal ó totalmente de concurso.

Estas circunstancias se expresarán por nota detallada en la relación de aspirantes declarados alumnos.

Los reconocimientos tendrán carácter definitivo é inapelable, quedando sin curso las instancias que se promuevan en solicitud de revisión del acto.

7. El reconocimiento verificado en una Academia, de concierto con el examen de Gimnasia á que va unido, será válido para todas las demás en la convocatoria en que se realice, y, por consiguiente, los Directores dispensarán la presentación en el día señalado para el primer ejercicio á los aspirantes que hayan sido reconocidos con anterioridad en otra Academia, debiendo los interesados avisar oportunamente esta circunstancia, para que en las Academias se tenga noticia de ella la víspera de la fecha señalada para el primer examen de materias.

Los Directores darán cuenta inmediata á las demás Academias de todos los casos de exclusión de concurso y de los pendientes de observación; bien entendido que si eventualmente, por retraso del oportuno aviso, algún aspirante se sometiera á nuevo reconocimiento en otra Academia, no será éste válido en el impensado caso de que resultara contradictorio con el primero. Los excluídos totales quedarán definitivamente eliminados de los siguientes concursos, y los temporales podrán ser admitidos en las condiciones que determina el párrafo cuarto de esta regla.

A los que lo soliciten se les facilitará copia del certificado de reconocimiento, autorizado por el Tribunal y visado por el Director, expresivo de su resultado, ajustándose en su redacción al formulario qce se detalla en el anexo número 3.

8. Cuando el ingreso se realice en convocatorias sucesivas será obligatorio el examen de Gimnasia en cada una de ellas, como asimismo el reconocimiento facultativo á que se asocia, con antelación á los exámenes de materias.

9. Al Tribunal del reconocimiento facultativo se le agregará el Profesor de Gimnasia de la respectiva Academia para auxiliarlo en sus funciones, atendido al doble objeto que ha de llenar el examen, debiendo actuar dicho Tribunal con las mismas formalidades que en su misión sean compatibles con las establecidas para exámenes de materias, y siendo de rigor que los reconocimientos se practiquen conjuntamente por los miembros del Tribunal y no individual y separadamente. Téngase en cuenta por el Presidente del Tribunal que á él corresponde dar autoridad á los actos y resolver, con asesoramiento de los Vocales, las reclamaciones é incidencias que se promuevan ó transmitirlas al Director para la determinación que proceda.

10. El examen de Gimnasia, complemento necesario del reconocimiento facultativo, deberá comprender todos los ejercicios señalados en el anexo número 1, sin excepción alguna, aplicándose la calificación de apto ó no apto, y siendo preciso para la validez de este ejercicio que concurran la certificación de utilidad del reconocimiento médico con la declaración de aptitud de los ejercicios gimnásticos.

Los ejercicios que comprende esta prueba se propondrán demostrativamente en el examen, efectuando un auxiliar delante de la tanda de aspirantes los que señale el Tribunal, con sujeción estricta á los términos del programa aprobado y bajo la forma y criterio razonado de adaptación á las condiciones físicas del examinando.

Si por causa accidental algún aspirante se viese imposibilitado de ejecutar cualquier ejercicio gimnástico, se le considerará en el caso de los pendientes de observación.

La no aptitud de este examen, así como los defectos de talla en el reconocimiento de que va precedido, producirá en ambos casos la exclusión temporal.

11. Al aspirante nombrado alumno y pendiente de observación no se le formará hoja de estudios ni se le exigirá uso de uniforme, pago alguno que no sea el de admisión á examen, ni asistencia á ningún acto académico hasta que sea declarado útil, y durante el plazo de observación no tendrá ninguno de los derechos que son inherentes á los alumnos.

REGLA 6.ª

Segundo y tercer ejercicios.

1. Constituyen el segundo ejercicio las materias siguientes:

Dibujo de paisaje.
Gramática castellana, y
Francés.

2. El examen de Dibujo, para el que deberán llevarse los útiles necesarios, se efectuará con arreglo á los modelos ya citados.

La esencia de esta prueba no requiere de manera indefectible la completa terminación del trabajo como condición precisa para obtener aptitud, si bien será circunstancia á tomar en cuenta, de consuno con la ejecución material, para el señalamiento de nota; deberá, por consiguiente, en todos los casos, ser apreciado el mérito relativo de la parte concluída del dibujo y juzgar por ella la aptitud demostrada por el aspirante, dentro de la suficiencia exigible.

3. La duración máxima de este examen será de tres horas y para la ejecución del mismo se adoptará un modelo único para cada tanda, á fin de que los trabajos resulten juzgados con la más completa equidad.

Si la tanda fuese numerosa se subdividirá en varias, y estas subdivisiones podrán utilizar distintos modelos, pero de manera que dentro de cada subdivisión sean todos iguales.

4. El examen de Gramática castellana comprenderá: ejercicio de lectura sobre un trozo escogido de los clásicos, análisis gramatical de una parte del trozo leído, y como prueba supletoria, escritura al dictado.

Sin perjuicio de la validez provisional que para los certificados de aprobación de las materias de enseñanza general debe subsistir en el período de transición que ha de mediar hasta que se publiquen los textos de estas asignaturas, cuyo concurso está pendiente, y en los que está incluída la Gramática castellana, los aspirantes que deseen aprobar este segundo ejercicio sufrirán el examen de escritura al dictado.

5. El examen de Francés será oral, y consistirá en la lectura y traducción de un trozo elegido por el Tribunal que no contenga tecnicismos cuyo sentido pueda ser desconocido del examinando.

6. El tercer ejercicio está constituído por la Geografía Universal y la Historia general y particular de España.

7. En el grupo de asignaturas que comprende este tercer ejercicio, se ha de atender, principalmente, á establecer líneas generales sobre las materias que abarcan, sin descender á detalles que no tengan importancia, desarrollando el aspirante el contenido de una lección, sacada á la suerte, que comprenda una pregunta de los programas respectivos, y explanando sobre mapas ó croquis mudos, el tema de la explicación.

Estos diseños ó mapas serán facilitados por las Academias.

La duración máxima de este ejercicio, será de dos horas.

8. Para los exámenes directos que hayan de verificarse en las Academias de las asignaturas de Gramática castellana, Geografía Universal é Historia general y particular de España, regirán, según se ha dicho, los programas aprobados por Real orden de 12 de Febrero de 1891 (*Colección Legislativa* núm. 68), con libertad de textos, á defecto de los reglamentarios, siempre que se adapten á la extensión de los referidos progrmas.

9. El examen de las expresadas materias, en la presente convocatoria, puede ser directo, ó bien, según se prescribe en el párrafo cuarto de la presente regla, sustituído con los certificados de aprobación de las mismas, expedidos por Institutos de segunda enseñanza, Academias militares, Colegios de Trujillo, Huérfanos de la Guerra, María Cristina, Santiago, Santa Bárbara y San Fernando, Nuestra Señora de la Concepción, Alfonso XIII, de Guardias jóvenes (Sección de Madrid) y Negociado de Escuelas del Ministerio de Marina, Escuela oficial de Industria y Comercio y Escuela Normal Superior de Maestros.

10. Los que á defecto de los certificados de las asignaturas de enseñanza general deban efectuar directamente el examen de ellas en las Academias militares, sólo tendrán durante este período de transición la calificación de aprobado con nota numérica de cinco.

REGLA 7.ª

Cuarto y quinto ejercicios.

1. Constituyen el cuarto ejercicio las asignaturas de Aritmética y Algebra.

2. El examen de este ejercicio comprende las dos fases, práctica y oral, que son la base del sistema adoptado para las oposiciones á plazas de alumnos en las Academias militares.

3. El examen de Aritmética se desarrollará en la forma siguiente:

Cada aspirante extraerá una bola del bombo que habrá dispuesto al efecto para el ejercicio práctico, y que contendrá tantos números como sobres de preguntas de la asignatura correspondiente se hayan formado, y tomando por sí el aspirante el sobre igual á la bola extraída, resolverá en la pizarra uno de los tres ejercicios que contiene, exponiendo el cálculo lo más abreviado que sea posible para razonar el ejercicio.

Para la ejecución de este examen se colocarán pupitres frente al lugar ocupado por cada aspirante, para que, utilizados por éstos, puedan preparar en ellos sus ejercicios antes de exponerlos en el encerado.

4. El Tribunal podrá hacer al aspirante las observaciones que crea procedentes durante la resolución de ejercicios para cerciorarse, en cada caso, de que aplica bien los principios fundamentales de su resolución, teniendo presente que los aspirantes no están obligados á seguir el método que en el planteamiento y desarrollo de los ejercicios señalados empleen sus autores, sino que, por el contrario, quedan en libertad de adoptar en cada caso el que consideren más conveniente, siempre que los principios en que se funden sus resoluciones formen parte de las teorías del programa de la asignatura correspondiente, quedando á juicio del Profesorado el apreciar, dentro de estas soluciones, si dichos principios han sido aplicados con verdadera propiedad para graduar la suficiencia demostrada á base de aprobación que en estos casos de resolución acertada debe prevalecer.

5. De la misma manera serán materia de minucioso examen por parte del Tribunal todos aquellos ejercicios en que no se obtenga exactitud en el resultado, haciendo esencial distinción entre los errores de concepto y las simples equivocaciones materiales de cálculo.

6. Los problemas que se propongan en el examen práctico de Aritmética se contraerán: uno, á operaciones en general con toda clase de números abstractos; otro, á cuestiones referentes al sistema métrico decimal, y el tercero, á magnitudes proporcionales ó cuestiones de aritmética mercantil.

7. El ejercicio oral correlativo se verificará á continuación del práctico, sacando á suerte cada aspirante una lección, que explicará independientemente de las preguntas que el Tribunal estime pertinentes en aclaración y justificación del razonamiento.

8. La duración de dicho ejercicio oral se entenderá de treinta minutos para la materialidad de la explicación, independientemente del que pueda invertirse en la preparación de la pregunta, y sin perjuicio, en todo caso, de la indispensable latitud que el Tribunal considere precisa para asegurar su completa eficacia.

9. Con respecto al modo de verificarlo, téngase en cuenta que habrá de acomodarse al desarrollo de las materias contenidas en las preguntas designadas por la suerte, quedando, por tanto, á la discreción de los aspirantes el planteamiento de los problemas y ejercicios de los textos que para aplicación y complemento de las teorías explicadas consideren necesarios.

10. El examen de Algebra ha de verificarse en el mismo día que el de Aritmética y previo un prudencial descanso, teniendo lugar aquél en la forma expresada para éste.

Tanto en uno como en otro se exigirá al examinando que resuelva uno de los ejercicios sacados en suerte, quedando á juicio del Tribunal si debe ó no resolver los restantes; pero teniendo en cuenta que no ha de pasar de cuatro horas por la mañana para el conjunto de los dos ejercicios de Aritmética y cuatro por la tarde para los de Algebra.

La calificación será independiente del número de ejercicios resueltos, fijándose principalmente en la calidad de ellos y modo de resolver, á juicio del Tribunal.

11. Los de Algebra se referirán: uno, á transformación de expresiones algebraicas, dadas la inicial y final; otro, á aplicaciones logarítmicas, y el tercero, á resolución de un sistema de ecuaciones ó de un problema que comprenda su planteamiento y despejo de incógnitas.

12. El quinto ejercicio está constituído por los exámenes de Geometría y Trigonometría, los cuales han de verificarse en igual forma que los de Aritmética y Algebra, debiendo mediar entre aquéllos y éstos un intermedio de tres días, que podrá disminuirse hasta uno con la aquiescencia de los interesados, ó cuando por retraso reglamentario del examen sea indispensable para que termine el día prefijado.

13. Las cuestiones objeto del examen práctico de Geometría versarán: una, sobre longitudes ó ángulos; otra, sobre áreas, y otra, sobre volúmenes, con empleo de las tablas de logaritmos cuando se considere conveniente.

Todos estos problemas serán precisamente de carácter numérico, con exclusión terminante de los que se funden en propiedades geométricas y de los de una y otra clase cuya resolución dependa del mero acierto ó inspiración.

14. Los problemas de Trigonometría serán también tres, y se referirán: uno, á transformación y evaluación de funciones circulares; otro, á resolución de triángulos, y el tercero, á áreas.

15. El número de sobres que se utilice para el examen práctico puede ser distinto del que se señala en los programas para el oral, con la facultad de repetir los ejercicios en los días sucesivos, si fuese necesario.

Las Academias serán las encargadas de distribuir los referidos ejercicios entre el número total de sobres, de modo que cada uno de estos últimos contenga tres, escogiéndolos en forma tal que haya uno de cada una de las clases á que se refieren los párrafos 6, 11, 13 y 14 de esta regla.

También cuidarán dichos Centros que los expresados sobres estén á su vez ponderados, debiéndose agotar en su formación el número total de los que figuran en el anexo número 5, aunque para ello fuese necesaria la repetición dentro de alguna de las citadas clases.

16. En la presente convocatoria se exigirá el manejo de la regla de cálculo en su aplicación á los números para resolver las cuestiones siguientes:

1.ª Problema directo é inverso del uso de las tablas de logaritmos.

2.ª Producto de dos ó varios factores.

3.ª Cociente de dos números.

4.ª Obtención directa de cuadrados, cubos y raíces de igual orden.

5.ª Obtención de potencias y raíces de grado superior al tercero, usándose para estos problemas las escalas NN y LL de la regla y reglilla, acomodándose al procedimiento señalado en los números 5.º y 6.º del párrafo 111 del Algebra de Salinas y Benítez.

Dichas cuestiones formarán parte del programa redactado para el examen oral de la asignatura de Algebra.

REGLA 8.ª

Documentación.

1. Los Directores de las Academias remitirán al Ministerio de la Guerra, para su aprobación, y antes del día 15 de Junio, relación nominal de los Tribunales que han de actuar durante los exámenes de ingreso, procurando llevar un turno especial por categorías, para que vaya alternando en este cometido todo el profesorado.

2. Asimismo habrán de remitir, antes del día 1.º de Julio, relación nominal, por orden alfabético, de todos los aspirantes que hayan sido admitidos á la convocatoria, con expresión de la agrupación, número y tanda que á cada uno le haya correspondido en el sorteo, y fechas en que han de concurrir á reconocimiento y á los ejercicios de que tengan solicitado examen.

3. Durante los exámenes, remitirán diariamente relación nominal de los resultados obtenidos en los distintos ejercicios, limitándose, en cuanto al primero, á los que no sean clasificados como útiles y aptos, con expresión de su calificación.

4. Terminados que hayan sido los referidos exámenes, los Directores enviarán á la Sección de Instrucción, Reclutamiento y Cuerpos diversos, relación, por orden alfabético, de los aspirantes que habiendo aprobado cuatro ejercicios se hayan examinado del último, haciendo constar en estas relaciones la nota final de todos ellos, con excepción de la de este último, cuya calificación reservada debe de obrar ya en este Ministerio.

5. Independientemente de lo que se previene en el párrafo cuarto, regla 1.ª, los Directores formularán propuesta para el ingreso fuera de número de los aspirantes que, habiendo sido declarados con suficiencia en todo el plan de ingreso, tuvieran reconocido el derecho á los beneficios de Academias.

6. Los Directores de los ya citados centros de instrucción, manifestarán, antes de dar principio el curso, el número de alumnos internos que con arreglo á la capacidad de sus locales puedan tener, estableciéndose con los restantes la media pensión y externado en la forma que previenen las disposiciones vigentes.

Anexos que se citan.

ANEXO NUMERO 1

PROGRAMAS

Gimnasia.

1.º Ejercicios elementales que comprenden:

a) Posiciones de piernas en la estación de pie.

b) Posiciones de brazos.

c) Movimiento de extensión de piernas.

d) Movimientos de flexión.

e) Movimientos de brazos (flexión y extensión).

f) Flexiones de cuello.

g) Flexiones de tronco, adelante y atrás.

h) Flexiones laterales de tronco.

i) Torsiones de cuerpo.

2.º Marcha y carrera.—Haciéndose un minuto de la primera, dos ó tres de carrera, según que los ejecutantes sean menores ó mayores de dieciséis años, y otro minuto de marcha.

3.º Suspensiones.—*a)* Marcha lateral por la barra ó viga horizontal en suspensión por las manos.

b) Trepar por la cuerda vertical lisa hasta alcanzar una altura igual á tres veces su talla, por lo menos.

4.º Saltos.—*a)* En longitud, comenzando por una distancia igual á la del individuo, con los brazos extendidos hacia arriba.

b) En elevación, á partir de una altura igual á la del punto medio del muslo.

c) En profundidad, con un mismo tipo para todos.

d) Combinación de los dos primeros saltos.

e) Combinación del salto en longitud y profundidad.

Aritmética.

Texto: Salinas y Benítez.—5.ª edición (1904).

1

Números enteros.—Definiciones.—Unidad y número. Formación de los números y operaciones numéricas.—Algoritmia y algoritmo.—Aritmética.—Numeración.

Numeración hablada.—Nomenclatura; su fundamento.—Unidades de diversos órdenes.—Base del sistema.—Nomenclatura decimal.—Denominación de un número cualquiera.—Teorema: Todo número mayor que nueve puede descomponerse en colecciones de unidades de diversos órdenes, de modo que cada una de ellas contenga un número inferior á diez. Particularidades y modificaciones de la nomenclatura decimal.—Resumen de la nomenclatura. (Párrafos 1 al 14.)

Regla de tres simple y compuesta.—Dependencia de una magnitud de otras varias.—Cuestiones relativas á las magnitudes proporcionales 1.ª y 2.ª—Regla de tres simple y directa.—Idem inversa.—Regla de tres compuesta.—Forma numérica y propiedades de la proporcionalidad de varias magnitudes.—Método de reducción á la unidad. (Párrafos 271 al 278.)

2

Numeración escrita.—Notación numérica.—Representación de las colecciones de unidades de diversos órdenes.—Valores absoluto y relativo.—Representación simbólica.—Cifra cero.—Representación de las unidades de un orden cualquiera. Lectura de un número escrito en cifras: primero, segundo y tercer caso.—Escritura en cifras de un número enunciado: primero, segundo y tercer caso.—Representación del número indeterminado. (Párrafos 14 al 23.)

Adición.—Definiciones.—Algoritmo.—Artificio aditivo.—Casos de la suma: 1.º y 2.º—Observación: Orden en que han de sumarse.—Consecuencias: 1.ª El orden de los sumandos no altera la suma.—2.ª Aumento ó disminución de un sumando.—3.ª Suma de un número y una suma; operación indicada.—4.ª Adición de varias sumas.—Prueba. (Párrafos 23 al 30.)

Números inconmensurables.—Teoría de los límites.—Definición.—Consecuencias: Límite de una variable, expresión de una variable.—Ejemplo notable de límite.—Proposiciones relativas á los límites.—Teorema 1.º: Dos cantidades variables que permanecen constantemente iguales tienen el mismo límite.—Teorema 2.º: Si dos cantidades constantes están comprendidas entre dos variables cuya diferencia pueda ser tan pequeña como se quiera, dichas constantes son iguales.—Teorema 3.º: El límite de la suma de varias variables, es la suma de sus límites.—Escolio: El número de sumandos ha de ser limitado.—Corolario: El límite de la diferencia de dos cantidades variables es la diferencia de sus límites.—Teorema 4.º: El límite del producto de varios factores variables es el producto de los límites.—El número de factores ha de ser limitado.—Corolario 1.º: El límite de la potencia de una cantidad variable es la potencia de igual grado del límite de dicha variable.—Corolario 2.º: El límite del cociente de dos variables es el cociente de los límites.—Corolario 3.º: El límite de la raíz cuadrada ó de la cúbica de una variable es la raíz del mismo grado del límite de la variable.—Escolio general: El límite del resultado de una operación cualquiera es el de la misma operación efectuada con los límites. (Párrafos 203 al 206.)

3

Pruebas de las operaciones numéricas por medio de los restos relativos á un módulo cualquiera.—Utilidad de las propiedades de los números.—Pruebas de la suma, resta, multiplicación y división.—Observación.—Módulos que deben emplearse en estas pruebas.—Aplicaciones á ejemplos empleando el módulo 9. (Párrafos 80 al 84.)

Regla de aligación.—Definiciones.—Mezcla.—Aleación.—Lingote.—Precio y ley.—Regla de aligación.—Problema directo de las mezclas.—Conociendo las cantidades que entran en una mezcla y sus precios respectivos, determinar el precio de la mezcla.—Problema inverso: Fijado el precio de una mezcla y conocidos los de las substancias que han de formarla, hallar las cantidades que deben mezclarse.—Teorema 1.º: Las cantidades de dos substancias mezcladas son inversamente proporcionales á las diferencias entre sus precios respectivos y el precio de la mezcla.—Cuando son más de dos las substancias mezcladas, el problema es indeterminado. (Párrafos 297 al 300.)

4

Mínimo común múltiplo de dos números.—Definición y consecuencias.—Principios relativos al m. c. m. de dos números.—Teorema 1.º: El m. c. m. de dos números es el cociente de dividir su producto por su m. c. d.—Corolario 1.º: El producto del m. c. m. de dos números por su m. c. d. es el producto de dichos números.—Corolario 2.º: Todos los múltiplos de dos números lo son de su m. c. m. Corolario 3.º: Si dos números son primos entre sí, su m. c. m. es su producto.—Teorema 2.º: Si se multiplican dos números por otro, su m. c. m. queda multiplicado por este número.—Corolario: Si dos números se dividen por un mismo factor común, su m. c. m. queda dividido por él. Teorema 3.º: Los cocientes de dividir el m. c. m. de dos números por cada uno de ellos, son primos entre sí. (Párrafos 91 al 93.)

Regla de conjunta.—Definición y algoritmo.—Procedimiento práctico.—Teorema: Los productos ordenados de varias equivalencias que tengan homogéneos el segundo miembro de cada una y el primero de la siguiente, forman otra equivalencia, cuyo primer miembro pertenece á la primera especie y el segundo á la última.—Regla práctica. (Párrafos 301 al fin.)

5

Raíz cuadrada.—Preliminares.—Definición y algoritmo.—Condiciones á que debe satisfacer la extracción.—Extracción de la raíz cuadrada en menos de una unidad.—Definiciones; raíz por defecto; raíz por exceso; resto; raíz entera.—Raíz cuadrada de un número entero.—Caso 1.º: Número menor que 100.—2.º: Número mayor que 100.—Teorema 1.°: La raíz cuadrada entera del número de las centenas de un número, es exactamente el número de las decenas de su raíz.—Teorema 2.°: Si de un número se resta el cuadrado de las decenas de la raíz cuadrada y se divide el número de las decenas del residuo así obtenido por el doble del número de las decenas de la raíz, resulta la cifra de las unidades ó un cociente mayor.—Comprobación de la cifra obtenida para las unidades de la raíz.—Regla práctica.—Proposiciones relativas al resto.—Teorema 1.°: El resto que se obtiene al extraer por defecto en menos de una unidad la raíz cuadrada de un número entero, no puede exceder al doble de dicha raíz.—Teorema 2.°: Si el último resto es igual ó menor que la raíz hallada, ésta difiere por defecto de la verdadera en menos de media unidad, y si fuere mayor, el número inmediatamente superior á la raíz hallada, será la raíz por exceso con igual límite de error.—Prueba de la extracción. Raíz cuadrada de un número fraccionario. Teorema: La raíz cuadrada de una fracción es la raíz cuadrada en menos de la unidad de su parte entera. (Párrafos 181 al 188.)

Interés simple.—Definición.—Renta.—Tanto por ciento.—Clases de interés.—Proporcionalidad de las magnitudes relativas al interés simple.—Problemas diversos en las reglas de interés simple.—Caso particular de la regla de interés simple. (Párrafos 278 al 282.)

6

División. — Definición. — Algoritmo.—Artificio elemental de la división.—Número divisible por otro.—Procedimiento general.—Determinación de las unidades más elevadas del cociente.—Casos de la división.—1.° y 2.°: Comprobación de la cifra del cociente.—3.° y 4.°: Caso particular.—Si el divisor termina en ceros, se prescinde de ellos y de igual número de cifras del dividendo.—Prueba de la división y nueva prueba de la multiplicación. (Párrafos 55 al 64.)

Reducción de fracciones.—Reducir un número fraccionario á otro de denominador dado. — Definición.—Procedimiento. Teorema 1.°: Cuando una fracción no es exactamente reducible á otra de denominador *n*, se encuentra comprendida entre dos que tienen dicho denominador y por numeradores respectivos el mayor número entero contenido en el producto de dicha fracción por *n* y el entero inmediatamente superior.—Teorema 2.°: Para que una fracción irreducible pueda transformarse exactamente en otra de denominador dado, es preciso y basta que su denominador divida al que ha de tener la fracción. (Párrafos 159 al 161.)

7

Reducción de números métricos.—Definiciones.—Número complejo é incomplejo; homogéneo y heterogéneo.—Reglas de transformación.—1.ª Incomplejo en otro incomplejo de orden inferior ó superior.—2.ª Complejo en incomplejo de orden inferior.—3.ª Complejo en incomplejo de un orden cualquiera.—4.ª Incomplejo en complejo de órdenes inferiores. 5.ª Incomplejo en complejo de órdenes superiores. (Párrafo 262.)

Razones y proporciones. Definiciones. Símbolo y expresión de la relación.—Teorema: La relación de dos magnitudes de la misma especie está expresada por el cociente de los números que la miden, tomando una tercera por unidad.—Proporcionalidad.—Algoritmo.—Modo de reconocer la proporcionalidad.—Teorema 1.°: Cuando dos magnitudes son proporcionales, si se multiplica un valor particular de una de ellas por un número, el valor correspondiente de la otra queda multiplicado por el mismo número.—Recíprocamente.—Teorema 2.°: Cuando dos magnitudes son inversamente proporcionales al multiplicar un valor de una de ellas por un número, el correspondiente de la otra queda dividido por el mismo número.—Recíprocamente.—Forma numérica de la proporcionalidad de dos magnitudes.—Relación de sus valores numéricos. (Párrafos 265 al 271.)

8

Divisibilidad de los números.—Principios fundamentales.—Múltiplos y divisores de un número.—Múltiplo común.—Divisor común.—Resto de un número con relación á otro.—Módulo.—Números congruentes.—Consecuencias: 1.ª Dos números iguales son congruentes con respecto á cualquier módulo.—2.ª Un número múltiplo de otro es congruente con cero respecto á este último.—3.ª Dos números múltiplos de un tercero son congruentes respecto á este tercero.—4.ª El dividendo y resto aditivo son congruentes respecto al divisor.—Principios fundamentales de las congruencias.—Teorema 1.°: La diferencia de dos números congruentes es múltiplo del módulo.—Corolario.—Teorema 2.°: Si la diferencia de dos números es un múltiplo de otro, dichos números son congruentes con respecto á éste.—Corolario.—Teorema 3.°: Si se suman miembro á miembro varias congruencias respecto de un mismo módulo, resulta una nueva congruencia.—Corolario 1.°: Una congruencia no se altera sumando un mismo número á sus dos miembros. Corolario 2.°: Una congruencia no se altera sumando á uno de sus miembros ó á los dos, un cierto múltiplo ó múltiplos cualquiera del módulo.—Teorema 4.°: Si se multiplican miembro á miembro varias congruencias relativas á un mismo módulo, resulta otra congruencia.—Corolario.—Una congruencia subsiste si se multiplican sus dos miembros por un mismo número. (Párrafos 67 al 71.)

Fracciones decimales.—Numeración y propiedades.—Definición.—Unidades decimales de distintos órdenes.—Representación entera del número decimal.—Lectura de un número decimal escrito en forma entera.—Escritura en forma entera de un número decimal enunciado.—Propiedades de los números decimales. Teorema 1.°: El valor de un número decimal no se altera cuando se escriben ceros á su derecha.—Teorema 2.°: Si la coma se corre hacia la derecha ó hacia la izquierda, uno, dos, tres, etc., lugares, el número queda, respectivamente, multiplicado ó dividido por la unidad seguida de uno, dos, tres, etc., ceros.

Adición.—Procedimiento aditivo.—Sustracción.—Manera de operar.—Multiplicación.—Casos diversos.—1.° Multiplicar un número decimal por un entero.—2.° Un número decimal por otro decimal.—División.—Casos diversos. — 1.° Dividir un decimal por un entero.—2.° Dividir un entero ó decimal por otro decimal. (Párrafos 149 al 159.)

9

Divisibilidad de los números.—Teoremas relativos á los restos.—Teorema 1.°: El resto de una suma es el mismo que el de la suma de los restos aditivos de los sumandos.—Corolario 1.°: Condición necesaria y suficiente para que un número divida á la suma de varios.—Corolario 2.°: Si un número divide á varios, divide á su suma.—Corolario 3.°: Si un número divide á otros, divide á sus múltiplos.—Teorema 2.°: La condición necesaria y suficiente para que sea cero el resto de una diferencia con respecto á cualquier módulo, es que sean iguales los restos adi- [illegible] substractivos del minuendo y del tivos [illegible] Si un número sustraendo.—Corolario [illegible] divide á dos, divide á su diferencia.—Corolario 2.°: Si un número divide á dividendo y divisor, divide al resto.—Corolario 3.°: Si se dividen dividendo y divisor de una división inexacta por un número, el cociente no varía, pero el resto queda dividido por dicho número. — Teorema 3.°: El resto aditivo ó substractivo de un producto con relación á cualquier módulo, es el mismo que el del producto de los restos aditivos de los factores.—Corolario.—Condición necesaria y suficiente para que un número divida á un producto. (Párrafo 71.)

Reducción de una fracción decimal á ordinaria. — Definición. — Procedimiento.—Teorema 1.°: Para reducir una fracción decimal de número limitado de cifras á fracción ordinaria, se prescinde de la coma y se pone por denominador la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales contiene.—Escolio: Cuando la fracción tenga parte entera.—Teorema 2.°: La fracción ordinaria generatriz de una decimal periódica pura, sin parte entera, tiene por numerador el período y por denominador un número formado de tantos nueves como cifras tiene el período. Escolio: Cuando la fracción propuesta tenga parte entera.—Teorema 3.°: La fracción ordinaria generatriz de una decimal periódica mixta, sin parte entera, tiene por numerador la parte no periódica seguida del período, disminuído en la parte no periódica, y por denominador un número formado de tantos nueves como cifras tiene el período, seguido de tantos ceros como cifras hay en la parte no periódica.—Escolio: Cuando la fracción propuesta tenga parte entera.—Caso de imposibilidad y solución aproximada.—Noción de la cantidad inconmensurable. (Párrafos 166 al 170.)

10

Caracteres generales de divisibilidad. Procedimiento de investigación.—Determinación y reproducción de los restos de las unidades sucesivas.—Forma de la unidad de un orden cualquiera.—Forma de una colección de unidades.—Forma de un número cualquiera.—Condición general de la divisibilidad.—Aplicaciones á los módulos 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 y 11.—Tabla de restos. (Párrafos 72 al 80.)

Potencias en general.—Definiciones.—Potencia, grado, base.—Potencia perfecta.—Potencia de un número cualquiera; de la unidad, y de ésta seguida de ceros. Teorema 1.°: La potencia de un cierto grado de una fracción es otra fracción cuyos términos son las potencias del mismo grado del numerador y denominador.—Corolario 1.°: Las potencias de una fracción irreducible son fracciones irreducibles.—Corolario 2.°: Si un número entero no es potencia perfecta de otro entero, tampoco lo es una fracción.—Teorema 2.°: Para elevar un número decimal á una potencia máxima, se eleva como si fuera entero y después se separan *m* veces el número de cifras decimales que tiene el número.—Potencias de base implícita.—Teorema 1.°: La potencia de un producto es el producto de las potencias del mismo grado de cada uno de los factores.—Teorema 2.°: La potencia de un cociente es el cociente de las potencias de igual grado del dividendo y divisor.—

Teorema 3.º: Para elevar una potencia á otra potencia, se multiplican los exponentes.—Condiciones generales de potencialidad.—Teorema 1.º: Para que un número sea potencia perfecta del grado m, es preciso y basta que los exponentes de los factores primos sean múltiplos de m. Teorema 2.º: Para que una fracción irreducible sea potencia perfecta del grado m, es preciso y basta que lo sea de cada uno de sus términos.—Potencias de expresiones de relación.—Teorema 1.º: Si dos números son congruentes, sus potencias del mismo grado lo son.—Corolario: El resto que da la potencia de un número al dividirla por un módulo es el mismo que da la potencia de igual grado de su resto aditivo, con respecto á dicho módulo.—Teorema 2.º: Si cuatro números forman igualdad fraccionaria, sus potencias de igual grado forman otra igualdad fraccionaria. (Párrafos 170 al 175.)

11

Números primos. — Definición. — Primos absolutos y primos entre sí.—Primeras proposiciones.—Teorema 1.º: Todo número primo que no divide á otro, es primo con él.—Teorema 2.º: Todo número que no es primo, tiene un divisor primo.— Corolario: Si varios números no son primos entre sí, tienen un divisor común primo.—Teorema 3.º: La serie de los números primos es ilimitada.—Formación de una tabla de números primos.—Teorema 1.º: Si en la serie natural de los números se parte de un número n y se tachan los que se encuentran de n en n, desaparecen los múltiplos de n.—Teorema 2.º: Si hemos tachado en la serie natural de los números los múltiplos de los números primos 2, 3, 5... p y es q el primero sin tachar después de p, q será el número primo inmediatamente superior á p y todos los inferiores á q^2 sin tachar son primos.—Regla para formar una tabla de números primos.—Corolario: Un número es primo cuando no es divisible por ninguno de los números primos cuyos cuadrados no sean mayores que él.—Escolio. (Párrafos 96 al 99.)

Reducción de fracción ordinaria á decimal. — Definición. — Procedimiento. — Teorema 1.º: Para expresar una fracción ordinaria en decimales, con un error menor de una unidad de orden p. ésimo, se agregan p ceros á su numerador, se divide el resultado por el denominador, y de la derecha del cociente se separan p cifras decimales.—Escolio: Cuando no se fije el número de cifras decimales.—Teorema 2.º: La condición necesaria y suficiente para que una fracción ordinaria irreducible se reduzca exactamente á decimal, es que su denominador no contenga más factores primos que el 2 y el 5.—Teorema 3.º: Cuando una fracción ordinaria irreducible contiene en el denominador factores primos distintos del 2 y el 5, da origen á una decimal indefinida. Teorema 4.º: Si el denominador de una fracción ordinaria irreducible no contiene más que factores 2 y 5, la decimal á que se reduce exactamente, consta de tantas cifras decimales como unidades tenga el mayor de los exponentes de dichos factores.—Fracciones decimales periódicas. — Definiciones. —Teorema 1.º: Cuando una fracción no es exactamente reducible á decimales, da origen á una fracción periódica. Número de cifras del período. Teorema 2.º: Toda fracción ordinaria irreducible, cuyo denominador es primo con 10, se reduce á decimal periódica pura.—Teorema 3.º: Cuando el numerador de una fracción ordinaria, cuyo denominador es primo con 10, no termina en cero, la última cifra de la parte entera de la decimal equivalente no puede ser igual á la última del período.—Teorema 4.º: Toda fracción irreducible, cuyo denominador no es primo con 10, conteniendo factores primos distintos de 2 y 5, da origen á una decimal periódica mixta, en la que el número de cifras no periódicas es igual al mayor exponente de los factores 2 y 5 de su denominador. (Párrafos 163 al 166.)

12

Teoremas referentes á los números primos.—Nuevas proposiciones.—Teorema 1.º: Todo número primo que divide á un producto de varios factores, divide, por lo menos, á uno de ellos.—Corolario 1.º: Todo número primo que divide á una potencia, divide á la base.—Corolario 2.º: Si dos números son primos entre sí, sus potencias también lo son.—Teorema 2.º: Todo número primo con los factores de un producto, es primo con éste y recíprocamente.—Corolario: Todo número que divide á un producto, y es primo con todos los factores menos con uno, divide á éste.—Teorema 3.º: Si varios números primos entre sí dos á dos, dividen separadamente á un número, su producto también le divide.—Corolario: El m. c. m. de varios números primos entre sí dos á dos, es su producto.—Escolio: Caracteres de divisibilidad.—Cuando un número es un producto de varios factores primos entre sí. (Párrafo 99.)

Razones y proporciones. — Definiciones.—Símbolo y expresión de la relación. Teorema: La relación de dos magnitudes de la misma especie, está expresada por el cociente de los números que la miden, tomando una tercera por unidad.—Proporcionalidad.—Algoritmo —Modo de reconocer la proporcionalidad. — Teorema 1.º: Cuando dos magnitudes son proporcionales, si se multiplica un valor particular de una de ellas por un número, el valor correspondiente de la otra queda multiplicado por el mismo número.—Recíprocamente.—Teorema 2.º: Cuando dos magnitudes son inversamente proporcionales, al multiplicar un valor de una de ellas por un número, el correspondiente de la otra queda dividido por el mismo número.—Recíprocamente. Forma numérica de la proporcionalidad de dos magnitudes.—Relación de sus valores numéricos. (Párrafos 265 al 271.)

13

Propiedades de las fracciones ordinarias.—Magnitud. — Continua. — Discreta. Múltiplo y parte alícuota.—Terminaciones avo y ésima.—Unidad ó módulo.—Fracción.—Unidad fraccionaria. — Medición de las magnitudes.—Cantidad.—Términos de la fracción.—Fracciones ordinarias.—Nomenclatura y escritura de la fracción.—Fracciones inversas.—Expresiones fraccionarias.—Número mixto.—Transformación de fracciones. — Teorema 1.º: Si el numerador de una fracción se hace m veces mayor ó menor, la fracción se hace m veces mayor ó menor.—Teorema 2.º: Si el denominador se hace m veces mayor ó menor, la fracción se hace m veces menor ó mayor.—Teorema 3.º: El valor de una fracción no se altera multiplicando ó dividiendo sus dos términos por un mismo número.—Reducción á un común denominador.—Regla. Transformación de la fracción mayor que la unidad.—Condición necesaria y suficiente para que una fracción sea igual á un número entero.—Convertir un número mixto en fracción.—Simplificación de fracciones. — Fracción irreducible.—Teorema 1.º: Si una fracción tiene sus términos primos entre sí, cualquiera que le sea igual, tiene sus términos equimúltiplos de los de la primera.—Corolarios Una fracción cuyos términos son primos entre sí, es irreducible.—Recíproca.—Regla para reducir una fracción á su mas simple expresión. — Aplicación de una fracción cuyo numerador sea múltiplo del denominador. — Corolario 1.º: Multiplicando los dos términos de una fracción irreducible por la serie natural de los números, se hallan todas sus equivalencias. — Corolario 2.º: Dos fracciones irreducibles iguales, son idénticas.—Reducción de fracciones al mínimo común denominador.—Regla. - Escolio. (Párrafos 107 al 131.)

Regla de compañía.—Definición.—Particiones proporcionales. — Descomponer una cantidad en partes proporcionales á varios números dados.—Fórmula de la regla de compañía. (Párrafos 294 al 297.)

14

Fracciones ordinarias.—Multiplicación.—Definición.—Consecuencias: no implica siempre aumento; medida de la magnitud.—Casos elementales de la multiplicación: 1.º $\frac{a}{m} \times p$; 2.º $m \times \frac{p}{q}$; 3.º $\frac{m}{n} \times \frac{p}{q}$. Producto de varios factores.—Multiplicación de fracciones implícitas $(a + b + c)m$; $m = \frac{1}{q}$; $m = \frac{p}{q}$ $(a - b) \times \frac{p}{q}$. Inversos de los anteriores; multiplicación de números mixtos. Escolio: Fracciones de fracción, fracciones múltiples, fracción de la unidad á que equivalen. (Párrafos 128 al 133.)

Números concretos.—Nociones preliminares. — Definiciones. — Magnitudes que se someten al cálculo.—Múltiplos y submúltiplos del módulo ó unidad.—Denominación genérica de los módulos.—Sistema de pesas y medidas y monetario.—Condiciones á que han de satisfacer todos los sistemas de pesas, medidas y monetario.—Sistema métrico decimal.—Legalidad de la adopción.—Unidad fundamental y unidades principales.—Unidades longitudinales, superficiales, de volumen, de capacidad, ponderales.—Observación.—Relación entre las unidades y sus múltiplos y submúltiplos. Sistema monetario.—Monedas efectivas é imaginarias, de cuenta y cambio, ley ó título, talla ó pie, permisos.—Unidades de tiempo.—Unidades angulares. (Párrafos 237 al 248.)

15

Fracciones ordinarias.—División.—Definición.—Cociente completo de dos números enteros.—Casos elementales de la división: 1.º $\frac{a}{b} : m$; 2.º $A : \frac{m}{n}$. División en forma implícita.—Fracciones complejas.—Extensión de la notación fraccionaria. — Generalidades de ciertas proposiciones. — Principios fundamentales. Teorema 1.º: Si se multiplica ó divide el numerador de una fracción compleja por un cierto número, la fracción queda multiplicada ó dividida por dicho número. Teorema 2.º: Si se multiplica ó divide el denominador de una fracción compleja por un cierto número, la fracción queda dividida ó multiplicada por dicho número.—Teorema 3.º: Una fracción compleja no se altera si se multiplican ó dividen sus dos términos por un mismo número. Operaciones: suma, resta, multiplicación y división.—Escolio.—Cómo pueden deducirse la resta y división. (Párrafos 133 al 143.)

Transformaciones de los números concretos aplicadas al sistema métrico.—Definiciones.—Número complejo é incomplejo, homogéneo y heterogéneo.—Reglas de transformación: 1.ª Incomplejo en otro incomplejo de orden inferior ó superior.—2.ª Complejo en incomplejo de orden inferior.—3.ª Complejo en incomplejo de un orden cualquiera.—4.ª Incomplejo en complejo de órdenes inferiores.—5.ª Incomplejo en complejo de órdenes superiores. (Párrafos 256 al 258.)

16

Igualdades fraccionarias.—Definición Extremos, medios.—Teorema 1.º: Productos de extremos igual al de medios.—Recíproca.—Corolario 1.º: Un extremo es igual al producto de medios, dividido por el otro extremo.—Corolario 2.º: Pueden efectuarse con los términos de una igualdad fraccionaria todas las transformaciones que no alteren la igualdad de los productos de extremos y medios.—Teorema 2.º: En toda igualdad fraccionaria, la suma ó diferencia de los numeradores, partidas, respectivamente, por la suma ó diferencia de los denominadores, forma una fracción igual á cualquiera de las propuestas.—Corolario 1.º: En toda igualdad fraccionaria, la suma de numeradores partida por su diferencia es igual á la suma de denominadores partida por su diferencia.—Corolario 2.º: La suma de numeradores partida por la de denominadores en una serie de igualdades fraccionarias, forma una fracción igual á cada una de ellas.—Escolio.—Teorema 3.º: La suma ó diferencia de los dos primeros términos, dividida, respectivamente, por la suma ó diferencia de los otros dos, es igual al primero partido por el tercero, ó al segundo partido por el cuarto.—Corolario: La suma de los dos primeros términos partida por su diferencia, es igual á la suma de los otros dos dividida por su diferencia.—Teorema 4.º: Cuando los numeradores ó denominadores son iguales, los demás términos forman una igualdad fraccionaria.—Teorema 5.º: Si se multiplican término á término varias igualdades fraccionarias, los productos forman otra igualdad fraccionaria.—Teorema 6.º: Si se dividen término á término dos igualdades fraccionarias, los cocientes forman otra igualdad fraccionaria. (Párrafos 143 al 145.)

Interés simple.—Definición.—Renta.—Tanto por ciento.—Clases de interés.—Proporcionalidad de las magnitudes relativas al interés simple.—Problemas diversos en la regla de interés simple.—Caso particular de la regla de interés simple. (Párrafos 278 al 282.)

17

Máximo común divisor de dos números.—Definiciones y consecuencias.—Números primos entre sí.—Principio fundamental.—Teorema El m. c. d. de dos números, no divisibles uno por otro es el mismo que el del menor y el resto, por defecto ó por exceso, de la división de ambos.—Investigación del m. c. d. de dos números.—Propiedades del m. c. d. de dos números.—Teorema 1.º: Todo número que divida á dos, divide á su m. c. d. Teorema 2.º: Si se multiplican ó dividen dos números por un tercero, su m. c. d. quedará multiplicado ó dividido por dicho tercer número.—Corolario: Si se dividen dos números por su m. c. d., los cocientes son primos entre sí.—Recíprocamente.—Teorema 3.º: Si un número divide á un producto de dos factores y es primo con uno, divide al otro.—Corolario: El m. c. d. de dos números no se altera aun cuando se multiplique ó divida uno de ellos por un factor primo con el otro.—Escolio: Simplificación de la operación. (Párrafos 84 al 88.)

Raíz cuadrada de las fracciones sin aproximación fija.—Reglas operativas en cada caso.—Teorema 1.º: Para extraer la raíz cuadrada de una fracción cuyo denominador es cuadrado perfecto, se extrae la de su numerador exacta ó aproximadamente y se divide por la del denominador.—Corolario: Para extraer la raíz cuadrada de un número decimal compuesto de un número par de cifras decimales, se opera como si fuera entero, y de la raíz cuadrada se separa la mitad del número de cifras decimales.—Teorema 2.º: La raíz cuadrada de una fracción irreductible cuyo denominador no es cuadrado perfecto, se extrae, convirtiéndola en otra que cumpla esta condición. Corolario: Para extraer la raíz cuadrada de un número decimal cumpuesto de un número impar de cifras decimales, se le agrega un cero y se opera como en el caso en que dicho número es par. (Párrafo 188.)

Números concretos.—Problemas que se resuelven por la correlación de unidades métricas.—1.º Pasar de capacidad á volumen y al contrario.—2.º Conocido el volumen, calcular el peso y al contrario. 3.º Hallar el peso de un cuerpo, conocida su capacidad, y al contrario. (Párrafo 264.)

18

Máximo común divisor de varios números.—Principio fundamental.—Teorema: El m. c. d. de varios números no se altera sustituyendo dos de ellos por su m. c. d.—Procedimiento.—Teoremas relativos al m. c. d. de varios números.—Teorema 1.º: Todo divisor de varios números lo es de su m. c. d.—Teorema 2.º: Si se multiplican ó dividen varios números por otros, su m. c. d. queda multiplicado ó dividido por este otro.—Corolario: Si se dividen varios números por su m. c. d., los cocientes son primos entre sí.—Recíproca.

Mínimo común múltiplo de varios números.—Principio fundamental.—Teorema: El m. c. m. de varios números no se altera si sustituímos dos de ellos por su m. c. m. Procedimiento.—Teoremas relativos al m. c. m. de varios números.—Teorema 1.º: Todo múltimo de varios números lo es de su m. c. m.—Teorema 2.º: Si se multiplican ó dividen varios números por otro, su m. c. m. queda multiplicado ó dividido.—Teorema 3.º: Si se divide el m. c. m. de varios números por cada uno de ellos, los cocientes son primos entre sí.—Recíprocamente. (Párrafos 88 al 91 y 93 al 96.)

Operaciones con los números inconmensurables.—Medida de la magnitud inconmensurable.—Definición.—Qué otros números inconmensurables pueden considerarse en la Aritmética además de los procedentes de medir la magnitud. (Párrafo 206.)

19

Investigación de los divisores de un número.—Divisibilidad por descomposición.—Teorema: La condición necesaria y suficiente para que un número divida á otro, es que no contenga factores primos distintos de este otro ni los contenga con mayores exponentes.—Determinación en factores primos del m. c. d. y del m. c. m.—Teorema 1.º: El m. c. d. de varios números es el producto de sus factores primos comunes, afectados del menor exponente.—Teorema 2.º: El m. c. m. de varios números es el producto de todos los factores primos, afectados de mayor exponente. (Párrafos 104 al 106.)

Reglas para operar con los números concretos, aplicadas al sistema métrico. Adición.—Regla.—Substracción, regla.—Multiplicación.—Definición.—Cuestión práctica que resuelve esta operación: Conocido un número concreto que expresa la equivalencia de una cierta unidad concreta, obtener el que corresponde á otro número concreto de la misma especie que esa unidad.—Regla práctica.—División.—Definición.—Cuestiones que pueden conducir á una división de concretos.—Conocido un número concreto equivalente á una cierta unidad, hallar la equivalencia de otro concreto de la misma especie que el primero.—Regla.—Conocido un número concreto, al cual equivale otro segundo, también concreto y de cualquier especie, hallar la equivalencia de una unidad de la especie del primero de estos números.—Regla. (Párrafos 259 al 262.)

20

Alteración de fracciones.—Teorema 1.º: Si se suman término á término varias fracciones desiguales, la fracción resultante está comprendida entre ambas.—Corolario: Si se suman término á término varias fracciones desiguales, la fracción resultante está comprendida entre la mayor y la menor.—Teorema 2.º: Si añadimos un mismo número á los dos términos de una fracción, la resultante se aproxima á la unidad.—Escolio.—Corolario: Si de los dos términos de una fracción se resta un mismo número, la fracción resultante se aleja de la unidad.—Adición de fracciones.—Definición.—Casos elementales de adición.—1.º Sumar fracciones que tengan el mismo denominador.—2.º Sumar fracciones de distinto denominador.—3.º Sumar un entero y una fracción.—Adición de fracciones implícitas.—Escolio: Otro procedimiento.—Substracción: Definición.—Casos elementales de la substracción.—1.º Restar dos fracciones de igual denominador.—2.º Restar dos fracciones cualesquiera.—3.º Restar de un número entero una fracción.—Escolio.—4.º Restar un número entero de una fracción impropia.—Substracción de fracciones implícitas.—Escolio. (Párrafos 121 al 128.)

Regla de aligación.—Definición de mezcla.—Aleación, lingote, precio y ley, regla de aligación.—Problema directo de las aleaciones.—Conociendo los pesos de los metales que entran en una aleación y sus leyes respectivas, determinar la ley de la aleación.—Problema inverso.—Fijada la ley de una aleación y conocidas las leyes de los metales que han de formarla, hallar los pesos de los que deben alearse.—Caso 1.º—Teorema: Los pesos de dos metales aleados son inversamente proporcionales á las diferencias entre sus leyes respectivas y la ley de la aleación.—El problema es indeterminado; puede ser determinado cuando se conoce la suma ó diferencia de los pesos de los metales aleados.—Caso 2.º—Cuando son más de dos los metales aleados, aumenta la indeterminación del problema; solución que tiene. (Párrafos 297 y 300.)

21

Substracción.—Definiciones.—Algoritmo.—Artificio substractivo.—Casos 1.°, 2.° y 3.°—Observaciones: 1.ª Orden de la operación; 2.ª Reducción á un solo caso; 3.ª Aumento ó disminución de los términos.—Prueba de la resta y nueva prueba de la suma.

Substracciones complejas.—Teorema 1.°: Para restar de un número la suma de otros varios, se resta el primer sumando; del resultado se resta el segundo, y así sucesivamente hasta el último de ellos.—Teorema 2.°: Para restar de un número la diferencia indicada de otros dos, se agrega al minuendo el menor de ellos y de la suma se resta el mayor.—Teorema 3.°: Para restar de un número el resultado de una serie de sumas y restas, basta agregarle los sustraendos, restando, sucesivamente, del resultado cada uno de los minuendos.

Suma y resta combinadas.—Teorema 1.°: Para sumar á un número la diferencia indicada de otros dos, se suma á dichos números el minuendo, y del resultado se resta el sustraendo.—Teorema 2.°: Para sumar á un número otro, expresado por una serie de sumas y restas, basta agregarle, sucesivamente, los sumandos, y de la suma restar en igual forma los sustraendos. — Aplicaciones $(a + b) + (a - b)$; $(a + b) - (a - b)$. — Escolio.

Complemento aritmético. — Modo de hallarle.—Aplicaciones con ejercicio. (Párrafos 30 al 42.)

Números inconmensurables — Teoría de los límites.—Definición.—Consecuencias: Límite de una variable; expresión de una variable.—Ejemplo notable de límite.—Proposiciones relativas á los límites. Teorema 1.°: Dos cantidades variables que permanecen constantemente iguales tienen el mismo límite.—Teorema 2.°: Si dos cantidades constantes están comprendidas entre dos variables cuya diferencia pueda ser tan pequeña como se quiera, dichas constantes son iguales.—Teorema 3.°: El límite de la suma de varias variables es la suma de sus límites. Escolio: El número de sumandos ha de ser limitado.—Corolario: El límite de la diferencia de dos cantidades variables es la diferencia de sus límites.—Teorema 4.°: El límite del producto de varios factores variables es el producto de los límites.—El número de factores ha de ser limitado.—Corolario 1.°: El límite de la potencia de una cantidad variable es la potencia de igual grado del límite de dicha variable.—Corolario 2.°: El límite del cociente de dos variables es el cociente de los límites.—Corolario 3.°: El límite de la raíz cuadrada de una variable es la raíz del mismo grado del límite de la variable.—Escolio general: El límite del resultado de una operación cualquiera es el de la misma operación efectuada con los límites. (Párrafos 203 al 206.)

Descuento. — Definiciones. — Fundamento del descuento.—Descuento comercial. (Párrafos 283 al 285.)

22

Multiplicación.—Definición.— Algoritmo.—Consecuencias inmediatas de la definición: 1.ª Cuando uno cualquiera de los factores se iguala á la unidad.—2.ª Cuando uno de los factores se reduzca á cero.—Artificio de la multiplicación.—Casos de la multiplicación: 1.° Multiplicación de dos números de una sola cifra. 2.° Multiplicación de un número de varias cifras por otro de una sola.—Casos particulares: 1.° Multiplicación de un número cualquiera por la unidad seguida de ceros.—2.° Multiplicación de un número cualquiera por una cifra significativa, distinta de la unidad, seguida de ceros.—Caso general.—Multiplicación de un número de varias cifras por otro de varias cifras.—Casos en que los factores terminan en ceros: 1.° Si el multiplicador es un número terminado en ceros.—2.° Si ambos factores terminan en ceros. Observación: Diferencia que existe entre los papeles que desempeñan el multiplicando y el multiplicador.—Teorema: El orden de los factores no altera el producto.—Prueba de la multiplicación. (Párrafos 42 al 52.)

Extracción de la raíz cuadrada de un número entero ó fraccionario con una aproximación dada.—Raíz cuadrada con aproximación fijada.—Definición.—Procedimiento general.—Teorema: La raíz de un número N en menos de $\frac{1}{q}$ se encuentra extrayendo la raíz en menos de una unidad del producto Nq^2 y dividiéndolo por q.—Corolario 1.°: La raíz cuadrada de un número entero con un error menor que $\frac{1}{10^q}$ se halla escribiendo $2q$ ceros á su derecha y separando de la raíz cuadrada del número así formado q cifras decimales. Corolario 2.°: La raíz cuadrada de una fracción ordinaria en menos de $\frac{1}{10^q}$ se obtiene reduciendo la fracción á decimal con $2q$ cifras decimales, prescindiendo de la coma, y en la raíz del número así formado, separando el número de cifras decimales pedidas.—Corolario 3.°: Para hallar la raíz cuadrada de un número decimal en menos de $\frac{1}{10^n}$ se toman $2n$ cifras decimales, prescindiendo de las de orden inferior ó agregando ceros si no hubiera número suficiente, y se extrae después la raíz cuadrada del número decimal que así se obtiene.—Raíz cuadrada de los números implícitos. — Procedimiento general y casos particulares.—Raíz de un producto de números cuadrados perfectos. — Raíz de un cociente.—Raíz de una potencia par. (Párrafos 189 al 192.)

23

Multiplicación.—Múltiplo de un número. — Equimúltiplos. — Multiplicación cuando los factores son implícitos.—Teorema 1.°: El producto de la suma de varios números por otro es igual á la suma de los productos de todos los sumandos por el mismo multiplicador.—Corolario: Para multiplicar un número por una suma se multiplica dicho número por cada uno de los sumandos y se suman los productos obtenidos.—Escolio: Sacar factor común.—Teorema 2.°: El producto de la diferencia de dos números por un tercero es igual á la diferencia de los productos del minuendo y el sustraendo por dicho tercer número. — Corolario: Para multiplicar un número por la diferencia de otros dos, se multiplica por el minuendo y sustraendo y del primer producto se resta el segundo.—Escolio: Para multiplicar dos sumas entre sí, basta multiplicar los sumandos de cada una de ellas por cada uno de los de la otra y se suman los productos obtenidos.—Producto de varios factores.—Definición.—Algoritmo. — Potencia. — Exponente. — Potencias de base 10.—Teorema 1.°: En un producto de varios factores puede invertirse el orden de éstos sin que se altere el producto.—Corolario 1.°: En un producto de varios factores puede reemplazarse cualquier número de ellos por su producto efectuado y recíprocamente, un factor cualquiera puede sustituirse por otros á cuyo producto sea igual.—Corolario 2.°: Para multiplicar un número por el producto indicado de varios factores, se le multiplica sucesivamente por cada uno de ellos.—Corolario 3.°: Para multiplicar el producto indicado de varios factores por un número, basta multiplicar cualquiera de los factores por dicho número.—Escolio: Papel de los factores en los dos últimos casos.—Corolario 4.°: Para multiplicar entre sí dos ó más productos de varios factores se forma un solo producto con los factores de todos ellos. Corolario 5.°: El producto de varias potencias de un mismo número es otra potencia de este número, indicada por un exponente igual á la suma de los exponentes de los factores. (Párrafos 52 al 55.)

Potencias.—Cubo de un número.—Definición.—Teoremas relativos al cubo.—Teorema 1.°: El cubo de la suma de dos números es igual al cubo del primero, más el triplo del cuadrado del primero por el segundo, más el triplo del primero por el cuadrado del segundo, más el cubo del segundo.—Cubo de una diferencia.—Corolario 1.°: Cubo de un número compuesto de decenas y unidades.—Corolario 2.°: La diferencia de los cubos de dos números consecutivos es igual al triplo del cuadrado del menor, más el triplo de este menor, más una unidad. (Párrafos 178 al 180.)

24

División.—División por exceso.—Resto por defecto y por exceso.—División de números expresados en forma implícita. Teorema 1.°: Para dividir un producto indicado por uno de sus factores se suprime éste.—Corolario: Para dividir un producto por un número que sea divisor de uno de los factores del producto, basta dividir dicho factor por el expresado número, conservando los demás factores. Teorema 2.°: Para dividir un número cualquiera por un producto de varios factores, se divide dicho número por uno de éstos, el cociente obtenido por el otro factor, y así sucesivamente hasta dividir por el último de ellos.—Teorema 3.°: El cociente de dos potencias de un mismo número es igual á una potencia del mismo número cuyo exponente es la diferencia de los que tienen el dividendo y el divisor.—Escolio: Caso en que dividendo y divisor sean iguales. — Dependencia mutua entre los términos de la división, del cociente y del resto.—Teorema: El cociente de dos números no varía cuando se multiplican los dos términos por el mismo número, pero el resto queda multiplicado. (Párrafos 64 al 67.)

Cuadrado de un número.—Definición. Teoremas referentes al cuadrado.—Teorema 1.°: El cuadrado de la suma de dos números es igual al cuadrado del primero, más el cuadrado del segundo, más el doble producto del primero por el segundo.—Corolario: Cuadrado de la diferencia.—Cuadrado de un número compuesto de decenas y unidades.—Teorema 2.°: La suma de dos números, multiplicada por su diferencia, es la diferencia de cuadrados.—Corolario: La diferencia de los cuadrados de dos números consecutivos es igual al doble del menor, más la unidad. (Párrafos 170 al 177.)

Reducción de números métricos.—Definiciones.—Número complejo é incomplejo; homogéneo y heterogéneo. — Reglas de transformación.—1.ª Incomplejo en otro incomplejo de orden superior é inferior.—2.ª Complejo en incomplejo en orden inferior.—3.ª Complejo en incomplejo de un orden cualquiera.—4.ª Incomplejo en complejo de órdenes inferiores.—5.ª Incomplejo en complejo de órdenes superiores. (Párrafo 262.)

Algebra.

Texto: Salinas y Benítez.—4.ª edición (1905).

1

Nociones fundamentales.—Definiciones y notación simbólica.—Función. Ley matemática.—Problema.—Dependencia entre los datos y las incógnitas.—Casos en que se obtendrá la incógnita en forma explícita.—Idem en forma implícita.—Definición del Algebra.—Concepto cuantitativo y cualitativo de las magnitudes. Notación algebraica.—Necesidad de adoptar signos y símbolos para representar las leyes que ligan las funciones con sus variables.—Ejemplo aclaratorio.—Determinar dos números tales, que el primero aumentado en t es unidades sea igual al duplo del segundo y que el segundo sea igual al primero disminuído en cinco unidades.—Signos que se emplean para expresar las operaciones y relaciones de las cantidades entre sí.—Fórmula. (Párrafos 1 al 7.)

Progresiones por diferencia.—Definiciones: Términos; razón; progresiones crecientes, decrecientes, limitadas, indefinidas y doblemente indefinidas.—Algoritmo.—Propiedades.—Teorema 1.º: En toda progresión, un término es igual á otro anterior á él, más el producto de la razón por el número de los que le preceden á partir del considerado.—Recíproco. Caso en que se tome para comparar un término el primero de la progresión.—Teorema 2.º: Los términos de una progresión por diferencia creciente é indefinida, pueden ser mayores que cualquier cantidad.—Teorema 3.º: La suma de los términos equidistantes de los extremos es constante é igual á la de los extremos. Teorema 4.º: La suma de todos los términos de una progresión limitada es igual á la semisuma de los términos extremos multiplicada por el número de términos de la progresión.—Fórmula de la suma en función del primer término.—Aplicaciones á la suma de la serie natural de los números y á la de los impares.—Interpolación diferencial.—Definición.—Procedimiento y signo de la razón.—Teorema 1.º: Si entre cada dos términos consecutivos de una progresión por diferencia interpolamos el mismo número de medios, resulta una sola progresión.—Teorema 2.º: Si entre dos cantidades a y b se interpolan p—1 medios diferenciales, y después p'—1 entre cada dos términos de la progresión resultante, se hallará una progresión idéntica á la que se hubiera formado interpolando $p.p'$—1 medios entre las dos primeras cantidades. (Párrafos 77 al 81.)

Ecuaciones.—Forma general de una ecuación.—Clasificación de las ecuaciones.—Ecuación de primer grado con una incógnita.—Resolución de la ecuación.—Discusión de la fórmula.—Primer caso: Indeterminación.—Segundo caso: Imposibilidad. (Párrafos 118, 119, 123 y 124.)

Regla de cálculo.—Uso en el problema directo de logaritmos.

2

Cualidad de la magnitud.—Definición. Cantidades positivas y negativas.—Ejemplos para aclarar la diferencia que existe entre aquéllas y éstas.—Relaciones entre los valores de una magnitud.—Valores absolutos y relativos.—Efecto producido por la reunión de los números que miden dos estados, uno positivo y otro negativo, de una misma magnitud.—Proposiciones que se deducen del carácter opuesto de las cantidades positivas y negativas.—1.ª Toda cantidad negativa es menor que cualquiera otra positiva.—2.ª Toda cantidad negativa es menor que cero.—3.ª De dos cantidades negativas es menor la que tiene mayor valor absoluto.—Algoritmo algebraico. (Párrafos 7 al 10.)

Transformaciones que puede experimentar una ecuación.-Objeto de las transformaciones.—Teoremas fundamentales de transformación.—Teorema 1.º: Cuando á los dos miembros de una ecuación se les agrega ó resta una misma cantidad numérica ó algebraica, se obtiene una ecuación equivalente.—Corolario: En toda ecuación puede suprimirse un término cualquiera de un miembro, llevándole al otro con signo contrario.—Teorema 2.º: Una ecuación se transforma en otra equivalente si se multiplican los dos miembros por una misma expresión numérica ó algebraica, siempre que ésta no contenga las incógnitas y sea distinta de cero y del infinito.—Corolario: Cuando algunos términos son fraccionarios y los denominadores no contienen ninguna incógnita, dicha ecuación puede transformarse en otra equivalente cuyos términos sean enteros.-Escolio: Caso de que en una ecuación con una sola incógnita, algún término tenga la incógnita en el denominador, si la ecuación tiene más de una incógnita, no puede asegurarse que quitando denominadores se obtenga una ecuación equivalente cuando en ellos entra alguna de las incógnitas.—Teorema 3.º: Los dos miembros de una ecuación pueden dividirse por una cantidad, siempre que ésta no contenga á las incógnitas y sea distinta de cero ó infinito.—Teorema 4.º: Si se elevan los dos miembros de una ecuación á una misma potencia, la nueva ecuación que resulta no es, en general, equivalente á la primera.—Teorema 5.º: Si se extraen raíces de igual orden de los dos miembros de una ecuación, pueden perderse algunas soluciones; comprobación extrayendo las raíces cuadradas en la ecuación $A^2=B^2$. (Párrafos 116 al 118.)

Problema.—Hallar un número que aumentado en nueve veces su inverso, sea igual á 3. (Párrafo 162, problema 5.º)

Regla de cálculo.—Uso en el problema inverso de logaritmos.

3

Elevación á potencias.—Definición.—Algoritmo.—Potencia de un monomio.—Regla.—Fórmula de la potencia de un binomio; sus ventajas.—Procedimiento para su determinación; ley de formación de los coeficientes; su determinación sucesiva y forma general.—Fórmula de la potencia de un binomio. (Párrafos 64 al 66, y del 67 hasta las observaciones.)

Propiedades de los logaritmos.—Proposiciones generales.—Teorema 1.º: El logaritmo de un producto es la suma de los logaritmos de los factores.—Generalización á un número cualquiera de factores.—Corolario 1.º: El logaritmo de un cociente es igual al logaritmo del dividendo menos el logaritmo del divisor; el logaritmo de una fracción es igual al logaritmo del numerador menos el logaritmo del denominador.—El logaritmo de un número entero es igual y de signo contrario al de su inverso.—Corolario 2.º: El logaritmo de una potencia de un número es igual al exponente por el logaritmo de la base.—Corolario 3.º: El logaritmo de la raíz de un número es igual al logaritmo del número dividido por el índice de la raíz. (Párrafo 93, hasta el teorema 2.º)

Problema.—El número de centinelas de un castillo es tal, que el producto de los dos números inmediatamente superiores á él, iguala á 13, más 15 veces ese mismo número que quiere calcularse.—(Párrafo 162, problema 4.º)

4

Progresiones por cociente.—Interpolación proporcional.—Definición, procedimiento.—Teorema 1.º: Si entre cada dos términos de una progresión se interpola el mismo número de medios, resulta una sola progresión.—Teorema 2.º: Si entre a y b interpolamos p—1 medios proporcionales y después interpolamos p'—1 medios entre cada dos términos de la progresión formada, resulta una progresión igual á la formada interpolando $p.p'$—1 entre a y b.—Teorema 3.º: Interpolando un número suficientemente grande de medios proporcionales entre los términos de una progresión por cociente, podremos conseguir que la diferencia entre dos términos consecutivos de la nueva progresión sea tan pequeña como se quiera. (Párrafo 85.)

Transformaciones que puede experimentar un sistema de ecuaciones.—Objeto de la transformación.—Transformaciones aisladas.—Idem de combinación.—Teorema 1.º. En un sistema de ecuaciones puede sustituirse una de ellas por la que resulte de sumarla, miembro á miembro, con otra cualquiera del sistema.—Corolario: Una ecuación de un sistema puede reemplazarse por la que resulte sumándola algebraicamente y miembro á miembro, con varias de las demás.—Teorema 2.º: En un sistema de ecuaciones puede en general sustituirse una de ellas por la que se obtiene multiplicándola, miembro á miembro, con otra cualquiera del sistema.—Corolario: En un sistema puede en general reemplazarse una ecuación por la que resulte de multiplicarla, miembro á miembro, por cualquiera de las demás.—Teorema 3.º: Una ecuación de un sistema puede en general reemplazarse por la que resulte de dividirla, miembro á miembro, por otra del sistema.—Teorema 4.º: En un sistema de ecuaciones puede sustituirse una de ellas por la que se obtenga sumándole ó restándole las potencias de igual grado de los dos miembros de otra cualquiera del sistema.—Corolario: Una ecuación puede sustituirse por la obtenida sumándole algebraicamente las potencias de otras varias del sistema, multiplicadas por números cualesquiera, siempre que sean los mismos los grados y los factores de los miembros de cada una.—Teorema 5.º: En un sistema de ecuaciones no es posible en general reemplazar una por la que resulte de sumarle ó restarle ordenadamente las raíces de igual orden de otra del sistema. (Párrafos 120 al 123.)

Problema.—El denominador de una fracción ordinaria irreducible excede en seis unidades á su numerador, y toda ella en $\frac{1}{12}$ á la que se obtiene disminuyendo una unidad á los dos términos.—¿Cuál es esta fracción? (Párrafo 162, problema 3.º)

Regla de cálculo.—Uso en el producto de dos factores.

5

Fórmula de la potencia de un binomio. Propiedades de esta fórmula.—1.ª El desarrollo obtenido es un polinomio homogéneo y del grado m, respecto á las letras a y x.—2.ª El coeficiente de un término multiplicado por el exponente de x en el mismo y dividido por el de a más una unidad, es el coeficiente del siguiente.—3.ª El denominador de cada coeficiente es el producto de la serie natural de los números, hasta el que indica los términos que preceden al considerado, y el numerador el producto de otros tantos factores sucesivos, descendentes á partir de m. 4.ª El número total de términos es $m + 1$. 5.ª Los términos equidistantes de los extremos tienen igual coeficiente.—6.ª Los coeficientes aumentan desde el primero hasta el del término medio, si m es par, ó hasta el último de la primera mitad, si es impar.—7.ª La forma del desarrollo $(x - a)^m$ es igual á la de $(x + a)^m$ siendo alternativamente positivos y negativos los términos.—8.ª La suma de los coeficientes es igual á 2^m y la suma de los de lugar par es igual á los de lugar impar. (Párrafo 67, observaciones.)

Logaritmo y sus aplicaaiones.—Preliminares.—Definición de logaritmo; restricción de la definición á las progresiones propuestas; extensión de la misma al logaritmo de un número interpolado en la progresión por cociente; condición para que un número conmensurable y mayor que uno pueda formar parte de la progresión por cociente, cuya razón es un número entero y cuyo primer término es la unidad: condición para que un número conmensurable y menor que la unidad pueda formar parte de la progresión por cociente cuya razón es un número entero y cuyo primer término es la unidad; todo número conmensurable puede entrar en la progresión por diferencia si r es conmensurable.—Sistema de logaritmos.—Un número tiene infinitos logaritmos y un mismo logaritmo lo es de infinidad de números.—Base del sistema.—Algoritmo de los logaritmos comunes y neperianos.—Consecuencias: 1.ª En todo sistema de logaritmos, el logaritmo de la unidad es cero y el logaritmo de la base es la unidad.—2.ª Si la base es mayor que 1, á mayor número corresponde mayor logaritmo.—El logaritmo de infinito es infinito.—El logaritmo de cero es menos infinito.—Consecuencias si la base es menor que 1.—Los números negativos carecen de logaritmo. (Párrafos 88 al 93.)

6

Potencias y raíces de las expresiones algebraicas. — Elevación á potencias.— Fórmula de la potencia de un polinomio. Notaciones.

$$1.^a \quad \sum_{n=m'}^{n=m} f(n) \qquad 2.^a \quad \prod_{n=m}^{n=m'} f(n)$$

Aplicación de estas notaciones á la fórmula del binomio.—Nueva expresión del término general del binomio.—Empleo de la última notación en la fórmula del binomio.—Fundamentándose en ella, hallar el desarrollo de la fórmula

$$(a + b + c + d + ... + l)^m$$

Aplicar el desarrollo obtenido al cuadrado y al cubo de un polinomio.—Variación de las potencias de una cantidad.—Teorema 1.º: Las potencias sucesivas de una cantidad mayor que la unidad, son mayores que la unidad y crecen ilimitadamente.—Teorema 2.º: Las potencias sucesivas de una cantidad menor que la unidad, son menores que la unidad y decrecen, siendo su límite cero. (Párrafos 68 al 70.)

Ecuaciones de segundo grado con una incógnita.—Resoluciones de la ecuación completa.—Forma general de la ecuación.—Obtención de la fórmula.—Regla. Casos particulares en que $a = 1$ y $b = 2b$. Discusión de la fórmula general que da las raíces.—Relaciones entre los coeficientes y las raíces.—Modo de hallar dos números cuyo producto y suma se conocen. (Párrafos 150 al 153.)

Regla de cálculo.—Uso en el producto de varios factores.

7

Tablas de logaritmos decimales.—Definición.—Descripción de las tablas: Sencillas y de doble entrada; tabla primera de Schron; partes de que consta; error con que están calculados los logaritmos; trazo horizontal; disposiciones de la primera parte; ídem de la segunda y tercera; asteriscos; diferencias tabulares: tablas de partes proporcionales; índice para hallar un número ó un logaritmo dado. (Párrafos 96 y 98.)

Teoría de las desigualdades.—Principios fundamentales.—Definición.—Una desigualdad no cambia de sentido ó no se altera sumando ó restando una misma cantidad á sus dos miembros.—Consecuencias de este principio.—Una desigualdad no se altera multiplicando ó dividiendo sus dos miembros por una cantidad positiva, y cambian de sentido multiplicando ó dividiendo dichos miembros por una negativa.—Consecuencia: Qué debe hacerse al cambiar de signo á todos los términos de la desigualdad.—Pueden elevarse los dos miembros de una desigualdad á una potencia cualquiera de grado impar; y á una potencia de grado par, cuando sus miembros sean positivos.—Se puede extraer raíces de orden impar de los dos miembros de una desigualdad cualquiera, y raíces de orden par, cuando sus miembros sean positivos y se tomen las raíces positivas.

Combinación de desigualdades.—1.ª Puede sumarse, miembro á miembro, varias desigualdades que se verifiquen en el mismo sentido.—2.ª Se puede restar, miembro á miembro, dos desigualdades que se verifiquen en sentido contrario, dando á la desigualdad-diferencia el signo de la que hace de minuendo.—3.ª Pueden multiplicarse, miembro á miembro, varias desigualdades que se verifiquen en el mismo sentido y cuyos miembros sean todos positivos.—4.ª Pueden dividirse miembro á miembro dos desigualdades que se verifiquen en sentido contrario, y cuyos miembros sean todos positivos, dando á la desigualdad-cociente el signo de la desigualdad-dividendo ó signo conntrario á la de divisor.—Combinaciones de igualdades con desigualdades.—Demostrar: 1.º Una igualdad puede sumarse, miembro á miembro, con varias desigualdades que se verifiquen en el mismo sentido.—2.º Una igualdad y una desigualdad pueden restarse, miembro á miembro, dando á la desigualdad-diferencia el signo de la desigualdad-minuendo ó signo contrario al de la sustraendo.—3.º Una desigualdad de miembros positivos se puede multiplicar ordenadamente con varias desigualdades que se verifiquen en igual sentido y cuyos miembros sean también positivos.—4.º Una igualdad y una desigualdad que cumplan con esta última condición, puede dividirse entre sí, miembro á miembro, ligando los cocientes por el signo de la desigualdad dividendo ó por el opuesto de la desigualdad divisor.—Desigualdades de primer grado con una incógnita.—1.º Resolver una sola desigualdad.—2.º Resolver varias desigualdades con una sola incógnita. (Párrafos 141 al 145.)

8

Uso de las tablas de logaritmos.—Principios fundamentales.—Teorema 1.º El logaritmo de un número comprendido entre dos enteros consecutivos de la tabla, es aproximadamente igual al logaritmo del número inferior inmediato más el producto de la diferencia tabular, por la que existe entre este último número y el propuesto.—Causas de error y límite. Teorema 2.º El número correspondiente á un logaritmo comprendido entre dos consecutivos de las tablas, es aproximadamente igual al número entero que corresponde al logaritmo inferior inmediato más el cociente de dividir por la diferencia tabular, la que existe entre este último logaritmo y el logaritmo dado.—Causas de error y límite. (Párrafo 99.)

Sistemas generales de ecuaciones de primer grado.—Diferentes clases de sistemas.—1.º Forma determinada.—2.º Forma indeterminada.—3.º Forma de incompatibilidad.—*Primera clase.*—Regla para resolver el sistema.—Observaciones.—1.ª Caso en que es determinado.—2.ª Idem indeterminado.—3.ª Idem imposible.—4.ª Modo de efectuar la eliminación en la práctica.—5.ª Casos particulares.

Resolver el sistema de ecuaciones siguiente:

$$4x + 3y - 5z = 8$$
$$5x + 6y - 2z = 47$$
$$2x - 4y + 9z = 23$$

(Párrafos 135 al 137.)

Problema.—Hallar un número que dividido por el exceso sobre la unidad de otro número dado a, y multiplicando el cociente por el cuadrado de ese mismo número conocido, dé un producto igual á dicho cociente, más 8. (Párrafo 140, problema 8.º)

9

Operaciones elementales con las expresiones algebraicas y propiedades de los polinomios enteros.—Preliminares.—Objeto del cálculo algebraico.—Carácter de las operaciones algebraicas.—Adición.—Definición.—Algoritmo de la operación. Procedimiento operativo.—Casos: 1.º Adición de monomios.—2.º Adición de monomio y polinomio.—3.º Adición de polinomios.—Regla general para sumar varias expresiones algebraicas.—Consecuencias.—Substracción.—Definición.—Algoritmo de la operación.—Procedimiento operativo.—Regla para restar dos expresiones algebraicas.—Consecuencias: 1.ª Un polinomio cualquiera puede considerarse como la expresión de la diferencia de otros dos.—2.ª Todo polinomio equivale á la diferencia entre la suma de sus términos positivos y negativos.—3.ª Todos los términos de cualquier polinomio pueden encerrarse en un paréntesis, con diversos signos, afectando á dicho paréntesis del signo menos. (Párrafos 26 al 36.)

Interpretación, en concreto, de los valores de las incógnitas.—Consideraciones generales.—Problemas diversos. (Párrafos 139 y problemas del 1 al 10 del párrafo 140.)

Regla de cálculo.—Uso para dividir dos números.

10

Cálculo logarítmico.—Utilidad del empleo de los logaritmos en los cálculos numéricos.—Potencias de exponente considerable; raíces del grado superior al tercero; fórmula calculable por logaritmos; cuadros logarítmicos.—Multiplicación.—División: conversión de las restas en sumas por el cologaritmo.—Potencia; caso en que el logaritmo es negativo.—

Raíz; caso en que la característica del logaritmo es negativa y no divisible por el índice. (Párrafos 102 al 107.)

Ecuaciones de primer grado.—Forma indeterminada.—Número de soluciones. Caso en que el sistema será imposible. Regla.—Resolver el sistema de ecuaciones siguiente:

$$2x + 3y - 4z + 2u = -6$$
$$4x - 3y + 2z - 3u = 7$$

Forma de incompatibilidad.—Caso en que existen coeficientes indeterminados. Ecuaciones de condición.—Caso en que el sistema es determinado ó indeterminado.—Regla.—Resolver el sistema de ecuaciones siguiente:

$$x + y = 3 + 2b$$
$$x - y = 2a - 1$$
$$bx - ay = a^2 + b^2$$
$$ax + by = a^2 + b^2 + 5$$

determinando los valores de a y b que hacen soluble el sistema. (Párrafos 137 al 139).

11

Operaciones algebraicas.—División.—Definición.—Algoritmo de la operación. Procedimiento operativo.—Casos: 1.° División de dos potencias de una misma cantidad.—2.° División de monomios enteros.—3.° División de un polinomio por un monomio.—División de un monomio por un polinomio.—4.° División de dos polinomios.—Observaciones: 1.ª No hay necesidad de escribir el producto del primer término del divisor por cada término del cociente.—2.ª Qué se hace cuando la letra ordenatriz entra en varios términos del dividendo y divisor con iguales exponentes.—3.ª Grado del cociente.—4.ª Dividendo y divisor homogéneos.—5.ª Ordenación del dividendo cuando carece de alguna potencia la letra ordenatriz.—6.ª Caso en que el cociente de dos polinomios es un monomio. Condiciones para que un polinomio sea divisible por otro.—División inexacta. (Párrafos 42 al 48.)

Interpretaciones en concreto de los valores de las incógnitas.—Consideraciones generales; condiciones á que deben satisfacer las soluciones; significación de las formas $\frac{m}{o}$ y $\frac{o}{o}$ carácter de las cantidades positivas y negativas.—Aplicación al siguiente problema: Dos móviles parten al mismo tiempo de los puntos A y B que distan d metros y recorren la recta que los une, con movimiento uniforme y en el sentido AB; sus velocidades son respectivamente v y v' metros por segundo, y se pide la distancia del punto A al de encuentro.—Interpretación de los resultados según sea: 1.° $v > v'$; 2.° $v = v'$; 3.° $v < v'$; generalización cuando los móviles no parten precisamente de A y B, sino que se mueven desde tiempo indefinido. 4.° Si dichos móviles marchan en sentidos opuestos; y 5.° Discutir el problema para $d=O$. (Párrafo 139 y problema 10 del 140.)

Regla del cálculo.—Uso para hallar el número inverso de otro dado.

12

Operaciones algebraicas.—Casos particulares de la división.—1.° Dividir $x^m - a^m$ por $x-a$.—2.° Dividir $x^m + a^m$ por $x-a$.—3.° Dividir $x^m - a^m$ por $x+a$.—4.° Dividir $x^m + a^m$ por $x+a$. Determinando en cada caso la ley del cociente y la condición de divisibilidad. (Párrafo 48.)

Propiedades de los logaritmos.—Teorema 2.°: Cuanto mayores son dos números y menor su diferencia, tanto menor es la diferencia de sus logaritmos.—Teorema 3.°: Las diferencias de dos números no son proporcionales á las diferencias de sus logaritmos; pero esta proporcionalidad es tanto más aproximada cuanto mayores son los números y menor su diferencia. (Párrafo 93, desde el teorema 2.°)

13

Operaciones elementales con las expresiones algebraicas.—Fracciones algebraicas.—Definición.—Algoritmo de las expresiones fraccionarias.—Transformaciones y procedimiento operativo; simplificación y reducción á un común denominador.—Operaciones con las fracciones. Suma, resta, multiplicación y división. Formas simbólicas que proceden de la fracción.—Forma $\frac{a}{o}$; ejemplo: condición para que un producto de dos factores se convierta en cero.—Forma $\frac{o}{b}$; ejemplo. Forma $\frac{o}{o}$; ejemplo: verdadero valor que se presenta bajo esta forma. (Párrafos 49 al 53.)

Teoría elemental de la alineación.—Definición.—Necesidad de la eliminación.—Método de sustitución.—Método de igualación.—Método de reducción. (Párrafos 125 al 130.)

Problema.—En una reunión de doce personas se ha hecho una colecta para los pobres; habiendo dado cada mujer cuatro pesetas y cada hombre seis; la suma total asciendo á 65 pesetas. ¿Cuántos hombres y cuántas mujeres había? (Párrafo 140, problema 1.°)

Regla de cálculo.—Uso para obtener el cuadrado de un número.

14

Propiedades de los polinomios enteros. Definición.—Teoremas relativos á los polinomios enteros.—Teorema 1.°: Si un polinomio entero, con respecto á la letra x, se anula cuando á esta letra se le da el valor a, dicho polinomio es divisible por $x-a$.—Teorema 2.°: Si un polinomio entero y del grado m, con relación á x, se anula para m valores de esta letra, dicho polinomio es un producto de m factores de la forma $x-a$, y de un factor independiente de x.—Corolario: Si un polinomio entero se anula para más de m valores de su variable, el factor independiente es cero.—Definición del polinomio idénticamente nulo.—Teorema 3.° Si un polinomio entero se anula para más valores de su variable que el grado, es idénticamente nulo, es decir, tiene sus coeficientes iguales á cero.—Teorema 4.° Si dos polinomios enteros, con relación á x, se hacen iguales para más de m valores de x, siendo m el mayor de los grados de ambos polinomios, éstos son idénticos.—Teorema 5.° Todo polinomio entero puede descomponerse de un solo modo en dos partes, de las cuales una contenga como factor á otro polinomio dado, y la otra sea un polinomio de grado inferior al segundo de los que se consideran. (Párrafos 53 á 55.)

Ecuaciones de segundo grado con una incógnita.—Diversas clases de raíces.—Discusión.—Casos: 1.° $b^2 - 4ac > o$: 2.° $b^2 - 4ac = o$: 3.° $b^2 - 4ac < o$.—Signo de las raíces:

$$c > o \begin{cases} b > o \\ b < o \end{cases} \qquad c < o \begin{cases} b > o \\ b < o \end{cases}$$

Deducir el número de raíces positivas ó negativas por el número de variaciones ó permanencias de la ecuación. (Párrafos 153 al 155.)

Problema.—Hallar un número de dos cifras en el cual el cuádruplo de la cifra de las unidades exceda en una unidad al triplo de la cifra de las decenas, y que restando el número invertido, se tenga por resto 36. (Párrafo 140, problema 2.°)

Regla de cálculo.—Uso para extraer la raíz cuadrada de un producto.

15

Propiedades de los polinomios enteros.—Método de los coeficientes indeterminados.—Problema: Hallar el cociente de dividir un polinomio P entero, con relación á x, por el binomio $x-a$; ley de formación de los términos del cociente y del resto.—Propiedades que resultan.—Recíproco del teorema 1.°—Si un polinomio entero, con respecto á una letra x, es divisible por el binomio $x-a$, dicho polinomio se anula cuando se sustituye en él x por a.—Escolio: Necesidad de que el polinomio sea completo; caso en que sólo quiera conocerse el resto. (Párrafo 55.)

Interpretación de las raíces en la resolución de los problemas.—Caracteres de esta interpretación.—Aplicación de las consideraciones relativas á las ecuaciones de segundo grado; duplicidad de valores de las incógnitas; valores inconmensurables é imaginarios.—Aplicación al problema siguiente: Hallar en la recta que une dos focos luminosos A y B, el punto donde debe colocarse una pantalla para que reciba cantidades iguales de luz.—Discusión de la fórmula: 1.° $a > b$; 2.° $a = b$; 3.° $a < b$ y estos mismos casos para $d = o$. (Párrafos 161 y 162, problema 6.°)

Problema.—Un comerciante paga por un viaje un número tal de duros, que si de tres veces la suma satisfecha, valuada en pesetas, se resta su mitad, la diferencia excede á 768 pesetas, precisamente en esa suma cuyo valor quiere calcularse. (Párrafo 140, problema 3.°)

Regla de cálculo.—Uso para obtener el cubo de un número dado.

16

Potencias y raíces de las expresiones algebraicas.—Cálculo de las cantidades radicales.—Definición.—Algoritmo.—Necesidad de operar directamente con los radicales. (Párrafos 56 al 59.)

Logaritmos decimales.—Definición.—Propiedades particulares de este sistema. Teorema 1.°: El logaritmo de una potencia de 10 es igual al grado de la potencia. Teorema 2.°: Las unidades enteras y decimales de diversos órdenes son los únicos números conmensurables cuyos logaritmos son igualmente conmensurables.—Teorema 3.°: La característica ó parte entera del logaritmo de un número mayor que la unidad, tiene tantas unidades como cifras enteras, menos una tiene dicho número.—Teorema 4.°: La mantisa ó parte decimal del logaritmo de un número no se altera multiplicando ó dividiendo éste por cualquier potencia de 10. Corolario: Cuando dos números tienen las mismas cifras colocadas en el mismo orden, no difiriendo sino por la posición de la coma, sus logaritmos tienen la misma mantisa.—Teorema 5.°: La característica del logaritmo de un número menor que la unidad tiene tantas unidades negativas como indica el lugar de la primera cifra decimal significativa de la izquierda.—Escolio: transformación de un logaritmo todo negativo en otro que tenga la característica negativa y mantisa positiva; transformación contraria. (Párrafos 94 al 96.)

Problema.—Hallar en la recta que une dos focos luminosos A y B, el punto igualmente iluminado.—Discusión de la fórmula: 1.° $a > b$; 2.° $a = b$; 3.° $a < b$.—4.° La misma discusión para $d = o$. (Párrafo 162, problema 6.°)

17

Raíces de las expresiones algebraicas. Transformación de radicales.—Teorema 1.°: Cuando la cantidad subradical puede descomponerse en dos factores, de los cuales uno sea potencia perfecta del grado que expresa el índice, se simplifica el radical sacando fuera de él como factor la raíz del que es potencia perfecta.—Teorema recíproco.—Radicales semejantes. Teorema 2.°: Un radical no se altera multiplicando el índice y el exponente de la cantidad subradical por un mismo número.—Teorema recíproco. — Corolario: Para reducir varios radicales á un mismo índice, se multiplican el de cada uno y el exponente de su cantidad subradical por el producto de los índices de los demás, y si dichos índices tienen factores comunes, se multiplican por el cociente que resulta de dividir su mínimo común múltiplo por cada uno de ellos.—Operaciones con las cantidades radicales: adición y sustracción, multiplicación, división, potencia, raíz.—Observaciones: 1.ª 2.ª $\left(\sqrt[m]{A}\right)^n$ siendo $m = n. p.$ 3.ª $\left(\sqrt[m]{A}\right)^n$, siendo $m = m'\ p$ y $n = n'\ p$.

Escolio: Caso en que en un radical la cantidad subradical es una potencia, cuyo exponente es un múltiplo del índice.—Observación.—Potencias de exponentes fraccionarios. (Párrafos 60 á 63).

Manejo de las tablas de logaritmos.—Problema directo.—Primer caso: Hallar el logaritmo de un número entero ó decimal que, prescindiendo de la coma no exceda al límite superior de la tabla.—Segundo caso: Hallar el logaritmo de un número entero ó decimal que, prescindiendo de la coma exceda al límite superior de la tabla.—Problema inverso.—Primer caso: Hallar el número correspondiente á un logaritmo que, abstracción hecha de la característica, no está contenido en la tabla. (Párrafos 100 y 101).

Problema.—Encontrar un número primo cuyo quíntuplo disminuído en la mitad del entero inmediatamente inferior á dicho número primo, iguale al cuádruplo del que resulta aumentándole dos unidades. (Párrafo 140, problema 4.°).

18

Potencias y raíces de las expresiones algebraicas.—Cálculo de las cantidades radicales.—Racionalización de los denominadores de ciertas expresiones irracionales.—Casos:

$$1.^{\circ}\ \frac{a}{\sqrt{b}}\quad 2.^{\circ}\ \frac{N}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\quad 3.^{\circ}\ \frac{N}{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}}$$

Casos en que son más de tres los radicales contenidos en el denominador. (Párrafo 63).

Progresiones por cociente.—Definición, términos, razón, clases de progresiones. Algoritmo.—Propiedades.—Teorema 1.° En toda progresión, un término es igual á otro anterior, multiplicado por una potencia de la razón, cuyo exponente es el número de términos que median entre él y el considerado.—Recíproca.—Caso en que se tome el primer término como término de comparación.—Teorema 2.° Los términos de una progresión creciente é indefinida pueden llegar á ser mayores que cualquiera cantidad, y los de una decreciente tienen por límite cero.—Teorema 3.° El producto de los términos equidistantes de los extremos es igual al de estos extremos.—Teorema 4.° El producto de todos los términos, es la raíz cuadrada del producto de los extremos elevado á una potencia, cuyo exponente es el número de términos; aplicaciones. Teorema 5.° La suma de los términos de una progresión limitada, es la diferencia entre el producto del último por la razón y el primero, y dividida por la razón menos la unidad; extensión de la fórmula á los casos en que c es menor ó igual á la unidad; límite de la suma en las progresiones indefinidas. (Párrafos 81 al 84.)

Problema.—Hallar un número que, disminuído en sus tres cuartas partes y aumentado en la sexta, dé dos unidades más que los cinco dozavos de dicho número. (Párrafo 140, problema 6.°)

Regla de cálculo.—Uso para extraer la raíz cúbica de un número dado.

19

Concepto de las operaciones de Álgebra.—Necesidad de nuevas definiciones. Adición. — Definición; procedimiento.—Consecuencias: 1.ª La adición algebraica no supone aumento.—2.ª El orden de sumandos no altera la suma.—3.ª Toda serie de adiciones y substracciones puede considerarse como una suma algebraica. Substracción. - Definición; procedimiento.—Consecuencia: La substracción algebraica no supone disminución en el minuendo. — Multiplicación.—Definición.—Regla de signos.—Producto de varios factores.—Consecuencias: 1.ª El orden de los signos no altera el que corresponde al producto.—2.ª El producto total variará de signo cuando varíe el de uno de los factores.—División.—Definición.—Regla de signos.—Consecuencia: Cuándo variará el signo del cociente y cuándo permanecerá siendo el mismo.—Elevación á potencias.—Definición.—Signo de la potencia.—Extracción de raíces.—Definición.—Signo de la raíz.—Forma imaginaria. (Párrafos 10 al 17.)

Ecuaciones de primer grado.—Ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. Resolución: 1.° Por substitución. — 2.° Por igualación.—3.° Por reducción.—Observaciones: 1.ª El denominador es el mismo en ambos, y el numerador de cada una se obtiene reemplazando en aquél los coeficientes por los segundos miembros. 2.ª Si en las ecuaciones propuestas se sustituye a, b y c por sus correspondientes a', b' y c', y al contrario, la primera ecuación se convierte en la segunda, y al contrario.—3.ª Permutando en las ecuaciones a y a' con b y b' y x con y, el sistema no varía. (Párrafos 131 al 133.)

Problema.—Se han embarcado en un vapor 360 toneladas de carbón, debiendo repartirse por igual entre cada uno de los días que debe durar el viaje; al emprender éste, se navegaron cuatro días á la vela, aumentando así en tres toneladas la cantidad de carbón diponible por día. ¿Cuánto duró la navegación? (Párrafo 162, problema 2.°)

Regla de cálculo.—Uso para obtener las potencias de grado superior al tercero de un número dado.

20

Extracción de raíces.—Definición.—Algoritmo.—Raíces de los monomios.—Regla: Condiciones para que un monomio tenga raíz exacta.—Raíces de los polinomios.—Regla. —Aplicación de la regla á la extracción de la raíz cuadrada de un polinomio.—Condiciones para que un polinomio sea potencia perfecta.—Raíz inexacta de los polinomios.—Variación de las raíces de una cantidad.—Teorema 1.° Las raíces de una cantidad mayor que la unidad, son mayores que ésta y menores que dicha cantidad; disminuyen cuando aumenta el índice, y el límite inferior es la unidad.—Teorema 2.° Las raíces de una cantidad menor que la unidad, son menores que ésta y mayores que dicha cantidad, aumentan con el índice y su límite superior es la unidad. (Párrafos 70 al 77.)

Ecuaciones de segundo grado con una incógnita.—Resoluciones de la ecuación completa. — Forma general de la ecuación.—Obtención de la fórmula.—Regla. Casos particulares en que $a = 1$ y $B = 2\ b$. Discusión de la fórmula general que da las raíces.—Relaciones entre los coeficientes y las raíces.—Modo de hallar dos números cuyo producto y suma se conocen. (Párrafos 150 al 153.)

Problema.—El jornal de un obrero es un número de pesetas que, multiplicado por 9 y aumentado el producto en 11, forma la misma suma que se obtiene agregando 5 al séxtuplo del referido número. ¿Cuánto gana dicho obrero cada día? (Párrafo 140, problema 5.°)

Regla de cálculo.—Uso para obtener raíces de grado superior al tercero, de un número dado.

21

Operaciones algebraicas. — Multiplicación.—Definición.—Algoritmo de la operación. — Procedimiento operativo.—Casos: 1.° Multiplicación de monomios enteros.—2.° Multiplicación de un polinomio por un monomio.—3.° Multiplicación de polinomios. - Observaciones: 1.ª Con objeto de facilitar la reducción de términos semejantes, qué es lo que se hace con el multiplicando y multiplicador. — 2.ª Caso en que la letra ordenatriz entre con el mismo exponente en varios términos. 3.ª Si los factores polinomios son más de dos, qué operación se ejecuta. — Consecuencias: 1.ª De dónde provienen el primero y el último término del producto, cuando se multiplican dos polinomios ordenados.—2.ª Número de términos del producto.—3.ª Grado del producto de dos factores.—4.ª En el caso de que los factores sean homogéneos, qué deberá ser el producto.—Cambio de signo de una letra. (Párrafos 36 al 42.)

Ecuaciones de primer grado.—Ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. Resolución: 1.° Por sustitución.—2.° Por igualación.—3.° Por reducción.—Observaciones: 1.ª El denominador es el mismo en ambos, y el numerador de cada una se obtiene reemplazando en aquél los coeficientes por los segundos miembros.—2.ª Si en las ecuaciones propuestas se substituye a, b y c por sus correspondientes a', b' y c', y al contrario, la primera ecuación se convierte en la segunda, y al contrario.—3.ª Permutando en las ecuaciones a y a' con b b' y x con y, el sistema no varía. (Párrafos 131 al 133.)

Problema.—Se han embarcado en un vapor 360 toneladas de carbón, debiendo repartirse por igual entre cada uno de los días que debe durar el viaje; al emprender éste, se navegaron cuatro días á la vela, aumentando así en tres toneladas la cantidad de carbón disponible por día. ¿Cuánto duró la navegación? (Párrafo 162, problema 2.°)

Regla de cálculo.—Uso para multiplicar dos números.—Idem íd. para dividirlos.

22

Expresiones algebraicas.—Definición. Monomio y polinomio. — Definición. — Cantidades incomplejas.—Cantidades complejas.—Términos semejantes.—Cantidades racionales.—Cantidad entera.—

Cantidad fraccionaria.—Cantidades irracionales.—Valor numérico de una expresión algebraica.—Expresiones equivalentes.—Grado de una expresión.—Grado de un monomio entero.—Grado de un polinomio entero.—Grado de un monomio ó un polinomio con respecto á una letra que no contiene.—Grado de las expresiones fraccionarias é irracionales.—Expresiones homogéneas.—Polinomio homogéneo.—Ordenación de polinomios.—Letra ordenatriz.—Polinomio completo é incompleto.—Casos: 1.º Que el polinomio contenga dos letras y sea homogéneo.—2.º Que el polinomio considerado contenga varios términos, en los cuales la letra ordenatriz lleve el mismo exponente.—Generalización del convenio de la ordenación.—Simplificación de polinomios.—Regla práctica. (Párrafos 17 al 26.)

Uso de las tablas de logaritmos.—Principios fundamentales.—Teorema 1.º El logaritmo de un número comprendido entre dos enteros consecutivos de la tabla, es aproximadamente igual al logaritmo del número inferior inmediato, más el producto de la diferencia tabular, por la que existe entre este último número y el propuesto.—Causas de error y límite.—Teorema 2.º El número correspondiente á un logaritmo comprendido entre dos consecutivos de las tablas, es aproximadamente igual al número entero que corresponde al logaritmo inferior inmediato, más el cociente de dividir por la diferencia tabular, la que existe entre este último logaritmo y el logaritmo dado.—Causas de error y límite. (Párrafo 99.)

Problema.—Ha sido preciso vender un reloj en 22,75 pesetas, rebajando su coste primitivo en un tanto por ciento igual al número de pesetas que costó. ¿Cuál fué su precio? (Párrafo 162, problema 1.º)

23

Resolución de las ecuaciones.—Preliminares.—Identidad.—Ecuación.—Raíz. Sistema de ecuaciones; solución del sistema; ecuaciones y sistemas equivalentes. Procedimientos para plantear los problemas; partes que hay que considerar; regla para el planteo.—Ejemplo: Hallar un número tal que, agregándole n, la suma sea p veces dicho número. (Párrafos 112 al 116.)

Manejo de las tablas de logaritmos.—Problema directo.—Primer caso: Hallar el logaritmo de un número entero ó decimal que prescindiendo de la coma, no exceda al límite superior de la tabla.—Segundo caso: Hallar el logaritmo de un número entero ó decimal que prescindiendo de la coma, exceda al límite superior de la tabla.—Problema inverso.—Primer caso: Hallar el número correspondiente á un logaritmo que, abstracción hecha de la característica, está en la tabla.—Segundo caso: Hallar el número correspondiente á un logaritmo que, abstracción hecha de la característica, no está contenido en la tabla. (Párrafos 100 y 101.)

Problema.—Con dos vinos cuyos precios son a y b céntimos el litro, se desea formar una mezcla de d litros, cuyo precio sea c céntimos el litro. (Párrafo 140, problema 9.º)

Geometría.

TEXTO: ORTEGA.—DUODÉCIMA EDICIÓN (1910).

1

Geometría plana.—Relaciones métricas entre los elementos de un triángulo.—Definiciones para proyección de un punto ó una recta sobre otra recta.—Teorema: Si desde el vértice de un ángulo recto de un triángulo rectángulo se traza una perpendicular á la hipotenusa, se verifica: 1.º El triángulo propuesto se descompone en otros dos semejantes al mismo, y, por consiguiente, entre sí.—2.º Dicha perpendicular es media proporcional entre los dos segmentos en que divide á la hipotenusa.—3.º Cada cateto es media proporcional entre la hipotenusa y su proyección sobre ella.—4.º El cuadrado del número que mide la longitud de la hipotenusa, es igual á la suma de los cuadrados de los números que expresan las longitudes de los catetos.—5.º Los cuadrados de los números que miden las longitudes de los tres lados, son proporcionales á las longitudes de las proyecciones de dichos lados sobre la hipotenusa.—Corolarios: 1.º Si desde un punto de una circunferencia se traza una perpendicular á un diámetro, esta perpendicular es media proporcional entre los dos segmentos del diámetro.—2.º Toda cuerda es media proporcional entre el diámetro que pasa por uno de sus extremos, y su proyección sobre él.—3.º Si por el extremo de un diámetro se trazan varias cuerdas, los cuadrados de sus longitudes son proporcionales á las longitudes de sus proyecciones sobre dicho diámetro. 4.º Calcular uno de los lados de un triángulo rectángulo.—5.º Calcular el lado de un cuadrado, dada la diagonal y viceversa. (Párrafos 290 al 293.)

Problemas.—Determinar geométricamente dos segmentos de recta, cuya diferencia y producto sean conocidos.—Dados dos polígonos semejantes, construir un tercero semejante á ellos, y cuya área sea igual á la suma de las de aquéllas. (Párrafos 313 y 451.)

Geometría en el espacio.—Poliedros.—Definición y clasificación de los poliedros.—Caras, aristas, vértices, diagonal, plano diagonal.—Poliedro convexo y cóncavo.—Caracteres para reconocer si un poliedro es convexo.—1.º Un poliedro convexo queda todo á un mismo lado de una de sus caras, prolongada indefinidamente.—2.º Una recta sólo puede cortar en dos puntos á la superficie de un poliedro convexo.—3.º Los planos diagonales de los poliedros convexos son siempre interiores.—Poliedros regulares é irregulares.—Nombres que reciben los poliedros por los números de caras que los limitan. (Párrafos 708 al 710.)

2

Geometría plana.—Propiedades y relaciones métricas en un triángulo.—Teorema: En todo triángulo el cuadrado de la longitud de un lado opuesto á un ángulo agudo es igual á la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos, disminuída en el duplo de uno de estos lados por la proyección del otro sobre él. Teorema: En todo triángulo obtusángulo, el cuadrado de la longitud del lado opuesto al ángulo obtuso es igual á la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos, aumentada en el duplo de uno de estos lados por la proyección del otro sobre él.—Escolio: Consecuencias de los tres últimos teoremas: El cuadro de la longitud de un lado de un triángulo es menor, igual ó mayor que la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos, según que el ángulo opuesto á dicho lado sea agudo, recto ú obtuso, y recíprocamente. (Párrafos 293 al 296.)

Problemas.—Dado un polígono regular, inscripto en una circunferencia, inscribir en ella otro de doble número de lados y calcular su lado en función del de aquél. Escolios: 1.º Dada la cuerda de un arco, calcular la del arco mitad.—2.º El perímetro del polígono buscado es mayor que el del propuesto.—3.º Si se tratara del problema inverso.—Construir un círculo equivalente á un polígono dado. (Párrafos 344, 345 y 452.)

Geometría en el espacio.—Pirámide.—Definiciones.—Pirámide triangular, cuadrangular, pentagonal, etc.—Pirámide regular é irregular.—Pirámide truncada. La pirámide y el tronco de pirámide no son poliedros regulares.—Cómo puede considerarse engendrada la superficie lateral de una pirámide.—Cómo inscripto y circunscripto á la pirámide. (Párrafos 710 al 713.)

3

Geometría plana.—Angulos.—Definiciones.—Lados.—Vértice.—Angulos adyacentes.—Opuestos por el vértice.—Bisectriz.—Suma y diferencia de ángulos. Magnitud de un ángulo.—Angulo convexo y cóncavo.—Perpendicular.—Angulo recto.—Teorema: Por un punto dado sobre una recta se puede siempre trazar una perpendicular, y sólo una, á dicha recta.—Corolario: Todos los ángulos rectos son iguales.—Observación.—Angulo agudo y obtuso.—Complementarios y suplementarios. (Párrafos 7 al 14.)

Problemas.—Dividir una recta en partes proporcionales á otras dadas.—Escolio: Dividir un segmento en partes iguales.—Transformar un polígono en un cuadrado equivalente. (Párrafos 305, 306 y 450.)

Geometría en el espacio.—Propiedades de los tetraedos.—Teorema: En todo tetraedro se verifica que los planos bisectores de los seis diedros, se cortan en un punto que equidista de las cuatro caras.—Corolarios: 1.º Los planos bisectores de los diedros, cuyas aristas concurren en un mismo vértice, se cortan según una recta.—2.ª Los planos bisectores de los diedros cuyas aristas forman una cara, se cortan en un punto.—3.º Las perpendiculares trazadas á las cuatro caras desde el punto común á todos los planos bisectores, son iguales.—Definición de esfera inscrita y esferas ex-inscritas.—Teorema: Si por los puntos medios de las aristas de un tetraedro se trazan planos perpendiculares á las respectivas aristas, estos planos se cortan en un punto.—Corolarios: 1.º Planos perpendiculares en los puntos medios de tres aristas que forman una cara...—2.º Idem en las tres aristas que concurran á un vértice...—3.º Esfera circunscrita á un tetraedro.—Escolio: El teorema puede enunciarse: Las perpendiculares trazadas á las cuatro caras de un tetraedro, por los centros de los círculos circunscritos á cada una de ellas, se cortan en un mismo punto, que puede ser el centro de una esfera circunscrita al tetraedro. (Párrafos 713 al 720.)

4

Geometría plana.—Propiedades de los ángulos.—Teorema: Los dos ángulos adyacentes que forma una recta cuando encuentra á otra, son suplementarios.—Recíproco.—Si dos ángulos adyacentes son suplementarios, los lados no comunes estarán en línea recta.—Corolario 1.º: Si á un mismo lado de una recta y por uno de sus puntos se trazan otras varias, la suma de los ángulos sucesivos que forman todas ellas es igual á dos ángulos rectos.—Corolario 2.º: La suma de todos los ángulos consecutivos que se forman alrededor de un punto por varias rectas que concurran en él, es igual á cuatro ángulos rectos.—Teorema: Dos ángulos opuestos por el vértice son iguales.—Escolio: Si una recta es perpendicular á otra, ésta lo es también á la primera, y si dos rectas son perpendiculares, lo son también sus prolongaciones.—Teorema: Las bisectrices de dos ángulos adyacentes suplementarios son perpendiculares—Escolio: Las bisectrices de dos ángulos opuestos por el vértice, forman una misma recta, y las de los cuatro ángulos formados por dos rectas al cortarse, lo verifican en ángulo recto en el vértice de dichos ángulos. (Párrafos 14 al 21.)

Geometría en el espacio.—Pirámides. Propiedades de la pirámide en general. Teorema: Cortando una pirámide por un plano paralelo al de la base se verifica: 1.° Las aristas laterales, la altura y demás rectas trazadas desde el vértice hasta la base, quedan cortadas en partes proporcionales.—2.° La sección será un polígono semejante al de la base.—3.° Estos dos polígonos tendrán sus áreas proporcionales á los cuadrados de sus distancias al vértice.—Escolio: Cuando la pirámide propuesta es regular. Teorema: Si dos pirámides de igual altura se cortan por planos paralelos á las bases y que disten lo mismo de los dos vértices, los polígonos secciones son perpendiculares á las bases.—Corolario: Caso en que las dos bases son equivalentes. (Párrafos 722 al 726).

Problema.—Por un punto trazar un plano perpendicular á otros dos. (Párrafo 553.)

5

Geometría plana.—Perpendiculares y oblícuas.—Teorema: Por un punto fuera de una recta siempre se puede trazar á ésta una perpendicular, y solo una.—Propiedades relativas á las oblícuas.—Teorema: Si desde un punto exterior á una recta se le trazan una perpendicular y varias oblícuas, se verifica: 1.° La perpendicular es más corta que cualquiera de las oblícuas.—2.° Dos oblícuas cuyos pies equidistan del de la perpendicular son iguales.—3.° Entre dos oblícuas cualesquiera, aquella cuyo pie diste más del de la perpendicular, es la mayor.—Recíprocamente: Si desde un punto exterior á una recta se trazan otras varias que la corten. 1.°, 2.°, 3.°—Escolios: 1.° La perpendicular trazada desde un punto á una recta es la línea más corta que se le puede trazar desde dicho punto.—2.° Si desde un punto se trazan la perpendicular y una oblícua á una recta cualquiera, la perpendicular queda siempre del lado del ángulo agudo, formado por la oblícua con dicha recta.—3.° Oblícuas iguales que pueden trazarse desde un punto á una recta cualquiera.—Observación respecto á las proposiciones recíprocas. (Párrafos 21 al 28.)

Geometría en el espacio.—Planos paralelos.—Teorema: Si dos planos son paralelos, toda recta que corte á uno de ellos, corta también al otro, y todo plano que corte á uno corta también al otro, siendo en este caso las intersecciones dos rectas paralelas.—Corolarios: 1.° Si dos planos son paralelos, toda recta paralela á uno de ellos ó contenida en él, es paralela al otro ó está situada en el mismo. 2.° Si dos planos son paralelos, todo plano paralelo á uno de ellos lo es también al otro ó coincide con él.—3.° Si se tienen dos planos paralelos, y por un punto de uno de ellos se trazan paralelas al otro, todas estas rectas estarán contenidas en el primero.—4.° Por un punto del espacio se puede siempre trazar un plano paralelo á otro, y solamente uno, y si dos rectas que se cortan son paralelas á un plano, es paralelo á este mismo el determinado por aquéllas.—Teorema: Por dos rectas que se cruzan puede siempre pasar un sistema de dos planos paralelos, y nada más que uno. Corolarios: 1.° Dadas dos rectas que se cruzan, existe una infinidad de planos que les son paralelos, pero la dirección de estos planos es única.—2.° Dos ángulos cuyos lados son respectivamente paralelos, tienen sus planos también paralelos.—Teorema: Dos ángulos cuyos lados son, respectivamente paralelos, son iguales, si dichos lados están dirigidos en el mismo ó en contrario sentido, y suplementarios, si dos lados están en el primer caso y los otros dos en el segundo.—Teorema: Los segmentos de dos paralelas comprendidos por dos planos paralelos, son iguales.—Teorema: Tres planos paralelos cortan á dos rectas cualesquiera en partes proporcionales.—Estudiar la recíproca, añadiendo la condición de que dichos planos han de ser paralelos.—Corolarios: 1.° Caso en que haya más de dos rectas. 2.° Si todas ó cierto número de ellas partiesen de un punto. (Párrafos 495 al 505.)

Problema.—Por un punto trazar una recta paralela á un plano. (Párrafo 545.)

6

Geometría plana.—Lugares geométricos.—Teorema: Si se traza la perpendicular á una recta en su punto medio, cualquier punto de dicha perpendicular equidista de los extremos de la recta, y todo punto fuera de la perpendicular dista desigualmente de los mismos extremos. Recíprocas.—Definición del lugar geométrico.—Teorema: La bisectriz de un ángulo es el lugar geométrico de los puntos del plano equidistantes de los lados de dicho ángulo.—Corolario: Lugar geométrico de todos los puntos de un plano equidistantes de dos rectas, trazadas en dicho plano y que se corten. Observación: Proposiciones que hay que demostrar para establecer un lugar geométrico. (Párrafos 28 al 34.)

Geometría en el espacio.—Posiciones relativas de rectas y planos.—Rectas y planos perpendiculares.—Definición.—Teorema: Si una recta es perpendicular á otras dos no paralelas entre sí, pero paralelas á un plano ó situadas en él, será también perpendicular á todas las demás que estén en las mismas condiciones, y, por lo tanto, será perpendicular al plano. Escolio: Averiguar si una recta es perpendicular á un plano.—Teorema: Si dos rectas son paralelas, todo plano perpendicular á una de ellas lo es también á la otra, y si dos planos son paralelos, toda perpendicular á uno lo es también al otro.—Recíprocamente.—Teorema: Por un punto dado se puede siempre trazar un plano perpendicular á una recta, y nada más que uno.—Teorema: Por un punto se puede siempre trazar una perpendicular á un plano, y nada más que una.—Teorema: Si se tiene un plano y una recta perpendiculares á otra recta dada, aquella recta es paralela al plano ó está situada en él.—Corolarios: Si á una recta se traza un plano perpendicular en uno de sus puntos ó por un punto exterior, este plano será el lugar geométrico de todas las perpendiculares trazadas á la recta por el punto considerado.—2.° Que el lugar geométrico de los puntos del espacio que equidistan de los extremos de una recta, es el plano perpendicular á ésta en su punto medio.—Teorema: Si desde un punto exterior á un plano se trazan á éste una perpendicular y varias oblícuas, se verifica: 1.°, 2.° y 3.°—Recíprocamente. (Párrafos 505 al 517.)

Problema.—Por un punto trazar un plano paralelo á una recta. (Párrafo 546.)

7

Geometría Plana.—Paralelas.—Definición.—Propiedades.—Teorema: Por un punto fuera de una recta puede siempre trazársele una paralela.—Principio fundamental.—Corolario 1.°: Si una recta encuentra á otra, encuentra á sus paralelas. Corolario 2.°: Si una recta corta perpendicularmente á otra, es también perpendicular á sus paralelas.—Corolario 3.°: Si una recta es paralela á otra, lo es también á las paralelas de ésta.—Paralelas cortadas por secantes.—Definiciones de los diversos ángulos que se forman.—Teorema: Si una secante corta á dos paralelas, los cuatro ángulos agudos que resultan en los dos puntos de intersección son iguales, así como los cuatro ángulos obtusos. Recíproca: Si dos rectas son cortadas por una secante y forman cuatro ángulos agudos ú obtusos iguales entre sí, las rectas son paralelas siempre que los internos ó externos del mismo lado de la secante sean de distinta especie.—Caso en que los ángulos son rectos.—Corolarios: 1.° Si las rectas son paralelas, los ángulos alternos internos son iguales. 2.° Los alternos externos son iguales. 3.° Los correspondientes son iguales. 4.° Los internos de un mismo lado de la secante son suplementarios. 5.° Los externos del mismo lado de la secante son suplementarios. 6.° Recíprocamente.—Dos rectas cortadas por una secante son paralelas cuando son iguales los ángulos alternos internos, ó los alternos externos, ó los correspondientes, ó bien si son suplementarios los ángulos del mismo lado de la secante, internos ó externos: Escolio: Si dos rectas cortadas por una secante forman ángulos internos de un mismo lado de la secante, que no sean suplementarios, dichas rectas se cortan por el lado en que la suma de los ángulos es menos que dos rectos. Consecuencias: 1.ª Si se traza una perpendicular y una oblícua á una recta, ambas se cortan por el lado del ángulo agudo; 2.ª Si se trazan dos perpendiculares á dos rectas que se corten, dichas perpendiculares se han de cortar también.—Teorema: Los segmentos de pararelas comprendidos entre otras dos paralelas, son iguales.—Corolario: Dos rectas paralelas equidistan en toda su extensión. (Párrafos 34 al 46.)

Geometría en el espacio.—Planos perpendiculares.—Definición.—Teorema: Si una recta es perpendicular á un plano, todo plano que pase por esta recta, ó le sea paralelo, será perpendicular al primero.—Corolarios: 1.° Planos perpendiculares que se pueden trazar á otro por una recta que le sea perpendicular ó oblícua.—2.° Si la recta está en el plano ó es paralela al mismo.—Escolios: 1.° Consecuencia de estos corolarios y de la definición: Lugar geométrico de las perpendiculares trazadas á un plano por los distintos puntos de una recta; 2.° Si varios planos son paralelos, todo plano perpendicular á uno de ellos lo es también á los demás.—Teorema: Si dos planos son perpendiculares, toda perpendicular á uno de ellos está situada en el otro ó le es paralela.—Teorema: Si dos planos son perpendiculares, y en uno de ellos se traza una perpendicular á su intersección con el otro, será perpendicular también á este último.—Teorema: La intersección de dos planos perpendiculares á un tercero es perpendicular á este último.—Corolarios: 1.º Si dos planos son perpendiculares á un tercero, la intersección de aquéllos lo es también á las intersecciones que producen los mismos sobre dicho tercero; 2.º Si tres planos son perpendiculares de dos en dos, la intersección de dos cualesquiera de ellos es perpendicular al tercero y las tres intersecciones lo son entre sí.—Horizontales y verticales (Párrafos 517 al 528.)

Problema.—Por un punto dado trazar un plano paralelo á otro dado. (Párrafo 547.)

8

Geometría plana.—Angulos de lados paralelos ó perpendiculares.—Teorema: Dos ángulos cuyos lados son respectivamente paralelos, son iguales, si tienen los lados paralelos dirigidos en el mismo ó en opuesto sentido, y suplementarios, si dos de sus lados están en el mismo sentido y los otros dos en opuesto.—Corolario: Dos ángulos cuyos lados son respectivamente perpendiculares son iguales ó suplementarios, según sean de la misma ó diferente especie.—Observaciones sobre el paralelismo de dos rectas: 1.ª Cuando la secante gira disminuyendo el ángulo que forma con la recta. 2.ª Magnitud de las secantes sucesivas.—Consecuencia: Dos rectas paralelas pueden considerarse como dos rectas que se cortan en el infinito, formando un ángulo igual á cero.— Observación sobre proposiciones recíprocas. (Párrafos 46 al 50.)

Geometría en el espacio.—Proyecciones, ángulos y mínimas distancias.—Proyecciones.—Definiciones: Proyección ortogonal, ídem oblicua, línea proyectante, plano de proyección.— Teorema: La proyección de una recta sobre un plano en otra recta.—Corolarios: 1.º Si la recta es perpendicular al plano; 2.º Si es paralela á la dirección de la proyectante en la proyección oblicua; 3.º Si es limitada y paralela al plano de proyección; 4.º Para una recta cualquiera limitada, la proyección ortogonal es menor que la recta; 5.º Para obtener la proyección de una recta, basta obtener la de dos de sus puntos y unirlos por una recta.—Escolio: Indeterminación de una recta, conocida la proyección.—Teorema: Las proyecciones de dos rectas paralelas sobre un plano, son paralelas.—Recíproca: Condiciones que hay que agregar para que ésta pueda ser cierta. (Párrafos 528 al 534.)

Problema.—Por un punto trazar un plano perpendicular á otro. (Párrafo 552).

9

Geometría plana.—Polígonos.—Definiciones.—Polígonos, lados, perímetro, vértices, ángulos, diagonales, polígonos convexos y cóncavos, equiláteros, equiángulos, regulares, irregulares; clasificación de los polígonos por el número de lados.—Triángulos.—Clasificación: Por sus lados, por sus ángulos, base, altura, catetos, hipotenusa; designación de lados y ángulos.—Propiedades.—Teorema: En todo triángulo un lado cualquiera es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia; condición para formar un triángulo con tres rectas dadas.—Corolario: Si dos triángulos tienen un lado común y un lado del primero corta á un lado del segundo, la suma de los lados que no se cortan es menor que la de los que se cortan.—Teorema: Si en un triángulo disminuye ó aumenta un ángulo, permaneciendo constantes los lados que lo forman, el lado opuesto disminuye ó aumenta también.—Corolario 1.º: Si dos triángulos tienen dos lados el uno iguales á dos del otro, el tercer lado del primero será mayor ó menor que el tercer lado del segundo, según que el ángulo opuesto á aquél sea mayor ó menor que el opuesto á éste.—Corolario 2.º: Si dichos ángulos fuesen iguales, los terceros lados deberían serlo.—Recíprocos del teorema y corolarios anteriores.—Teorema: En todo triángulo se verifica, que si un lado es mayor, igual ó menor que el otro, el ángulo opuesto al primero estará en las mismas circunstancias respecto al opuesto al segundo.—Corolario: Si el triángulo es isósceles, á lados iguales se oponen ángulos iguales, y si es equilátero, es también equiángulo.—Recíprocos del teorema y corolario.—Escolio: Propiedades de que goza la altura de un triángulo isósceles.—Teorema: La suma de los tres ángulos de un triángulo, es igual á dos rectos.—Corolario 1.º: Un ángulo cualquiera de un triángulo es el suplemento de la suma de los otros dos.—2.º Si un triángulo tiene dos ángulos respectivamente iguales á dos ángulos de otro triángulo, los tres ángulos son también iguales.—3.º Cualquier ángulo externo de un triángulo, es igual á la suma de los dos que no le son adyacentes.—4.º Un triángulo sólo puede tener un ángulo recto ú obtuso.—5.º En un triángulo rectángulo los ángulos agudos son complementarios.—6.º Dos triángulos cuyos lados sean respectivamente paralelos ó perpendiculares, tienen sus ángulos respectivamente iguales. (Párrafos 50 al 66.)

Geometría en el espacio.—Proyecciones.—Teorema: Si dos rectas son perpendiculares y una de ellas es paralela á un plano, las proyecciones ortogonales de ambas sobre este plano son también perpendiculares.—Recíproco.—Escolio: Teorema de las tres perpendiculares.—Teorema: Si una recta es perpendicular á un plano, la proyección de la primera sobre un cierto plano es perpendicular á la traza del plano sobre el de proyección.—La recíproca no es cierta.—Condiciones para que la recta sea perpendicular al plano. (Párrafos 534 al 537.)

10

Geometría plana.—Propiedades de los triángulos.—Teorema: En todo triángulo se verifica que las perpendiculares trazadas á los lados en sus puntos medios, se cortan en un mismo punto, que equidista, por consiguiente, de los tres vértices. Corolario: En un triángulo rectángulo, el punto equidistante de los tres vértices es el punto medio de la hipotenusa.—Teorema: En todo triángulo se verifica que las tres alturas se cortan en un mismo punto.—Corolario: Si el triángulo es rectángulo, las alturas se cortan en el vértice del ángulo recto.—Teorema: En todo triángulo las bisectrices de sus tres ángulos se cortan en un mismo punto, que equidista, por consiguiente, de los tres lados.—Corolario: En un triángulo equilátero el punto equidistante de los vértices, el de intersección de las alturas y el de las bisectrices coinciden en uno solo. Escolio: Considerar prolongados más allá de los vértices los tres lados del triángulo y determinar los puntos que equidistan de las tres rectas. (Párrafos 66 al 73.)

Problema.—Dada una recta y un punto fuera de ella, trazar por éste otra recta que forme con la dada un ángulo conocido.—Construir un cuadrado equivalente á un círculo dado. (Párrafos 190 y 453.)

Geometría en el espacio.—Angulos de rectas y planos.—Consideraciones y definiciones.—Teorema: Por un punto dado en un plano, la recta que se trace en él formando el mayor ángulo posible con otro plano, es el perpendicular á la traza del primero sobre el segundo.—Escolio: Línea de máxima pendiente.—Mínimas distancias.—Consideraciones.—Mínima distancia: 1.º De un punto á un plano.—2.º Entre una recta y un plano paralelos. 3.º Entre dos planos paralelos.—4.º Entre dos rectas que se cruzan.—Teorema: Dadas dos rectas que se cruzan, existe siempre una recta, y sólo una, que es perpendicular á ambas.—Escolio: Cuando sólo se desea la longitud de la mínima distancia. (Párrafos 537 al 545.)

11

Geometría plana.—Igualdad de triángulos.—Teorema: Dos triángulos son iguales en cualquiera de los tres casos siguientes: 1.º Cuando dos lados y el ángulo comprendido en uno de los triángulos son respectivamente iguales á dos lados y el ángulo comprendido en el otro.—2.º Cuando tienen análogamente iguales un lado y dos ángulos, estando dispuestos del mismo modo.—3.º Cuando son iguales los tres lados del uno á los tres del otro.—Corolarios: 1.º Condiciones suficientes para que sean iguales dos triángulos isósceles.—2.º Idem para la igualdad de los equiláteros.—3.º Idem para la de los rectángulos.—Escolio: Elementos iguales que deben tener dos triángulos para poder deducir la igualdad de éstos.—Nuevas propiedades de los triángulos.—Teorema: La recta que une los puntos medios de dos lados de un triángulo, es paralela al tercer lado é igual á su mitad.—Teorema: En todo triángulo las tres medianas se cortan en un mismo punto, que se encuentra sobre cada una de ellas á la tercera parte desde el lado ó á las dos terceras partes desde el vértice. Corolario: En un triángulo equilátero, este punto coincide con el que equidista de los vértices y de los lados, y es común á las tres alturas. (Párrafos 73 al 81.)

Problema.—Dada una recta y un punto, trazar por éste una paralela á aquélla.—Trazar una perpendicular á una recta desde un punto fuera de ella. (Párrafos 186 al 188.)

Geometría en el espacio.—Semejanza.—Definiciones.—Poliedros inversamente semejantes.—Consecuencia de la definición: En dos poliedros semejantes las aristas homólogas son proporcionales.—Propiedades.—Teorema: Dos tetraedros son semejantes en los cuatro casos siguientes: 1.º Cuando tienen un diedro igual comprendido por dos caras semejantes, una á una, y semejantemente dispuestas; 2.º Cuando tienen una cara semejante é iguales los tres diedros adyacentes y semejantemente dispuestos; 3.º Cuando tienen igual un ángulo tiedro y semejantes y semejantemente colocadas las tres caras que lo constituyen; 4.º Cuando tienen respectivamente iguales y semejantemente dispuestos sus diedros.—Teorema: Si se corta una pirámide por un plano paralelo á la base, la pirámide total y la deficiente son semejantes. (Párrafos 797 al 801.)

12

Geometría plana.—Cuadriláteros.—Clasificación.—Propiedades.—Teorema: En todo paralelógramo se verifica: 1.º Los lados opuestos son iguales; 2.º Los ángulos opuestos también; 3.º Los ángulos que tienen un lado común son suplementarios; y 4.º Las diagonales se cortan en dos partes iguales.—Teorema: Un cuadrilátero convexo es paralelógramo si se verifica una de las cuatro condiciones siguientes: 1.ª Tener los lados opuestos iguales; 2.ª Tener los ángulos opuestos iguales; 3.ª Ser iguales y paralelos los lados opuestos; 4.ª Cortarse los diagonales en su punto medio; y 5.ª Ser suplementarios los ángulos que tienen un lado común.—Teorema: En el rombo, además de las propiedades del paralelógramo, se verifica que las diagonales son perpendiculares ó bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen.—Recíprocamente. Si en un paralelógramo las diagonales son perpendiculares ó bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen la figura, es un rombo. (Párrafos 82 al 87.)

Problemas.—Dada una recta y en ella un punto, trazar por éste otra recta que forme con la dada un ángulo conocido.—Transformar un triángulo dado en otro equivalente é isósceles, conservando uno de sus ángulos. (Párrafos 189 y 446.)

Geometría en el espacio.—Angulos poliedros.—Definiciones: Aristas, vértice, caras, ángulo plano, plano diagonal, ángulos poliedros, cóncavos y convexos, caracteres distintivos de unos y otros.—Demostrar que puede hallarse siempre un plano que corte á todas las aristas de un ángulo poliedro convexo, siendo también convexo el polígono resultante.—Clasificación de los ángulos poliedros, según el número de sus caras.—Definición de ángulos poliedros regulares.—(Párrafos 569 al 575.)

13

Geometría plana.—Areas.—En las figuras mixtilíneas.—Fórmulas de Simpson. En el círculo.—Teorema: El área de un círculo es igual á la mitad del producto de la circunferencia por el radio.—Corolario: En función del diámetro y en función de la circunferencia.—Teorema: El área de un sector es igual á la mitad del producto de su arco por el radio.—Comparación de las áreas de un círculo y de un sector del mismo radio.—Teorema: El área de un segmento circular es igual al producto de la mitad del radio por la diferencia entre su arco y la mitad de la cuerda del arco doble. (Párrafos 406, 407 y 409 al 415.)

Problemas.—Construir un polígono semejante á otro dado sobre una recta dada, ó conocida la relación de semejanza $\frac{m}{n}$.—Transformar un triángulo en otro equivalente y equilátero. (Párrafos 321 y 447.)

Geometría en el espacio.—Prisma.—Definiciones: Prismas; caras laterales; bases; alturas; tronco de prisma; forma en que puede considerarse engendrada la superficie lateral de un prisma; cilindros inscripto y circunscripto á un prisma regular.—Propiedades del paralelepípedo. — Clasificación. — Teorema: En todo paralelepípedo, se verifica: 1.° Las caras opuestas son iguales y paralelas.—2.° Los tiedros opuestos son simétricos. 3.° Las diagonales se cortan en un mismo punto y en partes iguales.—4.° Toda recta que pase por este punto y se limite en la superficie del poliedro, queda dividida en partes iguales por dicho punto.—Corolarios: 1.° Dos caras opuestas cualesquiera pueden ser consideradas como bases.—2.° Todo plano que corte á cuatro aristas paralelas de un paralelepípedo, lo verifica según un paralelógramo.—3.° Un paralelepípedo queda determinado, conocido un triedro y la longitud de las tres aristas que lo forman.—4.° Las cuatro diagonales de un paralelepípedo rectángulo son iguales.—Teorema: En un paralelepípedo rectángulo, el cuadrado de la diagonal es igual á la suma de los cuadrados de las tres aristas que concurren en un mismo vértice.—Corolario: En un cubo.—Propiedades de un prisma. Teorema: Las secciones causadas en un prisma por planos paralelos son polígonos iguales.—Corolario: Sección de un plano paralelo á las bases.—Escolio: Sección recta. (Párrafos 726 al 737.)

14

Geometría plana.—Igualdad de polígonos.—Consideraciones que inducen á determinar la igualdad de dos polígonos con el menor número de condiciones posible.—Dos polígonos de igual número de lados son iguales en cualquiera de los casos siguientes: 1.° Si tienen de dos en dos iguales todos los lados menos uno y todos los ángulos formados por lados iguales: 2.° Si todos los ángulos menos uno, y todos los lados menos los que formen el ángulo exceptuado, son iguales de dos en dos, en ambos polígonos; 3.° Si tienen iguales todos los lados y todos los ángulos, menos tres consecutivos; 4.° Si tienen un lado igual, é iguales de dos en dos las distancias de todos los vértices á los extremos de dichos lados; 5.° Si se componen del mismo número de triángulos iguales de dos en dos é igualmente dispuestos en cada polígono.—Escolio: Número de condiciones para determinar la igualdad de dos polígonos. (Párrafos 97 al 100.)

Geometría en el espacio.—Angulo triedro.—Definiciones.—Triedros simétricos. Caso de coincidencia de los triedros simétricos. — Triedros suplementarios. — Teorema: Si un triedro es suplementario de otro, éste lo es de aquél.—Teorema: En dos triedros suplementarios, cada driedro de uno de ellos es el suplemento de la cara correspondiente del otro.—Escolio: Propiedad correlativa ó suplementaria. (Párrafos 575 al 583.)

Problema.—Hallar el radio de una esfera sólida. (Párrafos 700 y 701.)

15

Geometría plana.—Simetría en los polígonos. — Definiciones: Puntos simétricos; centro, eje; polígonos simétricos; igualdad de éstos; manera de hacerlos coincidir; simetría en re los elementos de un mismo polígono.—Circunferencia.—Definiciones: Circunferencia, centro, arco, radio, secante, cuerda, diámetro, tangente, normal, círculo, sector, circular, arcos iguales, suma de arcos.—Propiedades que se deducen de las definiciones: 1.ª Una circunferencia es el lugar geométrico de los puntos de un plano que equidistan de otro punto situado en el mismo.—2.ª Todos los radios de una circunferencia son iguales.—3.ª El diámetro es el mayor de todas las cuerdas.—4.ª El diámetro divide á la circunferencia y al círculo en dos partes iguales.—Teorema: Por tres puntos que no estén en línea recta se puede siempre hacer pasar una circunferencia, y sólo una.—Escolio: Puede considerarse una recta como el límite de una circunferencia cuyo radio haya ido creciendo hasta hacerse infinito. (Párrafos 100 al 111.)

Geometría en el espacio. — Angulos triedros.—Teorema: En todo triedro una cara cualquiera es menor que la suma y mayor que la diferencia de las otras dos. Corolarios: 1.° Si tres ángulos son tales, que teniendo el vértice común uno de ellos es igual á la suma de los otros dos, las tres rectas que lo forman están en un mismo plano; 2.° Si en el interior de un triedro se traza una recta cualquiera que pase por el vértice y se imaginan los ángulos planos que forma con dos aristas de una cara, la suma de estos ángulos es menor que la de las otras dos caras; 3.° Si dos triedros tienen una cara común, y una cara del primero corta á otra cara del segundo, la suma de las caras que no se cortan es menor que la de los que se cortan; 4.° En todo triedro, á mayor ángulo diedro, se opone mayor cara.—Escolio: En todo triedro isoedro, los diedros opuestos á las caras iguales, son iguales. En todo triedro, á mayor cara se opone mayor diedro.—Si un triedro tiene las tres caras iguales, lo serán también los tres diedros, y, por consiguiente, será regular. (Párrafos 583 al 586.)

16

Geometría plana.—Propiedades relativas de la recta y la circunferencia. — Cuerdas.—Teorema: En una misma circunferencia ó circunferencias iguales, los arcos iguales son subtendidos por cuerdas iguales, y en los desiguales, al mayor corresponde cuerda mayor.—Recíprocamente.—Teorema: En un mismo círculo ó en círculos iguales, las cuerdas iguales equidistan del centro, y de las desiguales, la mayor dista menos.—Recíprocamente.—Teorema: El diámetro perpendicular á una cuerda divide á ésta y á los dos arcos subtendidos por ella en dos partes iguales.—Corolarios: 1.° por un punto interior á una circunferencia, la mayor cuerda que puede trazarse es un diámetro, y la menor, la que sea perpendicular á este diámetro. 2.° El lugar geométrico de los puntos medios de un sistema de cuerdas paralelas, es el diámetro perpendicular á su común dirección. Escolios: 1.° El diámetro determinado por el punto medio de un arco es perpendicular á su cuerda, la divide en dos partes iguales y también al resto de la circunferencia.—2.° Definición de sagita é flecha.—Tangente.—Definición.—Razonamientos para probar la existencia de las tangentes.—Consecuencias: 1.ª Por un punto de una circunferencia puede siempre trazársele una tangente, y sólo una.—2.ª La tangente es paralela al sistema de cuerdas paralelas que el diámetro del punto de contacto divide en partes iguales.—Definiciones más generales de la tangente y que tengan aplicación á cualquier curva.—Curva convexa y cóncava.—Angulo de dos curvas. (Párrafos 111 al 122.)

Problema.—Dados dos polígonos, construir un tercero equivalente al primero y semejante al segundo. (Párrafo 454.)

Geometría en el espacio.—Areas.—Teorema: El área de la superficie engendrada por una recta limitada que gira alrededor de otra, situadas ambas en un mismo plano, y la primera en una sola región respecto á la segunda, es igual al producto de la proyección de la recta generatriz sobre el eje, por la circunferencia cuyo radio es la parte de perpendicular trazada á dicha generatriz en su punto medio, comprendida entre ésta y el eje.—Teorema. El área de la superficie engendrada por una línea quebrada regular, que gira alrededor de un eje situado en su plano y que pasa por su centro sin cortarla, es igual al producto de la circunferencia inscrita en la misma por la proyección de la generatriz sobre el eje.—Corolario: El área de la superficie engendrada por un arco de circunferencia que gira alrededor de un diámetro que no lo corta, es igual á la circunferencia á que pertenece dicho arco, multiplicada por la proyección de éste sobre el eje. (Párrafos 833 al 836.)

17

Geometría plana.—Comparación de

áreas.—Areas de figuras isoperímetras. Máximos y mínimos.—Teorema: Entre todos los triángulos que tengan la misma base y el mismo perímetro, el isósceles es el que tiene mayor superficie.—Corolario: Relativo al equilátero.—Teorema: Entre todos los triángulos de la misma base y superficie equivalente, el isósceles es el de perímetro mínimo.—Corolario: Relativo al equilátero.—Teorema: Si se dan dos lados para formar un triángulo, será de área máxima aquel en que el ángulo comprendido por dichos lados, sea recto.—Teorema: Si se da la suma de los lados para formar un triángulo, será de área máxima aquel en que dicha suma se divida en dos partes iguales, y estos lados estén en ángulo recto. (Párrafos 427 al 433.)

Problemas.—Trazar la perpendicular á una recta por un punto dado en ella.—1.° Cuando el punto dado sea punto medio de la renta; 2.° Cuando el punto dado sea uno cualquiera, y 3.° Cuando el punto dado sea el extremo de la recta. (Párrafo 187.)

Geometría en el espacio.—Angulo triedro.—Teorema: En todo triedro la suma de las tres caras es menor que cuatro ángulos rectos.—Escolio: Haciendo aplicación de las propiedades correlativas, demostrar: 1.° Que la suma de los driedros de un triedro está comprendida entre dos y seis rectos. 2.° Que en todo triedro el menor de los driedros en dos rectos es mayor que la suma de los otros dos.—Observación referente á la clasificación de los triedros por el número de ángulos driedros rectos que tengan. (Párrafos 589 al 592.)

Problema.—Trazar por una recta el plano perpendicular á otro. (Párrafo 554.)

18

Geometría plana.—Comparación de áreas.—Areas de figuras isoperímetras.—Máximos y mínimos.—Teorema: Entre todas las figuras isoperímetras, la de área máxima es el círculo.—Teorema: Entre todas las figuras equivalentes, el círculo es la del perímetro mínimo. (Párrafos 433 al 436.)

Problemas.—Sobre una recta dada construir un triángulo semejante á otro dado. Construir un polígono semejante á otro y cuyo perímetro sea igual á una recta dada. (Párrafos 320 y 322.)

Geometría en el espacio.—Igualdad de ángulos triedros.—Teorema: Dos ángulos triedros son iguales cuando tienen: 1.° Una cara y los dos diedros adyacentes respectivamente iguales y dispuestos igualmente. 2.° Un diedro igual, formado por caras respectivamente iguales y dispuestas de la misma manera. 3.° Las caras respectivamente iguales y dispuestas del mismo modo. 4.° Sus diedros respectivamente iguales é igualmente dispuestos.—Corolario: Determinación de un triedro.—Escolios: 1.° Triedros simétricos 2.° Analogía con los triángulos rectilíneos. (Párrafos 592 al 595.)

19

Geometría plana.—Magnitudes proporcionales. Origen de la proporcionalidad y procedimiento expedito para conocerla. Teorema: Si dos magnitudes varían simultáneamente de tal modo que á dos valores iguales de la primera correspondan otros dos valores iguales de la segunda, y á un valor de la primera que sea suma de otros dos de la misma, corresponda otro valor de la segunda que sea la suma de los correspondientes á aquéllas, dichas magnitudes serán directamente proporcionales.—(Exclusión del caso en que $\frac{m_1}{m_2}$ es inconmensurable.)

Recíprocamente.—Regla general para la proporcionalidad directa.—Si falta alguna de las dos condiciones expresadas, las magnitudes no son proporcionales.—Ejemplo.—Magnitud proporcional á otras varias.—Definición.—Demostrar que cuando una magnitud es proporcional á otras varias, la relación entre dos valores cualesquiera de la primera, es igual al producto de las relaciones de los valores correspondientes de todas las demás. (Párrafos 144 al 152.)

Problema.—Dado un polígono regular inscrito en una circunferencia, inscribir en ella otro de doble número de lados y calcular su lado en función del de aquél.—Escolios: 1.° Dada la cuerda de un arco, calcular la del arco mitad. 2.° El perímetro del polígono buscado es mayor que el del propuesto. 3.° Si se trata de del problema inverso. (Párrafos 344 y 345.)

Geometría en el espacio.—Angulos poliedros.—Angulos poliedros simétricos.—Angulos poliedros suplementarios.—Teorema: Si un ángulo poliedro es suplementario de otro, éste lo es de aquél.—Teorema: En dos ángulos poliedros suplementarios, un diedro cualquiera de uno de ellos es suplemento de la cara correspondiente del otro.—Teorema: En un ángulo poliedro, una cara cualquiera es menor que la suma de todas las demás.—Teorema: En todo ángulo poliedro convexo la suma de sus caras es menor que cuatro ángulos rectos.—Teorema: En todo ángulo poliedro se verifica que la suma de sus diedros está comprendida entre tantas veces dos rectos como aristas tenga, y este mismo número disminuído en cuatro rectos.—Igualdad de ángulos poliedros. (Párrafos 595 al 604.)

20

Geometría plana.—Homotecia.—Definiciones; figuras ó sistemas de puntos homotéticos; centro y relación de homotecia; homotecia directa é inversa.—Dado un sistema de puntos, determinar su homotético para un centro y una relación dados.—Demostrar que la figura homotética de una circunferencia es otra circunferencia.—Teorema: En dos sistemas homotéticos, la recta que une dos puntos cualesquiera en uno de ellos, y la que une los puntos homólogos en el otro, son paralelas y están en la relación de homotecia.—Corolarios: 1.° La figura homotética de una recta es otra recta paralela á ella. 2.° Si una recta pasa por el centro de homotecia, su homotética también, y ambas coinciden, y recíprocamente. 3.° El ángulo de dos rectas es igual al de sus homotéticas. 4.° La figura homotética de un polígono es otro polígono semejante al mismo, siendo iguales la relación de semejanza y la de homotecia. 5.° Las tangentes en puntos homólogos de curvas homotéticas, son paralelas. (Párrafos 279 al 284.)

Problemas sobre polígonos.—Condiciones que determinan un triángulo: construirlos, dados los tres lados ó dos lados y el ángulo comprendido. (Párrafos 193 al 196.)

Geometría en el espacio.—Líneas y superficies curvas.—Líneas curvas en general.—Generación.—Líneas curvas, planas y de doble curvatura; elemento de la curva.—Plano osculador.—Tangente y normal; planos tangente y normal.—Angulos de flexión y de torsión.—Puntos singulares.—Superficies en general.—Generación y clasificación de las superficies. Propiedades generales.—Generatrices, directrices, leyes de generación; ejemplo de generación de una superficie por generatrices diversas. (Párrafos 604 al 618.)

21

Geometría plana.—Propiedades de las figuras semejantes.—Puntos y rectas homólogas.—Teorema: En dos polígonos semejantes las rectas homólogas son proporcionales á los lados homólogos.—Teorema: La relación entre los perímetros de dos polígonos semejantes es igual á la relación de semejanza de los mismos.—Teorema: Todas las rectas que parten de un mismo punto, cortan proporcionalmente á dos secantes cualesquiera paralelas.—Corolario: Las rectas quedan divididas como las paralelas.—Recíprocamente: Si dos paralelas son cortadas en segmentos proporcionales por varias rectas. (Párrafos 270 al 276.)

Problemas.—Hallar la cuarta proporcional á tres rectas dadas.—Hallar una tercera proporcional á dos rectas dadas y un segmento $x = \frac{a\,b\,c\,d}{a'\,b'\,c'}$.—Dados dos polígonos semejantes, construir un tercero semejante á ellos y cuya área sea igual á la diferencia de las áreas de los dos dados. (Párrafos 307 al 310 y 451).

Geometría en el espacio.—Superficies en general.—Plano tangente.—Teorema: Todas las tangentes á las diferentes líneas que se pueden trazar en una superficie, por uno de sus puntos, se hallan en un mismo plano.—Escolios: 1.° Determinación del plano tangente. 2.° Cómo puede considerarse el plano tangente. 3.° Plano que es á la vez tangente y secante. 4.° Consideraciones sobre el plano tangente en los puntos singulares.—Normal y plano normal.—Superficies de revolución.—Paralelos.—Meridianos.—Teorema: Todos los meridianos de una superficie de revolución son iguales.—Teorema: El plano tangente á una superficie de revolución es perpendicular al del meridiano que pasa por el punto de contacto. (Párrafos 618 al 630.)

22

Geometría plana.—Homotecia.—Teorema: Dos sistemas son homotéticos si existen en su plano dos puntos tales que, uniendo uno de ellos con los puntos del primer sistema y el otro con los homólogos del segundo, resultan rectas respectivamente paralelas y que estén en la misma relación.—Corolarios: 1.° Dos polígonos semejantes de igual ú opuesta orientación, son homotéticos directos ó inversos. 2.° Dos circunferencias cualesquiera, son siempre homotéticas directa ó inversamente; los dos centros de homotecia dividen armónicamente á la línea de los centros. (Párrafos 284 y 285.)

Problema.—Dado un polígono regular inscripto, circunscribir otro semejante y calcular su lado en función del lado del propuesto. (Párrafo 346.)

Geometría en el espacio.—Superficie cónica.—Generación y definiciones.—Definición de superficie cónica.—Superficie cónica, cerrada ó abierta.—Cono.—Base y altura del cono.—Cono circular, recto ú oblícuo.—Cómo puede enjendrarse el cono circular recto.—Cono equiátero.—Secciones paralelas y antiparalelas.—Tronco de cono de primera y segunda especie.—Nuevo medio de generación del cono. (Párrafos 638 al 641.)

23

Geometría plana.—Medida de ángulos. Teorema: Todo ángulo formado por dos secantes que se cortan en un punto del círculo, tiene la misma medida que la semisuma de los arcos comprendidos por sus lados y por sus prolongaciones.—Teorema: Todo ángulo formado por dos secantes que se cortan fuera del círculo, tiene la misma medida que la semidiferencia entre el mayor y el menor de los arcos interceptados por sus lados.—Arco capaz de un ángulo dado.—Lugar geométrico desde el cual se ve una recta bajo el mismo ángulo; ídem bajo el ángulo suplementario. (Párrafos 175 al 180.)

Problemas. — Construir un polígono igual á otro dado.—Métodos: 1.° Construyendo los lados y ángulos de un polígono iguales á los de otro.—2.° Descomponiendo el polígono dado en triángulos.—3.° Trazando desde los vértices del citado polígono perpendiculares á una recta cualquiera.—4.° Trazando por todos los vértices del polígono dado, paralelas á una dirección arbitraria — 5.° Construyendo un polígono simétrico del dado con respecto á un eje ó centro. 6.° Por el método de las cuadrículas. (Párrafo 206.)

Geometría en el espacio.—Volúmenes. Teorema: El volumen engendrado por un triángulo que gira alrededor de un eje trazado por uno de sus vértices en el mismo plano y exterior á dicho triángulo, tiene por medida el producto del área de la superficie engendrada por el lado opuesto al vértice situado en el eje, por el tercio de la longitud de la altura correspondiente á este lado.—Teorema: El volumen engendrado por un sector poligonal regular que gira alrededor de un diámetro exterior al mismo, tiene por medida el producto del área de la superficie engendrada por la línea quebrada que le sirve de base por el tercio de la apotema correspondiente á la misma.—Corolario: El volumen engendrado por un sector circular, tiene por medida el área de la superficie engendrada por el arco que le sirve de base multiplicada por el tercio del radio. (Párrafos 878 al 881.)

24

Geometría plana.—Líneas proporcionales.—Segmentos.—Origen, sentido, signos adoptados para representar los sentidos. Consecuencias.—Lema 1.°: La distancia de un punto á otro es igual á la diferencia de las distancias del origen del segundo y al primero de dichos puntos.—Lema 2.°: Si se dan dos puntos fijos sobre una recta indefinida, existen siempre sobre ella otros dos, y únicamente dos, para los cuales las relaciones de las distancias de cada uno de ellos á los dados, tienen un mismo valor absoluto determinado.—Escolio: Segmentos aditivos y substractivos. (Párrafos 229 al 237.)

Geometría en el espacio.—Volúmenes. Teorema: Un tronco de prisma triangular equivale á tres tetraedros que tengan por bases las del tronco, y por vértices los de la base superior del mismo.—Corolario: Si el tronco fuese un prisma, los tres tetraedros serían equivalentes.—Teorema: El volumen de una pirámide es igual al tercio del producto del área de la base por la longitud de la altura.—Escolio: Volumen de un tetraedro regular en función de la arista *a*. (Párrafos 862 al 865 y el 866)

25

Geometría plana.—Observaciones generales sobre los problemas.—Procedimientos generales, sintético y analítico. Ejemplos: del 1.°, trazar la bisectriz de un ángulo cuyo vértice no se conoce; del 2.°, dado un punto y una circunferencia, trazar por aquél una tangente á ésta.—Métodos especiales. — Sustituciones sucesivas, por simetría, superposición, reducción al absurdo, intersección de lugares geométricos.—Construcciones auxiliares. (Párrafos 219 al 229.)

Problemas.—Trazar una circunferencia por tres puntos que no estén en línea recta.—Inscribir una circunferencia en un triángulo. (Párrafos 207 y 208)

Geometría en el espacio.—Volúmenes. Teorema: Un tronco de pirámide de bases paralelas es equivalente á la suma de tres pirámides que tengan la misma altura que el tronco, á cuyas bases sean las dos de éste y una media proporcional entre ellas. — Volumen de un poliedro cualquiera; caso en que el poliedro esté formado por dos caras paralelas y una serie de trapecios ó triángulos laterales. (Párrafos 867 y 869 al 871).

26

Geometría plana.—Homotecia.—Teorema. Dos sistemas homotéticos á un tercero, son homotéticos entre sí.—Corolario: Dos sistemas homotéticos de un tercero respecto á centros distintos y á una misma relación de homotecia, son iguales.—Escolio: Demostrar que los tres centros de homotecia están en línea recta.—Definición general de semejanza. (Párrafos 286 al 290).

Geometría en el espacio.—Volúmenes. Cuerpos limitados por superficies curvas.—Teorema: El volumen de un cilindro cualquiera es igual al producto del área de su base por la longitud de su altura.—Idem cuando el cilindro sea circular recto.—Escolio: El volumen de un tronco de cilindro de revolución es igual al área del círculo de la base multiplicada por la longitud del eje.—Teorema: El volumen de un cono cualquiera es igual al tercio del producto del área de su base por la longitud de su altura.—Idem si es de revolución.—Escolio: Volumen que engendra un rectángulo cuando gira alrededor de uno de sus lados.—Idem un triángulo rectángulo alrededor de un cateto.—Teorema: El volumen de un tronco de cono de bases paralelas y de primera especie, equivale á tres conos de la misma altura que él, y cuyas bases sean las dos del tronco y una media proporcional entre ellas.—Corolario: Idem en el caso de ser el tronco de revolución.—Escolio: Caso de un tronco de cono en que difieran muy poco *R* y *r*. (Párrafos 871 al 878).

27

Geometría plana.—Segmentos proporcionales.—En el círculo.—Teorema: Si se toma un punto cualquiera en el plano de un círculo y se trazan varias secantes, el producto de los dos segmentos determinados por la circunferencia sobre cada una de ellas, á partir de aquel punto, es constante.—Recíprocamente: Cuando dos rectas limitadas, prolongadas si es necesario, se cortan en un punto tal que den lugar á la relación indicada, los cuatro extremos de dichas rectas están sobre una misma circunferencia.—Corolario 1.°: La perpendicular trazada desde un punto de la circunferencia á un diámetro cualquiera es media proporcional entre los dos segmentos que el pie de la primera determina en el segundo.—Recíprocamente: Si desde un punto se traza á una recta limitada una perpendicular que resulte media proporcional entre los dos segmentos que su pie determina en aquélla, dicho punto pertenece á la circunferencia que tiene por diámetro la mencionada recta.—Corolario 2.°: Si de un punto parten una tangente y una secante á una circunferencia, la tangente es media proporcional entre la secante entera y su parte externa.—Recíprocamente: Cuando sobre los dos lados de un ángulo se tengan tres puntos tales que el segmento contado desde el vértice, en el lado que sólo haya un punto, sea media proporcional entre los dos segmentos del otro lado, la circunferencia determinada por estos tres puntos es tangente al primer lado.—Escolio: Potencia de un punto con relación á un círculo. (Párrafos 252 al 256.)

Geometría en el espacio.—Áreas.—Teorema: El área de una zona es igual al producto de la circunferencia de un círculo máximo de su esfera por la altura.—Teorema: El área del casquete es igual á su altura, multiplicada por una circunferencia de círculo máximo de su esfera.—Corolario: Expresión de este área en función de la cuerda del arco generador.—Teorema: El área de la superficie esférica es igual á su diámetro por la circunferencia de un círculo máximo de su esfera. — Teorema: El área de un huso es igual á la cuarta parte de la superficie esférica, multiplicada por el número que expresa.

Problema.—En una esfera de dos metros de radio, ¿cuál es el área del huso correspondiente á un diedro de 15°, 9′ y 10″? (Párrafos 836 al 842.)

28

Geometría plana. — Problema.—Dado un punto y una circunferencia, trazar por aquél una tangente á ésta.—Casos: 1.° El punto se da sobre la circunferencia. 2.° Punto exterior á la circunferencia; 1.ª y 2.ª solución.—Escolios: 1.° Hacer ver que la recta que une el punto en que se cortan dos tangentes á una misma circunferencia, con el centro de ésta, es bisectriz del ángulo formado por aquéllas; 2.° Trazar una tangente á una circunferencia paralela á una dirección dada. (Párrafos 209 al 211).

Problema.—Inscribir un cuadrado en una circunferencia y deducir la longitud del lado en función del radio.—Corolarios: 1.° Longitud de la apotema. 2.° Lado del cuadrado circunscripto; y 3.° Cómo se pasa del cuadrado á los polígonos de 8, 16, 32 ... 2^n lados. (Párrafos 351 al 352.)

Geometría en el espacio.—Superficie esférica.—Plano tangente.—Teorema: La tangente en un punto á una curva cualquiera trazada en la superficie esférica, es perpendicular al radio que pasa por dicho punto.—Corolarios: 1.° El plano tangente en un punto á una superficie esférica es perpendicular al radio que pasa por dicho punto.—Recíprocamente. 2.° El plano tangente á una superficie esférica sólo tiene un punto común con ella.—Recíprocamente.—Escolios: 1.° Por un punto dado en la superficie esférica se puede siempre trazar un plano tangente, y sólo uno.—2.° A lo largo de la circunferencia común á la esfera y al cono, son asimismo comunes los planos tangentes, y la superficie cónica es tangente á la esférica en toda la extensión de la curva.—3.° A una esfera pueden trazarse infinitos planos tangentes paralelos á una dirección dada. (Párrafos 666 al 669.)

29

Geometría plana.—Posiciones relativas de dos circunferencias.—Posiciones distintas que pueden tener.—Línea de los centros.—Definición.—Teorema: En dos circunferencias secantes, la línea de los centros es perpendicular á la cuerda común á las dos circunferencias en su punto medio.—Corolario: Si las circunferencias son tangentes, la línea de los centros pasa por el punto de contacto, y la perpendicular en este punto á dicha línea de los centros es tangente á las dos curvas.—Teorema: La línea de los centros comparada con los radios de las circunferencias: 1.° En dos circunferencias exteriores es mayor que la suma de los radios; 2.° En dos circunferencias tangentes exteriormente es igual á la suma; 3.° En dos circunferencias secantes es menor que la suma y mayor que la diferencia; 4.° En dos tangentes interiormente es igual á la diferencia; 5.° En dos interiores es menor que la diferencia, y 6.° En dos concéntricas es nula.—Recíprocas. (Párrafos 126 al 133.)

Geometría en el espacio.—Volúmenes.—Conceptos que puede tener la palabra volumen. Poliedros. Teorema: Si dos paralelepípedos rectángulos de la misma base tienen alturas iguales, son iguales. Si tres paralelepípedos rectángulos de la misma base tienen sus alturas de modo que la de uno de ellos sea igual á la suma de las de los otros dos, el paralelepípedo correspondiente á la primera es igual á la suma de los que correspondan á las otras alturas.—Corolario 1.° El volumen de un paralelepípedo rectángulo de base constante es proporcional á su altura.—Corolario 2.° Dos paralelepípedos rectángulos que tengan iguales dos aristas son proporcionales á la tercera.—Corolario 3.° Dos paralelepípedos rectángulos son proporcionales á los productos de sus respectivas bases y altura.—Escolio: Dimensiones de un paralelepípedo rectángulo.—Teorema: El volumen de un paralelepípedo rectángulo es igual al producto de la medida de su base por la de su altura.—Corolario 1.°: El volumen de un paralelepípedo rectángulo es igual al producto de sus tres aristas ó dimensiones.—Corolario 2.°: Volumen de un cubo. (Párrafos 849 al 855.)

Problema.—Hallar la menor distancia entre dos rectas que se cruzan. (Párrafo 555.)

30

Geometría plana.—Polígonos regulares estrellados.—Definición ó idea general de su existencia: Cualidades que los caractizan.—Género y especie. (Párrafos 236 al 239.)

Problemas.—Inscribir en una circunferencia un decágono y un pentágono regulares, convexos, y calcular sus lados en función del radio. (Párrafos 355 al 358.)

Geometría en el espacio.—Superficie esférica.—Teorema: Las secciones planas de una esfera son círculos.—Escolio: Fórmula $r = \sqrt{R^2 - d^2}$; ¿Cuándo produce la sección círculo máximo ó menor?—Consecuencias de esta expresión: 1.° Dos círculos menores equidistantes del centro, son iguales y recíprocamente; 2.° De dos círculos menores cualesquiera, el mayor dista menos del centro y recíprocamente; 3.° Para determinar un círculo menor, se necesitan tres puntos.—De la definición del círculo máximo, se deduce: 1.° Todos los círculos máximos de la misma esfera son iguales; 2.° Dos círculos máximos se cortan mutuamente en dos partes iguales; 3.° Un círculo máximo divide á la esfera y á su superficie en dos partes iguales; 4.° Una recta, sólo puede cortar á la superficie esférica en dos puntos; 5.° Cualquier semicírculo máximo sirve para engendrar la esfera; 6.° Dos puntos bastan para determinar un círculo máximo. (Párrafos 657 al 663.)

Geometría plana.—Polígonos en general.—Teorema: El número de diagonales de un polígono es igual á $\frac{n(n-3)}{2}$, siendo n el número de lados.—Teorema: En todo polígono convexo la suma de sus ángulos internos es igual á tantas veces dos ángulos rectos como lados tiene, menos cuatro rectos, ó á tantas veces dos rectos como lados tiene, menos dos.—Escolio: Descomposición de un polígono en triángulos partiendo de un punto interior, en un lado ó en un vértice.—Teorema: Si se prolongan en el mismo sentido todos los lados de un polígono convexo, la suma de los ángulos externos que resultan es igual á cuatro ángulos rectos. Corolario: No existe ningún polígono convexo con más de tres ángulos internos que sean agudos. (Párrafos 92 al 97.)

Problemas.—Consideraciones preliminares.—Instrumentos: Regla, escuadra, escuadra de muleta, falsa escuadra.—Reglas para el dibujo. (Párrafos 180 al 186.) Propiedades de las figuras semejantes.—Escolio: Orientación. (Párrafo 277.)

Problema.—Dado un punto en el plano de dos rectas que no pueden prolongarse trazar por él otra recta que concurra al vértice del ángulo formado por aquéllas. (Párrafo 323.)

Geometría en el espacio.—Comparación de los cuerpos por su magnitud, forma y posición.—Igualdad.—Generalidades.—Igualdad de poliedros.—Teorema: Dos tetraedros son iguales cuando tienen iguales y dispuestos de la misma manera: 1.° Un diedro y los dos ángulos que lo forman. 2.° Una cara y los tres diedros adyacentes. 3.° Sus aristas.—Teorema: Dos pirámides son iguales cuando tienen iguales un ángulo triedro formado por la base y dos caras laterales, además de ser lo estos polígonos y estar dispuestos de la misma manera.—Escolio: Dos pirámides regulares son iguales, si tienen iguales bases y alturas.—Teorema: Dos prismas son iguales cuando las tres caras que forman un triedro en el primero son iguales á las tres que forman otro triedro en el segundo, estando semejantemente colocadas.—Escolios: 1.° Dos prismas rectos son iguales si lo son las bases y alturas.—2.° Dos paralelepípedos rectángulos si tienen sus aristas iguales.—3.° Dos cubos. ...—4.° Dos troncos de prisma recto, cuando tienen iguales bases é iguales de dos en dos y dispuestas del mismo modo las aristas laterales.—Teorema: Dos poliedros son iguales cuando se componen de igual número de tetraedros iguales é igualmente dispuestos. (Párrafos 757 al 766).

32

Geometría plana.—Areas.—Definiciones: áreas; figuras equivalentes, iguales y semejantes; medida de las superficies. Determinación de las áreas.—En las figuras rectilíneas.—Teorema: Si dos rectángulos de la misma base tienen alturas iguales, son iguales; si un rectángulo tiene la misma base que otros dos y su altura es igual á la suma de las de éstos, el primer rectángulo es igual á la suma de los segundos.—Corolarios: 1.° Dos rectángulos que tengan bases iguales, son proporcionales á sus alturas. 2.° Dos rectángulos de alturas iguales son proporcionales á sus bases. 3.° Todo rectángulo es proporcional á su base y á su altura. 4.° La relación de las áreas de dos rectángulos es igual á la relación de los productos de los números que miden sus respectivas bases y alturas.—Escolio: Dimensiones de un rectángulo.—Teorema: El área de un rectángulo es igual al producto del número que mide su base por el que mide su altura.—Corolario: Area de un cuadrado.—Teorema: Area de un paralelógramo.—Teorema: Area de un triángulo; hallar esta área en función del lado, cuando el triángulo es equilátero. (Párrafos 389 al 399.)

Geometría en el espacio.—Comparación de volúmenes.—Teorema: Los volúmenes de dos prismas ó de dos pirámides, son entre sí como los productos de sus bases por sus alturas.—Teorema: Los volúmenes de dos pirámides semejantes, son proporcionales á los cubos de sus aristas homólogas.—Teorema: Los volúmenes de dos poliedros semejantes son proporcionales á los cubos de sus aristas homólogas.—Teorema: Los volúmenes de dos conos de revolución semejantes, de dos troncos de los mismos y de dos cilindros de revolución también semejantes, son proporcionales á los cubos de sus líneas homólogas. (Párrafos 893 al 897).

Problema.—Por un punto trazar un plano perpendicular á otros dos. (Párrafo 553.)

33

Geometría plana.—Relaciones métricas entre los elementos de un cuadrilátero inscriptible.—Teorema: La suma de los cuadrados de los cuatro lados de un cuadrilátero es igual á la suma de los cuadrados de sus diagonales, más el cuadrado del duplo de la recta que une los puntos medios de las mismas.—Corolario: Cuándo es paralelogramo.—Teorema: En todo cuadrilátero inscriptible en una circunferencia, el producto de las diagonales es igual á la suma de los productos de los lados opuestos. (Párrafos 300 al 303.)

Problema.—Trazar una circunferencia que pase por un punto dado y sea tangente á una recta en un punto conocido. Describir una circunferencia tangente á otra circunferencia y á una recta, conociendo el punto de contacto de la última. (Párrafos 2 4 y 217.)

Geometría en el espacio.—Volúmenes. Teorema: El volumen de un sector esférico es igual al producto del área de la zona ó casquete que le sirve de base por el tercio del radio de la esfera á que pertenece.—Teorema: El volumen de una esfera es igual al producto del área de su superficie por el tercio del radio. (Párrafos 881 y 8 2.)

Comparación de áreas.—Teorema: En dos poliedros semejantes, las áreas de sus superficies son proporcionales á los cuadrados de las líneas homólogas.—Teorema: Las áreas de las superficies laterales de dos conos de revolución semejantes, de dos troncos de los mismos y de dos cilindros de revolución, también semejantes, son proporcionales á los cuadrados de sus generatrices ó de los radios de sus bases. (Párrafos 890 al 892.)

34

Geometría plana.—Cuadrilateros.—Teorema: El rectángulo, además de las propiedades del paralelogramo, tiene iguales las diagonales.—Recíprocamente: Si las diagonales de un paralelogramo son iguales, la figura es un rectángulo.—Escolio: Propiedades de las diagonales de un cuadrado, por ser éste, á la vez, rectángulo y rombo.—Teorema: En todo trapecio, la recta que une los puntos medios de los lados no paralelos, es paralela á las bases; la parte de dicha recta comprendida entre aquellos lados es igual á la semisuma de éstas, y la parte comprendida entre las diagonales es igual á la semidiferencia de las mismas bases.—Base media. Igualdad de paralelogramos.—Teorema: Dos paralelogramos son iguales cuando dos lados y el ángulo comprendido en uno de ellos son iguales á los mismos elementos del otro; dos rectángulos, cuando son respectivamente iguales dos lados contiguos; dos rombos, si tienen iguales un lado y un ángulo; y dos cuadrados, si tienen igual lado. (Párrafos 87 al 92.)

Relaciones métricas entre los elementos de un triángulo.—Teorema: La suma de los cuadrados de dos lados de un triángulo es igual al duplo del cuadrado de la mediana relativa al tercer lado, más el duplo del cuadrado de la mitad de este tercer lado.—Teorema: La diferencia de los cuadrados de dos lados de un triángulo es igual al duplo del tercer lado multiplicado por la proyección sobre el de la mediana correspondiente al mismo. (Párrafos 296 y 298.)

Problema.—Transformar un triángulo en otro equivalente que tenga su base en la dirección de la del dado y por vértice un punto conocido. (Párrafo 445.)

Geometría en el espacio.—Areas.—Superficies curvas.—Consideraciones que conducen á referir el área de una superficie curva á la de una poliedral.—Teorema: El área de la superficie lateral de un cono de revolución, es igual á la mitad del producto de la circunferencia de la base por la generatriz.—Teorema: El área de la superficie lateral de un tronco de cono de revolución de bases paralelas y de primera especie, es igual al producto de la semisuma de las circunferencias de las bases por la generatriz.—Corolario: Area del tronco en función de sección paralela á las bases y equidistante de ellas. (Párrafos 825 al 830.)

Volúmenes.—Fórmula de Simson. (Párrafo 889.)

35

Geometría plana.—Línea quebrada.—Definición y clasificación: lados, línea quebrada cóncava y convexa; figuras abiertas y cerradas.—Una línea poligonal convexa sólo puede ser cortada por una recta en dos puntos.—Si una recta y una quebrada tienen los extremos confundidos...—Teorema: Si dos líneas poligonales convexas tienen sus extremos confundidos envolviendo la una á la otra, la que envuelve es mayor que la envuelta.—Toda línea quebrada convexa es menor que cualquiera otra quebrada que la envuelva completamente. (Párrafos 3 al 7.)

Problemas.—Dividir geométricamente una recta en media y extrema razón.—Escolio: Valores de los segmentos en función de la recta.—Transformar un triángulo dado en otro equivalente y equilátero. (Párrafos 314, 315 y 447.)

Geometría en el espacio.—Areas.—Teorema: El área de la superficie lateral de un cilindro cualquiera, es igual al perímetro de la sección recta por la generatriz.—Escolio: Cuando el cilindro sea de revolución, hallarla en función de la circunferencia de la base; ídem del radio de la base.—Teorema: El área de la superficie lateral de un tronco de cilindro de revolución, es igual á la circunferencia de su base multiplicada por el eje.—Areas totales del cono y tronco de cono de revolución y del cilindro de revolución. (Párrafos 830 al 833).

36

Geometría plana.—Cuerpo; sus propiedades físicas.—Volumen.—Dimensiones Superficie.—Línea.—Punto.—Consideraciones.—Representación gráfica de los elementos geométricos: Figuras.—Geometría: su objeto.—Clasificación de las líneas y superficies: línea recta: propiedades.—Línea curva.—Línea quebrada y mixta.—Superficies plana, curva, poliedral y mixta.—Representación gráfica del plano.—División de la geometría.—Propiedades de la línea recta y de la línea quebrada.—Consecuencias de la definición de la línea recta: 1.ª Entre dos puntos sólo puede existir una línea recta. 2.ª Si dos rectas tienen dos puntos comunes, coinciden en toda su extensión. 3.ª Para determinar una recta, son necesarios dos puntos.—Segmento de una recta; regiones de un plano; rectas iguales y rectas desiguales; suma de dos segmentos. (Introducción y párrafos 1 al 3.)

Geometría en el espacio.—Superficies regladas desarrollables. (Párrafos 630 y 634 al 638.)

Superficie esférica.—Polos.—De la definición de éstos se deduce: 1.º Que todos los círculos paralelos tienen los mismos polos. 2.º Todo círculo máximo que pase por los polos de otro círculo cualquiera, tiene su plano perpendicular al de éste. 3.º La recta que pasa por los dos polos de un círculo, además de estas dos condiciones, satisface á las de ser perpendicular al plano de dicho círculo, pasar por su centro y por el de la esfera.—Teorema: Todos los puntos de una circunferencia trazada sobre la esfera, equidistan de uno cualquiera de sus polos.—Escolios: 1.º Distancia polar, radio esférico. 2.º Compás esférico. (Párrafos 663 al 666.)

Problema.—Por dos rectas que se cruzan, hacer pasar dos planos paralelos. (Párrafo 549.)

37

Geometría plana.—Comparación de áreas.—Consecuencias que se deducen al comparar las áreas de dos paralelogramos ó de dos triángulos: 1.º Dos paralelogramos ó dos triángulos de la misma base y de la misma altura, son equivalentes. 2.º Las áreas de dos paralelógramos ó de dos triángulos son entre sí como los productos de los números que miden sus bases por los que miden sus alturas, ó como sus bases, si las alturas son iguales; ó como sus alturas, si son iguales las bases.—Teorema: Si dos triángulos tienen dos ángulos (uno en cada triángulo), iguales ó suplementarios, la relación de sus áreas es igual á la relación de los productos de los números que miden los dos lados que forman cada uno de los expresados ángulos. (Párrafos 415 al 417.)

Problemas.—Dados el radio y la amplitud de un arco, calcular su longitud.—Hallar la amplitud de un arco cuya longitud sea igual al radio.—Dada la longitud y amplitud de un arco, hallar la longitud de su radio. (Párrafo 331, en los casos 3.º, 4.º y 5.º)

Geometría en el espacio.—Rectas y planos.—Determinación de un plano.—En qué se diferencian los razonamientos hechos en Geometría plana y en la del espacio.—Cómo se considera el plano en la Geometría del espacio.—Deducción de la definición del plano.—Que si una recta tiene dos puntos en un plano, estará toda ella... Consecuencias que se deducen de hacer girar un plano alrededor de una recta determinada por la unión de dos de sus puntos.—Considerar el caso de que además de la recta se dé un punto.—Consecuencias: 1.ª Una recta y un punto fuera de ella determinan siempre un plano y uno solo. 2.ª Tres puntos que no están en línea recta, determinan igualmente un plano único. 3.ª Para que dos planos se confundan, basta que tengan tres puntos comunes que no estén en línea recta.—Determinación por dos rectas que se cortan ó dos paralelas. (Párrafos 465 al 471.)

38

Geometría plana.—Polígonos regulares convexos.—Generalidades.—Prueba de existencia de estos polígonos; línea quebrada regular; polígono regular inscripto y circunscripto de igual número de lados. Teorema: Al perímetro de todo polígono regular, se le puede circunscribir é inscribir una circunferencia.—Escolios: 1.º Centro, radio y apotema. 2.º Angulos en el centro.—Observación.—Sector poligonal regular.—Teorema: Los polígonos regulares de igual número de lados, son semejantes y sus lados proporcionales á sus radios y apotemas.—Polígonos regulares estrellados.—Definición é idea general de su existencia: Cualidades que los caracterizan.—Género y especie. (Párrafos 329 al 336.)

Geometría en el espacio.—Angulos diedros.—Definiciones—Diedro, caras, aristas, diedros adyacentes, ídem opuestos por la arista, plano bisector.—Angulo rectilíneo correspondiente á un diedro. Teorema: Si dos ángulos diedros son iguales, lo son también los rectilíneos correspondientes.—Recíproca.—Magnitud de un diedro.—Comparación con el rectilíneo correspondiente.—Clasificación.—Consecuencias: 1.ª Si un diedro es exacto, su rectilíneo también lo es.—2.ª Si el rectilíneo correspondiente á un diedro es recto, éste lo es también.—3.ª Todos los diedros rectos son iguales. 4.ª Si dos diedros adyacentes tienen las caras no comunes en prolongación una de otra, son suplementarios.—5.ª Los diedros opuestos por la arista son iguales; y 6.ª Todos los diedros sucesivos que forman varios planos que pasan por una recta.—Medida de los diedros.—Teorema: Dos ángulos diedros son proporcionales á sus rectilíneos correspondientes. Corolario: Todo diedro tiene por medida la del rectilíneo correspondiente.—Escolio: Expresión de la medida de un diedro.—Observación: La correspondencia entre los ángulos diedros y los rectilíneos, permite aplicarles varias propiedades de los ángulos. ¿Cuáles son éstas? (Párrafos 558 al 569.)

Problema.—Por un punto trazar un plano perpendicular á una recta. (Párrafo 551.)

39

Geometría plana.—Segmentos proporcionales.—Entreparalelas.—Torema: Cuando una serie de paralelas corta á dos rectas, la relación de dos segmentos cualesquiera de una de éstas, es igual á la relación de los segmentos correspondientes de la otra.—Escolio: Enunciado más breve de este teorema.—En un triángulo. Teorema: Toda paralela á uno de los lados de un triángulo, divide á los otros dos en partes proporcionales.—Recíprocamente: Si sobre dos lados de un triángulo están respectivamente situados dos puntos que los dividan en partes proporcionales, la recta que los une es paralela al tercer lado. (Párrafos 237 al 245.)

Geometría en el espacio.—Volúmenes. Teorema: Dos paralelepípedos que tengan una cara común y las opuestas á ésta en un mismo plano y comprendidas entre dos mismas paralelas, son equivalentes.—Teorema: Dos paralelepípedos que tengan la misma base y la misma altura, son equivalentes.—Teorema: Todo paralelepípedo puede transformarse en otro rectángulo del mismo volumen, de base equivalente y de la misma altura.—

Teorema: El volumen de un paralelepípedo cualquiera es igual al producto de la medida de su base por la de su altura. (Párrafos 855 al 859.)

Problema. — Por una recta trazar un plano paralelo á una recta dada. (Párrafo 548.)

40

Geometría plana.—Segmentos proporcionales. — Proporción armónica. — Definición. — Dividir una recta en una relación dada. (Párrafos 237 al 240.)

Segmentos proporcionales. — En un círculo.—Rectas antiparalelas—.Teorema: Cuando un ángulo es cortado por dos rectas antiparalelas, el producto de los dos segmentos que resultan á partir del vértice sobre un mismo lado, es constante.—Recíproco: Si dos rectas cortan á los lados de un ángulo de modo que el producto de los dos segmentos contados sobre cada lado desde el vértice, sea constante, dichas rectas son antiparalelas.—Corolario: Cuando las antiparalelas se corten en un punto de uno de los lados del ángulo. (Párrafos 248 al 252.)

Problemas.—Construir la media proporcional á dos rectas dadas demostrando que la media geométrica es menor que la aritmética.—Transformar un polígono en triángulo equivalente. (Párrafos 310, 311 y 449).

Geometría en el espacio.—Semejanza de poliedros.—Teorema: Dos poliedros son semejantes si están compuestos del mismo número de tetraedros semejantes y semejantemente dispuestos.—Recíprocamente: Dos poliedros semejantes pueden descomponerse en igual número de tetraedros semejantes y semejantemente colocados. (Párrafos 801 al 803.)

Homotecia.—(Párrafo 808.)

41

Geometría plana.—Medida de la circunferencia. — Rectificación de la circunferencia.—Fórmula que da la longitud de su arco.—Relación de la circunferencia al diámetro.—Método de los perímetros: Primer procedimiento $R = 1$. (Párrafos 379, primera cuestión del 380 y los 382 á 386.)

Geometría en el espacio.—Semejanza de poliedros.—Puntos y rectas homólogas.—Teorema: En dos poliedros semejantes, las rectas homólogas son proporcionales á las aristas homólogas. (Párrafos 805 al 807.)

Problema.—Por un punto trazar la recta perpendicular á un plano; procedimiento según que el punto esté fuera del plano ó en el plano. (Párrafo 550.)

42

Geometría plana.—Problemas. Construir un triángulo rectángulo, conociendo: 1.° Un cateto y un ángulo agudo. 2.° La hipotenusa y un ángulo agudo. 3.° Los dos catetos; y 4.° La hipotenusa y un cateto.—Construir un triángulo isósceles, conociendo: 1.° Un lado y la base. 2.° Un lado y uno de los dos ángulos iguales. 3.° Un lado y el ángulo en el vértice. 4.° La base y uno de los dos ángulos iguales; y 5.° La base y el ángulo opuesto.—Construir un paralelogramo conocidos dos lados contiguos y el ángulo comprendido.—Escolio: Elementos que se necesitan para construir el rombo, el rectángulo y el cuadrado. (Párrafos 201 al 206.)

Geometría en el espacio.—Propiedades de la superficie cónica.—Teorema: En una superficie cónica las secciones paralelas son curvas semejantes.—Teorema: En un cono oblícuo de base circular, toda sección antiparalela á dicha base es un círculo.—Plano tangente.—Desarrollo de la superficie lateral de un cono. (Párrafos 641 al 647.)

Superficie cilíndrica. — Generación y definiciones.—Superficie cilíndrica, generatriz, eje, cilindro, bases, altura, cilindro recto, oblícuo y circular, cómo puede engendrarse este último; tronco de cilindro. Propiedades. — Teorema: Las secciones causadas en una superficie cilíndrica por planos paralelos, son iguales.—Corolario: La proyección oblícua ú ortogonal de una curva cuyo plano es paralelo al de proyección, es igual á dicha curva.—Escolio: Sección recta.— Plano tangente.— Desarrollo de la superficie lateral de un cilindro. (Párrafos 647 al 655.)

43

Geometría plana.—Compás de reducción. —Escalas. —Escala numérica.—Escala gráfica.—Escala de transversales ó de mil partes. (Párrafos 324 al 329).

Problemas.—Hallar una cuarta proporcional á tres rectas dadas.—Hallar una tercera proporcional á dos rectas dadas y un segmento $x = \frac{a\ b\ c\ d}{a'\ b'\ c'}$.—Transformar un triángulo en otro equivalente que tenga su base en la dirección del dado y por vértice opuesto un punto conocido. (Párrafos 307 al 310 y 445).

Geometría en el espacio.— Paralelismo de rectas con planos.—Definición.— Teorema: Si una recta es paralela á otra situada en un plano, será también paralela á este plano.—Corolarios: 1.° Si dos rectas son paralelas, todo plano que pase por una de ellas ó le sea paralelo, será también paralelo á la otra ó la contendrá. 2.° Por un punto dado pueden pasar infinitos planos paralelos á una recta.—Escolio: Averiguar si una recta es paralela á un plano.—Teorema: Si una recta es paralela á un plano y por un punto de éste se traza una paralela á aquélla, la recta trazada estará situada en el plano. Corolario: Si una recta es paralela á dos planos que se cortan, la intersección de éstos es paralela á dicha recta.—Escolio: Si una recta es paralela á un plano, la intersección de éste con otro cualquiera que pase por la recta será paralela á esta última.—Teorema: Si una recta es paralela á un plano y por dos puntos de aquélla se trazan dos paralelas que corten al segundo, los segmentos de las paralelas comprendidos entre la recta y plano paralelos son iguales. (Párrafos 487 al 495.)

44

Geometría Plana.—Medida de la circunferencia.—Consideraciones que manifiestan la dificultad de medir una curva con una unidad lineal recta, conduciendo á tomar para la longitud de la curva el límite de la longitud de una quebrada inscrita, cuyo número de lados aumenta, tendiendo á cero cada uno de ellos.—Teorema: La longitud del perímetro de una línea quebrada inscrita en una curva cuyos lados tienden hacia cero, aumentando el número de éstos indefinidamente, tiende á ser igual á la longitud de la curva, llegando á serlo en el citado límite, y esto independientemente de la naturaleza de la línea inscrita y de la ley ó condiciones según las cuales aumenta el número de lados y tiende á cero cada uno de ellos.—Lema: Dadas una curva plana, convexa, una línea quebrada inscrita cualquiera y la circunscrita correspondiente terminadas en los extremos de la curva, las longitudes de los perímetros de estas dos líneas tienden á ser iguales cuando los lados de la inscrita tienden hacia cero, aumentando su número cualquiera que sea el modo como lo verifiquen.—Corolario y demostración del teorema. (Párrafos 363 al 371.)

Problemas. — Hallar geométricamente dos segmentos de recta cuya suma y producto sean conocidos.—Transformar un triángulo en un cuadrado equivalente. (Párrafos 312 y 448.)

Geometría en el espacio.—Areas.—Poliedros. — Generalidades. — Teorema: El área de la superficie lateral de una pirámide regular, es igual á la mitad del producto del perímetro de la base por la apotema. — Teorema: El área de la superficie lateral de un tronco de pirámide regular, es igual al producto de la semisuma de los perímetros de las dos bases por la apotema.—Corolario: El área lateral de un tronco de pirámide regular en función de la seción paralela á las bases y equidistante de ellas, es igual á la apotema multiplicada por el perímetro de dicha sección.—Teorema: El área de la superficie lateral de un prisma es igual al producto de su arista lateral por el perímetro de la sección recta.—Corolario: Caso particular de ser recto el prisma.—Escolio: Area total de una pirámide regular, de un tronco de la misma ó de un prisma. (Párrafos 816 al 824.)

45

Geometría plana.—Medida de la circunferencia.—Principio general que sirve de base para hallar la medida de la circunferencia.—Deducciones que se desprenden de dicho principio: 1.ª Límite común á la apotema del polígono regular inscrito y al radio del circunscrito, cuando aumenta el número de lados. 2.ª Extensión de las propiedades de los polígonos. 3.ª Aplicación de los dos anteriores á un arco ó á una línea quebrada regular.—Teorema: Las longitudes de dos circunferencias están en la relación de los radios de las mismas.—Corolarios: 1.° Relativo á la correspondencia de las longitudes de las circunferencias con las de sus radios.—2.° Relación entre los arcos semejantes y sus radios.—Longitud de la circunferencia.—Teorema: La relación entre la longitud de una circunferencia cualquiera y la de su diámetro, es constante.—Corolario: Valor del radio en función de la circunferencia y viceversa.—Escolio: Valores hallados para π por Arquímides. Ad. Netio y Ptolomeo.—(Párrafos 372 al 379).

Geometría en el espacio.—Rectas y planos.—Posiciones relativas de dos rectas. Consecuencias.—Posiciones relativas de dos planos.—Ver lo que sucede cuando dos planos tienen un punto ó dos comunes.—Planos paralelos.—Consecuencias. Posiciones relativas de rectas y planos. (Párrafos 471 al 482.)

Problema.—Hallar la menor distancia entre dos rectas que se cruzan. (Párrafo 555.)

46

Geometría plana.—Areas.—Teorema: El área de un trapecio es igual al producto de la altura por la semisuma de las bases.—Teorema: El área de un polígono regular convexo es igual á la mitad del producto de la longitud del perímetro por la apotema.— Area del sector poligonal regular.—Escolio: Area del triángulo equilátero y demás polígonos regulares en función del lado.—Area de un polígono cualquiera. (Párrafos 401, 402, 404 y 405.)

Problemas. —Dividir una recta, un arco ó un ángulo en dos partes iguales.—Escolios. 1.° Dividir una recta, un arco ó un ángulo en 2^n partes iguales.—2.° Trazar las bisectrices de dos ángulos adyacentes y suplementarios.—Transformar un triángulo en otro equivalente y que tenga la misma base. (Párrafos 191, 192 y 244.)

Geometría en el espacio.—Propiedades de las rectas y planos debidas á su posición relativa.—Rectas paralelas.—Teorema: Por un punto dado en el espacio se puede siempre trazar una paralela á una recta, y nada más que una.—Teorema: Si dos rectas son paralelas, todo plano que corte á una de ellas, cortará también á la otra.—Teorema: Si dos rectas son paralelas, toda recta paralela á la una lo es también á la otra ó coincide con ella.—Corolarios: 1.° Todas las paralelas que se pueden trazar á una dirección dada por los distintos puntos de una recta, están en un plano.—2.° Si por dos rectas paralelas se hacen pasar dos planos que se corten, la intersección de estos es paralela á dichas rectas. (Párrafos 482 al 487.)

47

Geometría plana.—Medida de la circunferencia.—Escolios que se derivan de la relación que liga la longitud de las líneas quebradas inscripta y circunscripta á una curva convexa, suponiendo invariable la longitud de la curva.—Consecuencias que se deducen: 1.ª Longitud de una quebrada inscrita á una curva y cuyo número de lados aumenta.—2.ª Idem de una circunscripta.—3.ª Tránsito de los perímetros de las inscriptas á las circunscriptas.—4.ª Cómo puede considerarse una curva y nueva definición de tangente.—5.ª Una curva convexa es menor que una quebrada que la envuelva y mayor que otra á que envuelve, teniendo todas los mismos extremos.—6.ª Relación entre tres curvas que se envuelvan, teniendo iguales extremos.—7.ª Relación entre una curva convexa cerrada y otra que la envuelva.—8.ª Relación entre un arco convexo y su cuerda. (Párrafo 371.)

Geometría en el espacio.—Supeficie esférica.—Generación y definiciones; centro; esfera; radio; diámetro; casquete y segmento esféricos; zona; rebanada, bases y altura de la zona; huso; cuña, sector esférico.—Propiedades.—Teorema: Por cuatro puntos que no éstén en un mismo plano se puede siempre hacer pasar una superficie esférica, y sólo una.—Escolio: Un plano puede considerarse como límite de una superficie esférica cuyo radio se ha hecho infinito. (Párrafos 655 al 659.)

Areas.—Fórmula para las áreas de las superficies de los poliedros regulares. (Párrafo 824.)

Problema.—Por dos rectas que se cruzan, hacer pasar dos planos paralelos. (Párrafo 549.)

48

Geometría plana. — Comparación de áreas.—Teorema: El cuadrado construído sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo es equivalente á la suma de los cuadrados construídos sobre los catetos. Corolarios: 1.° Los cuadrados contruídos sobre los tres lados de un triángulo rectángulo, son proporcionales á las proyecciones de estos lados sobre la hipotenusa; 2.° Los cuadrados construídos sobre las cuerdas que parten de los extremos de un mismo diámetro, son proporcionales á las proyecciones de estas cuerdas sobre dicho diámetro. (Párrafos 417 al 419.)

Problema.—Dados dos círculos, trazar una tangente común á sus circunferencias.—Discusión.—Escolio: Las tangentes se encuentran en un mismo punto de la línea de los centros y ésta es bisectriz del ángulo que forman.—Estas tangentes son iguales. (Párrafos 211 al 214.)

Geometría en el espacio.—Volúmenes. Teorema: Todo prisma triangular equivale á la mitad de un paralelepípedo de doble base y de la misma altura.—Teorema: Todo prisma tiene por expresión de su volumen el producto ...—Teorema: Dos pirámides triangulares de bases equivalentes y alturas iguales, son equivalentes. (Párrafos 859 al 862.)

49

Geometría plana.—Segmentos proporcionales.—En un triángulo.—Teorema: En todo triángulo la bisectriz de un ángulo divide al lado opuesto en dos segmentos aditivos, y la bisectriz del ángulo externo en dos segmentos substractivos, que son proporcionales á los otros dos lados.—Recíprocamente. (Párrafos 245 y 246.)

Problema.—Inscribir un cuadrado en una circunferencia y deducir la longitud del lado en función del radio.—Corolarios: 1.° Longitud de la apotema; 2.° Lado del cuadrado circunscripto; y 3.° Cómo se pasa del cuadrado á los polígonos de 8, 16, 32 ... 2^n lados. (Párrafos 351 y 352.)

Geometría en el espacio.—Superficie esférica.—Polos.—De la definición de éstos se deduce: 1.° Que todos los círculos paralelos tienen los mismos polos.—2.° Todo círculo máximo que pase por los polos de otro círculo cualquiera, tiene su plano perpendicular al de éste.—3.° La recta que pasa por los dos polos de un círculo, además de estas dos condiciones satisface á las de ser perpendicular al plano de dicho círculo, pasar por su centro y por el de la esfera.—Teorema: Todos los puntos de una circunferencia trazada sobre la esfera, equidistan de uno cualquiera de sus polos.—Escolios: 1.° Distancía polar, radio esférico.—2.° Compás esférico. (Párrafos 663 al 666.)

50

Geometría plana. — Comparación de áreas.—Areas de figuras semejantes.—Teorema: Las áreas de dos triángulos semejantes son proporcionales á los cuadrados de sus lados homólogos, y en la relación de dichas áreas es igual al cuadrado de la relación de semejanza.—Teorema: Las áreas de dos polígonos semejantes son proporcionales á los cuadrados de sus lados homólogos, ó bien la relación de dichas áreas es igual al cuadrado de la relación de semejanza.—Corolarios: 1.° Las áreas de dos polígonos regulares de igual número de lados son proporcionales á los cuadrados de sus radios y apotemas; 2.° El área del polígono construído sobre la hipotenusa es igual á la suma de las áreas de los polígonos semejantes, construídos sobre los catetos.—Teorema: Las áreas de dos círculos son proporcionales á los cuadrados de sus radios, ó á los cuadrados de sus diámetros.—Corolarios: 1.° Si tomando como diámetro la hipotenusa y los catetos de un triángulo rectángulo se construyen tres círculos, se tendrá que el círculo construído sobre la hipotenusa es igual á la suma de los círculos construídos sobre los catetos.—2.° Lúnulas.—Teorema: Las áreas de dos sectores semejantes son proporcionales á los cuadrados de sus radios.—Teorema: Las áreas de dos segmentos semejantes, son proporcionales á los cuadrados de sus radios (Párrafos 420 al 427.)

Geometría en el espacio.—Propiedades de los triedros.—Teorema: Si en un triedro un ángulo diedro disminuye ó aumenta permaneciendo constantes las caras que lo forman, la tercera cara disminuye ó aumenta también.—Corolarios: 1.° Si en dos triedros dos caras del uno son respectivamente iguales á dos del otro, la tercera cara del primero será mayor ó menor que la tercera del segundo, según que el diedro opuesto á aquélla sea mayor ó menor que el opuesto á ésta.—2.° Si los diedros comprendidos por las caras iguales, fuesen iguales, las terceras caras lo serán también.—Teorema: Si dos diedros son tales que las caras del uno son iguales, respectivamente, á las del otro, también son iguales los ángulos diedros que se corresponden; es decir, los que en cada triedro se oponen á las caras que son iguales. (Párrafos 586 al 589.)

Problema.—Hallar el radio de una esfera sólida. (Párrafos 700 y 701.)

51

Geometría plana.—Semejanza de figuras. — Definiciones; elementos homólogos; relación de semejanza; polígonos semejantes.—Semejanza de polígonos.—Lema: Toda paralela á uno de los lados de un triángulo, forma con los otros dos un nuevo triángulo semejante al primero.—Teorema: Dos triángulos son semejantes: 1.° Cuando son equiángulos; 2.° Cuando tienen un ángulo igual comprendido por lados proporcionales; 3.° Cuando sus lados homólogos son proporcionales.—Corolarios: 1.° Dos triángulos son semejantes cuando tienen sus lados respectivamente paralelos ó perpendiculares.—2.° Dos triángulos rectángulos son semejantes cuando tienen un ángulo agudo igual.—Escolios: 1.° En los triángulos de la igualdad de ángulos se deduce la proporcionalidad de lados y recíprocamente.—2.° y 3.° Comparación de la semejanza con la igualdad. (Párrafos 256 al 262.)

Problema.—Dados dos polígonos, construir un tercero equivalente al primero y semejante al segundo. (Párrafo 454.)

Geometría en el espacio.—Propiedades de los triedros.—Teorema: Si en un triedro un ángulo diedro disminuye ó aumenta permaneciendo constantes las caras que lo forman, la tercera cara disminuye ó aumenta también.—Corolarios: 1.° Si en dos triedros dos caras del uno son respectivamente iguales á dos del otro, la tercera cara del primero será mayor ó menor que la tercera del segundo, según que el diedro opuesto á aquélla sea mayor ó menor que el opuesto á ésta; 2.° Si los diedros comprendidos por las caras iguales, fuesen iguales, las terceras caras lo serán también.—Teorema: Si dos diedros son tales que las caras del uno son iguales, respectivamente, á las del otro, también son iguales los ángulos diedros que se comprenden; es decir, los que en cada triedro se oponen á las caras que son iguales. (Párrafos 586 al 589.)

52

Geometría plana.—Medida de la línea recta.—Consideraciones.—Casos que pueden ocurrir: 1.° $m\,n$ está contenido en $A\,B$ un número exacto de veces; 2.° Que una parte alícuota de $m\,n$ esté contenida en $A\,B$ un número exacto de veces; 3.° $A\,B$ y $m\,n$ son inconmensurables.—Demostración *á priori* de la existencia de rectas inconmensurables, comparando la diagonal de un cuadrado con su lado.—Método práctico para medir una recta. (Párrafos 152 al 155.)

Semejanza de figuras.—Teorema: Dos polígonos son semejantes cuando se componen del mismo número de triángulos, é igualmente semejantes de dos en dos.

dispuestos.—Recíprocamente.—Dos polígonos semejantes pueden descomponerse . . — Escolio. — Teorema: Dos polígonos de igual número de lados son semejantes cuando se sabe que todos los lados menos uno, en cada polígono, son de dos en dos proporcionales, ó iguales del mismo modo, los ángulos en que no intervengan los lados exceptuados. —Teorema: Dos polígonos de igual número de lados son semejantes, si consta que todos los ángulos menos uno del primero, son iguales, respectivamente, á otros tantos del segundo, y que los lados que forman estos ángulos, menos los del exceptuado, son proporcionales.—Corolario: Casos de semejanza de algunas figuras.- Escolio: Condiciones de semejanza. (Párrafos 262 al 270)

Geometía en el espacio.—Areas.—Poliedros. — Generalidades. — Teorema: El área de la superficie lateral de una pirámide regular, es igual á la mitad del producto del perímetro de la base por la apotema.—Teorema: El área de la superficie lateral de un tronco de pirámide regular, es igual al producto de la semisuma de los perímetros de las dos bases por la apotema.— Corolario: El área lateral de un tronco de pirámide regular en función de la sección paralela á las bases y equidistante de ellas, es igual á la apotema multiplicada por el perímetro de dicha sección.—Teorema: El área de la superficie lateral de un prisma es igual al producto de su arista lateral por el perímetro de la sección recta.—Corolario: Caso particular de ser recto el prisma.—Escolio: Area total de una pirámide regular, de un tronco de la misma ó de un prisma. (Párrafos 816 al 824.)

Problema. — Por un punto, trazar un plano perpendicular á otros dos. (Párrafo 553.)

53

Geometría plana.—Propiedades relativas de la recta y la circunferencia.—Normales.—Definición.—Teorema: Toda oblícua que parte de un punto no situado en la circunferencia, tiene su longitud comprendida entre las dos normales correspondientes á dicho punto.—Escolio: Distancia de un punto á una circunferencia. Secantes y tangentes.—Teorema: Dos paralelas interceptan en una circunferencia arcos iguales. (Párrafos 12[illegible] al 12[illegible].)

Medida de un arco.—Ampiitud de un arco; conceptos en que puede considerarse.—Procedimiento que se sigue en la práctica para obtener su relación con la circunferencia.—Divisiones de la circunferencia; ventajas é inconvenientes de las dos divisiones adoptadas; forma de pasar de una á otra división.—Transportador; sus clases; uso del transportador; arcos semejantes. — Arcos correspondientes.— Teorema: Dos ángulos cualesquiera son proporcionales á los arcos comprendidos entre sus lados y descriptos desde sus respectivos vértices, como centro con igual radio.—Corolario: Los arcos semejantes tienen el mismo valor gradual. (Párrafos 155 al 166.)

Problema.—Sobre una recta dada, construir un triángulo semejante á otro dado. Construir un polígono semejante á otro y cuyo perímetro sea igual á una recta dada. (Párrafos 320 al 322.)

Geometría en el espacio.—Volúmenes. Teorema: Dos paralelepípedos que tengan una cara común, y las opuestas á ésta en un mismo plano y comprendidos entre dos mismas paralelas, son equivalentes.—Teorema: Dos paralelepípedos que tengan la misma base y la misma altura, son equivalentes.—Teorema: Todo paralelepípedo puede transformarse en otro rectángulo del mismo volumen, de base equivalente y de la misma altura.—Teorema: El volumen de un paralelepípedo cualquiera es igual al producto de la medida de su base por la de su altura. (Párrafos 855 al 859.)

54

Geometría plana.—Medida de ángulos, Evaluación en grados.—Consideraciones que inducen á referir la medida del ángulo á la del arco, comprendida entre sus lados y que tenga el vértice por centro. Teorema: Todo ángulo tiene la misma medida que el arco comprendido entre sus lados y descrito con un radio arbitrario desde el vértice como centro.- Reducir un ángulo expresado en grados, minutos y segundos á su verdadera medida.—Angulos en el círculo.—Definiciones.—Teorema: Todo ángulo inscripto en una circunferencia tiene la misma medida que la mitad del arco comprendido por sus lados.—Corolarios: 1.° Todos los ángulos inscriptos en un mismo arco, son iguales; 2.° Dos ángulos inscriptos en cada uno de los arcos que determina una cuerda, son suplementarios; 3.° Todo ángulo inscripto en una semicircunferencia es recto; 4.° Un ángulo inscripto en un arco, es agudo, recto ú obtuso, según que el arco sea mayor, igual ó menor que la semicircunferencia; 5.° En todo cuadrilátero inscrito en una circunferencia los ángulos opuestos son suplementarios. (Párrafos 166 al 175.)

Geometría en el espacio.—Pirámides.—Propiedades de la pirámide en general.—Teorema: Cortando una pirámide por un plano paralelo al de la base, se verifica: 1.° Las aristas laterales, la altura y demás rectas trazadas desde el vértice hasta la base, quedan cortadas en partes proporcionales.—2.° La sección será un polígono semejante al de la base.—3.° Estos dos polígonos tendrán sus áreas proporcionales á los cuadrados de sus distancias al vértice.—Escolio: Si dos pirámides de igual altura se cortan por planos paralelos á las bases y que disten lo mismo de los dos vértices, los polígonos-secciones son proporcionales á las bases.—Corolario: Caso en que las dos bases son equivalentes. (Párrafos 722 al 726.)

Problema. -En una esfera de dos metros de radio, ¿cuál es el área del huso correspondiente á un diedro de 15°, 9' y 10"? (Párrafos 836 al 842.)

55

Geometría plana.—Medida de líneas y ángulos.—Preliminares.—De la medida en general: comparación de la magnitud con la unidad; origen de los números enteros, fraccionarios é inconmensurables, según enseña la Aritmética, y qué se entiende por medida de estos últimos; razón de los frecuentes casos de inconmensurabilidad en Geometría. — Consideraciones que conducen á demostrar que se obtiene la relación ó razón de dos magnitudes de la misma especie, dividiendo el número que expresa la medida de la primera por el que expresa la medida de la segunda.—Medida directa; comparación directa con la unidad.—Medida indirecta; casos en que la naturaleza de la magnitud no permite la comparación directa; Ejemplos.—Magnitudes proporcionales; cuándo son proporcionales dos magnitudes cualesquiera.—Cuarta, media y tercera proporcional; magnitudes directa é inversamente proporcionales. (Párrafos 133 al 144)

Problema.—Dados el radio y la amplitud de un arco, calcular su longitud.—Hallar la amplitud de un arco cuya longitud sea igual al radio.—Dadas la longitud y amplitud de un arco, hallar la longitud de su radio. (Párrafo 381, en los casos 3.°, 4.° y 5.°)

Geometría en el espacio.—Areas.—Superficies curvas.—Consideraciones que conducen á referir el área de una superficie curva á la de una poliedral.—Teorema: El área de la superficie lateral de un cono de revolución, es igual á la mitad del producto de la circunferencia de la base por la generatriz.—Teorema: El área de la superficie lateral de un tronco de cono de revolución, de bases paralelas y de primera especie, es igual al producto de la semisuma de las circunferencias de las bases por la generatriz.—Corolario: Area del tronco en función de sección paralela á las bases y equidistante de ellas. (Párrafos 825 al 830.)

Volúmenes.—Fórmula de Simpson. (Párrafo 889.)

Trigonometría.

TEXTO: GÓMEZ PALLETE.—DUODÉCIMA EDICIÓN (1915)

1

Elementos que fijan la posición de un punto. — Conveniencia y necesidad de aplicar á la Geometría los procedimientos algebráicos.—Determinación de la posición de un punto en una línea con relación á otro fijo.—Justificación de los signos que deben utilizarse.—Problema. Determinar la distancia entre dos puntos, considerada su posición con relación á un tercero tomado como origen.—Principios de Descartes. (Párrafos 1 al 6.)

Fórmulas trigonométricas. — Relaciones más usuales entre las líneas trigonométricas de un mismo ángulo.—Dado el seno de un ángulo, hallar el coseno y la tangente.—Dado el coseno hallar el seno y la tangente.—Dada la tangente, hallar el seno y el coseno. (Párrafos 44 al 48.)

Problema.—Resolver un triángulo, conocido un lado, y los ángulos adyacentes). (Párrafo 95, primer caso.)

2

Líneas trigonométricas. — Su necesidad.—Definición de las líneas trigonométricas. (Párrafos 21 al 25.)

Fórmulas trigonométricas. — Relaciones entre las líneas trigonométricas de dos ángulos iguales y de signos contrarios. (Párrafo 48.)

Problema.—Resolver un triángulo rectángulo del que se conoce la hipotenusa y un ángulo agudo. (Párrafo 94.)

3

Elementos que fijan la posición de un punto.—Posición de un punto situado en un plano.—Signos de las abscisas y ordenadas.—Fijar la posición de un punto cuyas coordenadas sean conocidas. (Párrafos 7 al 12.)

Fórmulas trigonométricas.—Ángulos complementarios. — Relación entre sus líneas trigonométricas. (Párrafos 49 y 50.)

Problema.—Resolver un triángulo conociendo dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos (segundo caso).—Discusión, tomando en cuenta los valores angulares.—Transformar los valores obtenidos para adaptarlos al cálculo logarítmico. (Párrafo 96.)

4

Elementos que fijan la posición de un punto.—Posición de un punto en el espacio; ejes; planos coordenados; abscisas y ordenadas en el plano ó en el espacio.—Determinación de los signos. — Líneas quebradas que pueden seguirse para llegar á un punto desde el origen.— Fijar la posición de un punto cuando se conozcan las coordenadas. (Párrafos 12 al 17.)

Fórmulas trigonométricas.—Problema. Dados los senos y cosenos de dos ángulos, determinar el seno y coseno de su suma ó diferencia. (Párrafo 51.)

Problema.—Resolver un triángulo conociendo dos lados y el ángulo comprendido. (Párrafos 98 y 99.)

5

Elementos que fijan la posición de una recta.—Posición de una recta en un plano.—Angulos positivos y negativos.—Discusión del ángulo formado por dos rectas. (Párrafos 17 al 21.)

Fórmulas trigonométricas.—Problema. Dado el seno y coseno de un ángulo, determinar el seno y coseno del ángulo doble y las tangentes de $a \pm b$ y de $2\,a$. (Párrafos 52 y 54 al 56.)

Problema.—Resolver un triángulo rectángulo conociendo la hipotenusa y un cateto. (Párrafo 94, caso segundo.)

6

Fórmulas trigonométricas. — Relaciones entre las líneas trigonométricas de dos ángulos suplementarios.—Idem íd. de los ángulos que se diferencian en π.—Alteración de los valores de las líneas trigonométricas de un ángulo, cuando se le agregan un número par ó impar de semicircunferencias.—Determinar las líneas trigonométricas de un ángulo en función de las de otro menor de 90°.—Aplicación al ángulo de 1725°.—Caso en que el ángulo sea negativo y aplicación al ángulo $x = -1385°$. (Párrafos 56 al 59.)

Problema.—Resolver un triángulo cuando se conoce un cateto y un ángulo agudo. (Párrafo 94, caso tercero.)

7

Líneas trigonométricas. — Estudio de los valores y signos de las líneas trigonométricas, cuando el ángulo varía desde cero á cuatro rectos; y agregando un número cualquiera de circunferencias.—Límite de los valores de las líneas trigonométricas.—Obtención de los valores absolutos de las líneas trigonométricas de un ángulo mayor de 90°, en relación con las de otro menor que un recto. (Párrafos 25 al 29.)

Fórmulas trigonométricas.—Transformar en producto la suma y diferencia de los senos y cosenos de dos ángulos.—Demostrar que la suma de los senos de dos ángulos, es á su diferencia, como la tangente de la semisuma de estos ángulos es á la de la semidiferencia. (Párrafos 59 y 60.)

Problema.—Resolver un triángulo rectángulo, conociendo sus dos catetos. (Párrafo 94, caso cuarto.)

8

Líneas trigonométricas.—Dado el seno de un ángulo, determinar éste.—Dado el coseno determinar el ángulo correspondiente. (Párrafos 29 y 30.)

Problema.—Resolver un triángulo conociendo dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos.—Discusión.—Transformar los valores obtenidos para adaptarlos al cálculo logarítmico. (Párrafos 96 y 97.)

9

Proyecciones de las líneas rectas.—Proyección de un punto sobre una recta.—Idem de una recta sobre un eje.—Idem sobre tres ejes coordenados.—Suma algebráica de las proyecciones de una línea quebrada sobre un eje. (Párrafos 31 al 35.)

Fórmulas trigonométricas. — Problema 1.°: Dado el coseno de un ángulo, determinar el seno y coseno de su mitad. (Párrafo 63.)

Problema.—Resolver un triángulo conociendo los tres lados.—Discusión. (Párrafos 100 al 104.)

10

Proyecciones de líneas rectas.— Proyección de una recta situada en el plano de dos ejes coordenados.—Valor de la proyección de una recta sobre otra en función de la magnitud de la primera y del ángulo formado con la segunda.—Medida del ángulo que forman dos rectas que se cruzan en el espacio y generalización de la fórmula anterior. (Párrafos 35 y 36.)

Fórmulas trigonométricas. — Problema 1.°: Dado el coseno de un ángulo, determinar el seno y coseno de su midad. (Párrafo 63.)

Problema.—Hallar el área de un triángulo conociendo dos lados y el ángulo comprendido. (Párrafo 104, caso primero).

11

Proyecciones de las líneas rectas.—Hallar la distancia entre dos puntos dados, por sus coordenadas rectangulares. — Idem si los dos puntos están colocados en uno de los planos de los ejes.—Idem en el caso de que uno de los puntos coincida con el origen. (Párrafo 37).

Tablas trigonométricas.—Descripción de las tablas trigonométricas de Schrön. Uso de estas tablas cuando los ángulos ó las líneas están expresados en ellas. (Párrafos 73 al 78.)

Problema.—Hallar el área de un triángulo cuando se conocen dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos. (Párrafo 104, caso tercero).

12

Proyecciones de las líneas rectas.—Valor de la suma de los cuadrados de los cosenos de los ángulos que una recta forma con tres ejes rectangulares.—Valor de la proyección ortogonal sobre un eje de la recta que una los extremos de una quebrada. (Párrafos 38 y 39.)

Tablas trigonométricas.—Problema directo del manejo de las tablas para ángulos mayores de 3° y menores de 87°. (Párrafos 78 y 79.)

Problema.—Hallar el área de un triángulo cuando se conozcan dos ángulos y un lado. (Párrafo 104, caso segundo.)

13

Proyecciones de líneas rectas.—Problema 1.°: Dadas las coordenadas de un punto con relación á tres ejes cualesquiera, determinar la abscisa ortogonal del mismo punto con respecto á una recta que, pasando por el origen, forme con los ejes ángulos conocidos. (Párrafo 40.)

Tablas trigonométricas.—Problema inverso del manejo de las tablas para ángulos mayores de 3° y menores de 87° (Párrafos 80 al 83.)

Problema.—Hallar el área de un triángulo cuando se conocen los tres lados. (Párrafo 104, caso cuarto.)

14

Proyecciones de las líneas rectas.—Problema 2.°—Determinar el ángulo de dos rectas, conocidos los que forman con tres ejes coordenados rectangulares.— Caso en que las rectas estén situadas en el plano de los ejes ó paralelo á él.—Caso en que las rectas sean perpendiculares entre sí. (Párrafos 41 al 44.)

Relaciones entre los elementos de un triángulo rectilíneo.—Demostrar á que es igual el cuadrado de un lado.—Idem que los senos de dos ángulos son proporcionales á los lados opuestos. (Párrafos 83 al 87.)

Problema.—Resolver un triángulo conociendo un lado y dos ángulos. (Párrafo 95.)

15

Líneas trigonométricas. — Valores de las líneas trigonométricas cuando el ángulo α crece de cero grados á cuatro rectos, y cuando se le aumenta un número cualquiera de circunferencias. (Párrafos 25 al 27.)

Relaciones entre los elementos de un triángulo rectilíneo.—Demostrar que la suma de dos lados es á su diferencia como la tangente de la semisuma de los ángulos opuestos es á la de la semidiferencia.—Demostración analítica de que el conocimiento de los tres ángulos no determina el triángulo. (Párrafos 87 y 88.)

Problema.—Resolver un triángulo rectángulo del que se conocen la hipotenusa y un ángulo agudo. (Párrafo 94, caso primero)

16

Tablas trigonométricas.—Descripción de las tablas trigonométricas de Schrön. Uso de estas tablas cuando los ángulos ó las líneas están expresados en ellas. (Párrafos 73 al 78.)

Relaciones entre los elementos de un triángulo rectilíneo.—Demostrar que en un triángulo rectángulo, un cateto es igual á la hipotenusa multiplicada por el coseno del ángulo adyacente ó por el seno del opuesto.—Idem que un cateto es igual al otro, multiplicado por la tangente del ángulo opuesto al primero. (Párrafo 89.)

Problema.—Resolver un triángulo, conocidos dos lados y el ángulo comprendido. (Párrafos 98 y 99.)

17

Relaciones entre los elementos de un triángulo rectilíneo. — Transformar en producto la suma ó diferencia de dos cantidades positivas. — Transformar en monomio un binomio de la forma $A. \cos. a \pm B.$ sean a. (Párrafos 90 al 94.)

Problema.—Resolver los cuatro casos del triángulo rectángulo. (Párrafo 94.)

Anexo núm. 2.

Cuadro de exenciones físicas á que deberán atenerse los tribunales en el reconocimiento facultativo de los aspirantes á ingreso en las Academias militares y manera de efectuar los mismos.

1.° Se aplicará en toda su extensión el cuadro de exenciones físicas que acompaña á la ley de Reclutamiento y Reemplazo del Ejército de 27 de Febrero de 1912, y artículo 15, párrafo séptimo del Reglamento vigente para la aplicación de dicha ley para todos los aspirantes, sea cualquiera su procedencia y condición.

2.° Serán considerados inútiles los individuos que necesiten para corregir la miopía é hipèrmetropia el uso de cristales esféricos de tres á cuatro dioptrías y que no alcancen después de corregidas la mitad de la agudeza visual de las escalas tipográficas de Wecker en cada uno de los ojos. Igualmente lo serán los astigmáticos que, después de corregido este vicio de refracción con cristales cilíndricos del mismo número de dioptrías expresado, no posean la agudeza visual en los términos referidos.

3.° Serán también considerados inútiles, los individuos que padezcan sordera que no les permita oír la voz en tono natural á la distancia de cuatro metros.

Los dos artículos anteriores modifican los números 180, 181 y 182 del orden 6.° de la clase tercera, y el número 187 del orden 7.° de la misma clase del vigente cuadro de exenciones.

4.° Serán igualmente inútiles, los que presenten desigualdad permanente en las extremidades inferiores que den lugar á cojera.

Este artículo modifica al 102, orden 10, de la clase segunda del cuadro vigente.

5.° Todo defecto de conformación ó carencia total ó parcial de cualquier parte del cuerpo, cuya visualidad poco estética dé aspecto de ridiculez á quien los padezca, será causa de inutilidad.

6.° Los reconocimientos facultativos se verificarán en lugar apropiado de las Academias militares, con luz natural y capacidad suficiente. Este local contendrá una cama convenientemente preparada para los reconocimientos que requieran los distintos decúbitos, y, además de talla, báscula automática y aparato Guignet, habrá un armario con los instrumentos siguientes: cintas métricas, compás de gruesos, modelo Broca, para hallar los diámetros cefálicos, oftalmoscopio, oftalmonómetro, escalas tipográficas de Wecker, ídem de Trouseau, caja moderna de distintos juegos de lentes, otoscopio, especulums, laringoscopio, estetoscopio, modelo Fonendoscopio y cualquier otro instrumento que por los médicos de la Academia se consideren necesarios.

7.° Los instrumentos á que anteriormente se hace referencia, se hallarán al cuidado y cargo precisamente del médico de la Academia, y donde hubiera dos, al menos caracterizado.

8.° El procedimiento para reconocer los aspirantes será: presentándose el candidato completamente desnudo ante el Tribunal, que le examinará en detalle las diferentes partes del cuerpo, teniendo en cuenta las exenciones ya mencionadas.

9.° Los fallos de los tribunales de reconocimiento serán tomados por mayoría de votos, siendo sus acuerdos definitivos.

10. Los individuos que por el acto del reconocimiento resultasen padecer algunas de las enfermedades contenidas en la tercera clase del cuadro de exenciones, pueden ser sometidos á observación, siempre que así fuera la voluntad de los interesados; en caso contrario, se les considerará exceptuados.

11. La observación á que se refiere el artículo anterior, se practicará por dos médicos militares en el punto donde se halle establecida la Academia, siendo de cuenta de los interesados los gastos mientras dure aquélla, ya se verifique en domicilio particular ó en los hospitales militar ó civil de dicha plaza, según convenga al mejor éxito y por disposición de los Médicos observadores.

12. Este período de observación, que empezará precisamente desde el día siguiente del reconocimiento facultativo, en ningún caso excederá de cuarenta y cinco días, pudiendo darlo por terminado en cualquier fecha tan pronto hayan formado juicio definitivo los médicos observadores.

13. El tribunal médico de la Academia, con presencia de la hoja clínica incoada por los Médicos observadores, fallará en un último y definitivo reconocimiento y sin que el buen resultado de los exámenes le dé ningún derecho caso de que del nuevo reconocimiento resulte inútil.

Anexo núm. 3.

MODELO DE CERTIFICADO

Los Jefes y Oficiales que al margen se expresan, nombrados para verificar la aptitud física de los aspirantes á ingreso en la Academia de .... de la que es Director el señor Coronel D. ....

Presidente.—Comandante de .... D. ....
Vocal.—Médico Mayor D. ....
Idem.—Médico D. ....
Idem.—Médico D. ....
Idem.—Capitán de .... D. ....

CERTIFICAN: Que han reconocido y examinado de Gimnasia á D. ....
....
....
....
....
....
....
....
....

Y á los efectos del párrafo 7.° regla 5.ª de las que acompañan á la Real orden circular .... del año actual (*D. O.* núm. ......), expiden el presente, visado por el señor Director de dicha Academia en .... á .... de .... de mil novecientos.........

V.° B.°

El Coronel Director,

Anexo núm. 4.

Relación número 1, formada por orden alfabético, de los aspirantes aprobados en cuatro ejercicios.

Academia de.....

PROCEDENCIA	NOMBRES	

Relación adicional número 2 para el ingreso fuera de número de los aspirantes, con nota de suficiencia, que tienen reconocido derecho á los beneficios de ingreso en las Academias militares.

Academia de.....

PROCEDENCIA	NOMBRES	

Anexo núm. 5.

Ejercicios prácticos.

ARITMÉTICA.—Texto, capitán X

1	35	73	112	150	194	240	279	323	376	438	485
2	42	74	114	151	195	241	280	324	377	439	486
3	44	75	115	153	196	242	282	325	382	441	487
7	45	77	116	154	197	243	283	328	384	442	490
8	46	79	118	160	199	245	284	329	387	444	492
9	47	80	121	161	200	246	287	332	388	445	493
10	48	81	123	164	201	247	288	334	392	446	494
11	49	83	124	165	205	249	289	336	393	447	496
12	50	84	125	166	206	250	293	337	394	451	497
13	51	85	126	167	207	252	294	338	396	452	498
14	52	86	127	168	208	253	296	341	397	455	499
15	53	87	129	169	212	254	298	342	398	459	500
16	54	88	130	171	213	255	300	343	400	461	502
17	55	90	131	172	214	257	301	347	403	463	503
18	56	92	132	173	215	258	302	348	405	464	504
20	57	93	133	175	216	259	303	349	406	466	506
21	58	94	136	176	217	260	304	351	410	467	507
22	59	95	137	178	218	261	305	353	412	468	508
23	61	99	138	179	219	262	306	354	416	469	512
24	62	100	139	181	222	263	308	356	419	470	515
25	63	101	140	182	223	266	309	358	421	471	517
26	65	102	141	183	224	267	310	362	422	472	521
27	66	103	142	184	226	268	311	364	425	474	523
28	67	105	143	185	228	270	312	365	426	475	525
29	68	106	144	186	229	271	313	368	427	476	526
30	69	107	145	187	231	272	315	369	428	478	528
31	70	108	146	189	233	273	318	370	432	481	532
32	71	109	147	190	235	276	319	371	434	482	534
33	72	111	148	193	236	278	322	374	437	483	536

ALGEBRA.—Texto, A. Terry Rivas.

Revisado por M. Durán.

2	169	627	1209	1472	1607	2099	2165
3	241	629	1218	1475	1609	2100	2166
4	243	630	1219	1477	1612	2101	2167
5	244	635	1326	1478	1615	2102	2168
6	245	636	1327	1484	1619	2103	2169
7	367	641	1329	1517	1620	2104	2170
8	373	663	1331	1519	1642	2106	2171
9	376	671	1332	1523	1645	2109	2172
10	382	673	1333	1524	1653	2112	2173
13	383	677	1334	1526	1656	2114	2174
15	386	678	1338	1527	1665	2115	2175
28	395	679	1339	1529	1668	2117	2176
30	396	692	1340	1530	1669	2118	2177
31	401	701	1341	1531	1670	2119	2178
48	402	757	1342	1533	1673	2121	2179
54	406	806	1344	1534	1675	2125	2180
55	417	807	1345	1535	1678	2126	2181
60	440	817	1346	1537	1680	2128	2182
65	441	822	1347	1538	1686	2130	2183
92	444	854	1349	1541	1689	2132	2184
99	449	892	1350	1542	1691	2135	2185
100	471	894	1353	1544	1695	2137	2186
101	473	901	1357	1545	1925	2140	2187
102	479	911	1361	1546	1927	2143	2188
103	483	921	1364	1547	1929	2145	2189
104	498	945	1367	1549	2027	2146	2190
105	501	954	1368	1552	2035	2147	2191
106	508	956	1369	1553	2037	2148	2219
107	542	967	1370	1555	2047	2149	2222
108	543	971	1371	1561	2048	2150	2223
109	556	1167	1377	1562	2049	2151	2224
110	557	1173	1380	1563	2051	2152	2227
111	560	1175	1427	1566	2052	2153	2231
112	566	1176	1428	1567	2054	2154	2235
113	572	1177	1429	1575	2056	2155	2236
114	575	1181	1431	1576	2058	2156	2237
115	591	1182	1434	1593	2059	2157	2239
116	594	1183	1444	1594	2060	2158	2245
122	609	1184	1445	1596	2062	2159	2248
130	610	1186	1446	1598	2064	2160	2295
143	611	1189	1447	1599	2066	2161	2297
144	612	1190	1449	1601	2075	2162	
145	613	1197	1451	1602	2097	2163	
160	626	1203	1470	1604	2098	2164	

GEOMETRÍA.—Texto, G. M. Bruño.

Edición 1915.

42	124	178	233	287	356	396	435
43	126	179	234	289	357	397	437
83	127	190	235	311	358	398	441
84	129	192	236	312	360	399	442
85	133	193	237	313	361	400	443
86	134	194	238	314	362	401	444
87	135	195	240	315	364	402	447
88	136	196	241	316	365	403	448
90	137	197	243	318	366	404	450
91	138	198	246	319	367	405	451
94	139	199	249	320	368	406	452
100	140	200	251	321	369	407	460
101	141	201	256	322	376	409	462
102	142	202	258	323	377	410	463
103	143	203	261	329	378	415	468
104	144	204	265	330	379	416	469
105	145	205	268	331	380	421	471
107	147	206	272	333	384	423	479
109	149	207	273	336	385	424	483
111	150	208	275	337	386	425	484
112	151	209	276	339	387	426	485
113	156	212	277	340	388	427	487
116	164	216	279	341	389	429	489
118	165	220	280	351	390	430	
119	166	221	281	352	391	431	
121	167	228	284	353	392	432	
122	176	229	285	354	394	433	
123	177	232	286	355	395	434	

EJERCICIO DE TRIGONOMETRIA.—Texto G. M. Bruño.

Edición 1912.

1.ª parte.

INTRODUCCIÓN

45
48
51
54
61
64
65
68
73
76
81
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
95
98
100

Capítulo 1.º

106
112
114
118
131
132
133
134
135
136
139
143
146
152
154
156

3.ª parte.

Capítulo 1.º

1
2
6
7

Capítulo 3.º

38
39
41
42
50

Resolución de triángulos.

1.ª parte.

Capítulos 2.º y 3.º

157
158
159
160
161
162
163
164
165
166
167
168
169
170
171
172
173
174
179
182
187
189
190
191
192
193
194
195
196
197
198
199
200
201
202
203
204
205
206
207
208
209
211
220
225
229
242

A R E A S

1.ª parte.

Capítulos 2.º y 3.º

157	
158	
159	
160	
161	
162	
163	
164	
165	Con los datos que figuran para la resolución.
166	
167	
168	
169	
170	
171	
172	
173	
180	*
186	
187	(A)
189	
190	
191	
192	
193	
194	
195	
196	
197	
198	
199	Con los datos que figuran para la resolución.
200	
201	
202	
203	
204	
205	
206	
207	
208	
209	
214	*
215	(A)
219	*
221	(A)
222	(A)
233	1.º
234	3.º
237	*
242	

NOTA.—En los señalados con (A) se calculará el área con los datos consignados en el autor.

En los señalados con (*), como ya se refiere el autor á áreas, se calcularán sólo éstas. Los que á la derecha del número tienen la indicación 1.º y 3.º significan: que proponiéndose en el enunciado del autor varias cuestiones, una de las que es hallar el área, sólo se calculará ésta.

Madrid 15 de Marzo de 1916.—Luque.

Anexo núm. 6.

Póliza de la clase 11.ª

Don .... residente en .... calle de .. .. número ..., á V. S., con el mayor respeto, expone: que ....

A. V. S. suplica se digne ordenar su admisión á la próxima convocatoria para los indicados fines, siendo adjunta la documentación reglamentaria que al margen se detalla y haciendo constar que no se halla procesado ni ha sido expulsado de ningún establecimiento oficial de enseñanza.

Gracia que no duda alcanzar de vuestra señoría, cuya vida guarde Dios muchos años.

Madrid, ...

Documentos.

Núm. 1........

Núm. 2........

Núm. 3........

....

....

....

Señor Coronel Director de la Academia de ....

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA Y BELLAS ARTES

REALES ORDENES

Ilmo. Sr.: Habiendo fallecido con fecha 13 del actual el Catedrático de Psicología, Lógica, Etica y Rudimentos de Derecho del Instituto general y técnico de Baeza, D. Julio del Riego y Campos,

S. M. el Rey (q. D. g.) ha tenido á bien disponer se den los ascensos de escala correspondientes, y, en su consecuencia, que D. Eulogio Cerdán Aguirregabiria, que ocupa el primer lugar de la categoría sexta, pase á la quinta, con la dotación anual de 7.500 pesetas; que D. Pedro A. Bozal y Obejero, primero de la séptima, pase á la sexta, con 6.500 pesetas; que D. Manuel González y Jiménez, primero de la octava, pase á la séptima, con 5.500 pesetas, y que D. Francisco Almenar y Suay, primero de la novena, pase á la octava, con 4.500 pesetas, todos ellos con la antigüedad de fecha 14 del corriente.

De Real orden lo digo á V. I. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 23 de Enero de 1916.

BURELL.

Señor Subsecretario de este Ministerio.

Ilmo. Sr.: De conformidad con lo dispuesto en la Real orden de 26 de Marzo de 1915, y á propuesta unánime de la Comisión Nacional de la Mutualidad Escolar,

S. M. el Rey (q. D. g.) se ha servido conceder al Sr. D. Rafael Andrade y Navarrete, ex Ministro de Instrucción Pública y Bellas Artes, la Medalla de oro de la Mutualidad, como distinción merecida á los relevantes servicios que ha prestado y presta al fomento de esta benemérita obra pedagógica y de previsión.

De Real orden lo comunico á V. I. para su conocimiento y efectos. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 1.º de Marzo de 1916.

BURELL.

Señor Director general de Primera enseñanza, Presidente de la Comisión Nacional de la Mutualidad Escolar.

Ilmo. Sr.: De conformidad con lo dispuesto en la Real orden de 26 de Marzo de 1915, y á propuesta unánime de la Comisión Nacional de la Mutualidad Escolar,

S. M. el Rey (q. D. g.) se ha servido conceder al Sr. D. Eloy Bullón y Fernández, ex Director general de Primera enseñanza, la Medalla de oro de la Mutualidad, como distinción merecida á los relevantes servicios que ha prestado y presta al fomento de esta benemérita obra pedagógica y de previsión.

De Real orden lo digo á V. I. para su conocimiento y efectos. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 1.º de Marzo de 1916.

BURELL.

Señor Director general de Primera enseñanza, Presidente de la Comisión Nacional de la Mutualidad Escolar.

Ilmo. Sr.: De conformidad con lo dispuesto en la Real orden de 26 de Marzo de 1915, y á propuesta unánime de la Comisión Nacional de la Mutualidad Escolar,

S. M. el Rey (q. D. g.) se ha servido conceder al Sr. D. Rafael Altamira y Crevea, ex Director general de Primera enseñanza, la medalla de oro de la Mutualidad, como distinción merecida á los relevantes servicios que ha prestado y presta al fomento de esta benemérita obra pedagógica y de previsión.

De Real orden lo comunico á V. I. para su conocimiento y efectos. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 1.º de Marzo de 1916.

BURELL.

Señor Director general de Primera enseñanza, Presidente de la Comisión Nacional de la Mutualidad Escolar.

MINISTERIO DE FOMENTO

REAL ORDEN

Ilmo. Sr: A los efectos de la Real orden de 13 del corriente mes autorizando á la Junta de Patronato de Ingenieros y obreros pensionados para hacer la convocatoria de 45 pensiones de obreros en el extranjero,

S. M. el Rey (q. D. g.) se ha servido disponer que se publique en la forma siguiente:

Por el presente anuncio-convocatoria, la Junta de Patronato de Ingenieros y y obreros pensionados en el extranjero, autorizada por Real orden de 13 del corriente, abre concurso para pensionar en el extranjero 45 obreros españoles de diversos oficios, en los términos y condiciones que se expresan á continuación:

Para pensionar 15 agricultores, que sean vinateros, aceiteros y ganaderos; 12 obreros textiles, comprendidos sederos, algodón hilado y tintorería; siete mecánicos, cinco electricistas, tres de las artes del libro, dos de orfebrería y relojería y uno dibujante de mueble decorador.

1.º Con arreglo á lo dispuesto por el Real decreto de 27 de Mayo de 1910, Gaceta del 28, artículo 2.º y 3.º, y el artículo 15, 17 y 18 del Real decreto de 4 de Abril, Gaceta del 5, los obreros que aspiren á alguna de las pensiones mencionadas lo solicitarán por sí mismo ó serán presentados por sus patronos, Sociedades obreras, Cámaras Agrícolas ó entidades análogas en

a) Instancia dirigida al señor Presidente del Consejo provincial de Fomento de la provincia en que trabaja el solicitante, en el plazo improrrogable de veinte días, incluyendo los festivos y á contar desde el siguiente al de la publicación de esta convocatoria en la Gaceta.

b) El solicitante podrá expresar en la solicitud el lugar del extranjero donde desea perfeccionar los medios teóricos y prácticos de su oficio.

c) Deberá tener la edad de veinte años cumplidos y no pasar de treinta y cinco, lo que se acreditará con la certificación de nacimiento.

d) Se acompañará la certificación médica de que el solicitante se halla en estado normal de salud y de integridad física.

e) Buena conducta moral, con certificado del patrono, de Sociedades obreras ó de la entidad que le represente.

f) Poseer la instrucción primaria, que se acreditará con el certificado de la Escuela en que se haya recibido.

g) La Junta considera como méritos superiores y preferibles, por tanto, á los que carecen de ellos, los aspirantes que acrediten haber seguido cursos en Escuelas Profesionales, tales como Escuelas de Artes y Oficios y Escuelas industriales, con certificación de los Centros de enseñanza á que hubiera asistido. También deberá acompañar aquellos documentos justificativos de méritos especiales que el solicitante alegue.

h) Asimismo deberá acompañarse á los documentos mencionados el contrato de trabajo que el obrero estipule con su patrono acerca de las condiciones en que lo ha de realizar á su regreso á España al acabar la pensión, ó, en su defecto, el motivo de no estipular aquél.

2) La Junta se reserva el derecho de cerciorarse acerca de la habilidad técnica ó profesional del candidato, así como de su estado de salud é integridad física.

3.º La pensión durará normalmente dos años en el extranjero y tres meses en España. Durante este tiempo percibirán los pensionados un jornal diario de seis francos en el tiempo de residencia en el extranjero y de cinco pesetas durante los tres meses en España, y será también de cuenta del Estado los viajes de ida y vuelta al extranjero, así como los que realicen por encargo de la Junta. Esta facilitará en el extranjero la colocación en fábricas, Escuelas profesionales y Granjas en relación con las aptitudes, preparación y disposiciones de cada uno y estarán sujetos á una inspección regular y técnica, siendo de cuenta del Estado los gastos de matrícula para el ingreso en las referidas Escuelas.

4.º Los obreros que resultaren elegidos por ser propuestos por esta Junta, serán llamados por secciones de los diversos oficios arriba mencionados para seguir en Madrid un curso de tres meses preparatorio, donde recibirán lecciones de idiomas y elementales teóricas y prácticas de las materias propias del oficio de cada uno. Durante este período podrán ser eliminados aquellos pensionados que carezcan de las condiciones de idoneidad que se requieren.

5.º Los que se crean con derecho para ser pensionados podrán solicitar de esta Junta de patronato de Ingenieros y obreros pensionados en el extranjero, Pontejos, 2, y se les facilitará los datos ó noticias que deseen saber acerca de las pensiones.

De Real orden lo digo á V. I. para su conocimiento y efectos consiguientes. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 27 de Marzo de 1916.

SALVADOR.

Señor Director general de Comercio, Industria y Trabajo.

ADMINISTRACIÓN CENTRAL

SENADO

SECRETARÍA

Habiendo acordado la Comisión permanente de gobierno interior del Senado, sacar á concurso la impresión del *Diario de Sesiones* y del *Extracto Oficial* de las mismas, se admitirán proposiciones para dicho concurso en el Negociado de Gobierno interior de la Secretaría del Senado todos los días laborables, de tres á seis de la tarde, desde la publicación del presente anuncio en la GACETA DE MADRID hasta el día 10 inclusive del próximo mes de Abril, con arreglo á todas y cada una de las condiciones del pliego que se pondrá de manifiesto en el expresado Negociado á los que lo soliciten.

Palacio del Senado, 29 de Marzo de 1916.=El Secretario de la Comisión permanente, A. Santa Cruz.

CONGRESO DE LOS DIPUTADOS

SECRETARÍA

Habiendo acordado la Comisión permanente de gobierno interior del Congreso de los Diputados sacar á concurso la impresión del *Diario de Sesiones* y del *Extracto Oficial* de las mismas, se admitirán proposiciones para dicho concurso en el Negociado de gobierno interior de la Secretaría del Congreso, todos los días laborables, de tres á seis de la tarde, desde la publicación del presente anuncio en la GACETA DE MADRID, hasta el día 10 inclusive del próximo mes de Abril, con arreglo á todas y cada una de las condiciones del pliego, que se pondrá de manifiesto en el expresado Negociado á los que lo soliciten.

Palacio del Congreso, 28 de Marzo de 1916.=El Secretario de la Comisión permanente, El Conde de Peña-Ramiro.

Modelo de proposición.

D. F. de T. y T., vecino de ..., calle de ..., número ..., se compromete á hacer el servicio de impresión del *Diario de Sesiones del Congreso de los Diputados* y del *Extracto Oficial* del mismo, con arreglo al pliego de condiciones que se le ha puesto de manifiesto en la Secretaría de dicho Cuerpo Colegislador, al precio de (tantas pesetas, en letra) el pliego de *Diario de Sesiones*, y de (tantas pesetas, también en letra) el pliego de *Extracto Oficial*.

(Fecha y firma del proponente.)

MINISTERIO DE ESTADO

Subsecretaría.

ASUNTOS CONTENCIOSOS

El Cónsul de España en Cristianía, participa á este Ministerio la defunción de los súbditos españoles R. Rodridez y M. Sobrino, fogoneros del vapor noruego *Graziella*.

Madrid, 27 de Marzo de 1916.—El Subsecretario, Marqués de Amposta.

MINISTERIO DE GRACIA Y JUSTICIA

Subsecretaría.

En el Juzgado de primera instancia de Calamocha, se halla vacante, por promoción de D. Sebastián Guarch Molinos, la Secretaría judicial de categoría de entrada, que debe proveerse por traslación, conforme á lo prevenido en el artículo 10 del Real decreto de 1.º de Junio de 1911, modificado por el de 3 de Abril de 1914.

Los Secretarios aspirantes presentarán sus instancias en la forma prevenida por el artículo 14 del citado Real decreto de 1.º de Junio de 1911, dentro del plazo de treinta días naturales, á contar desde la publicación de este anuncio en la GACETA DE MADRID.

Madrid, 29 de Marzo de 1916.=El Subsecretario, J. Chapaprieta.

En el Juzgado de primera instancia de Cervera del Río Alhama se halla vacante, por excedencia de D. Manuel Mazón Ferrer, la Secretaría judicial de categoría de entrada, que debe proveerse por traslación, conforme á lo prevenido en el artículo 10 del Real decreto de 1.º de Junio de 1911, modificado por el de 3 de Abril de 1914.

Los Secretarios aspirantes presentarán sus instancias en la forma prevenida por el artículo 14 del citado Real decreto de 1.º de Junio de 1911, dentro del plazo de treinta días naturales, á contar desde la publicación de este anuncio en la GACETA DE MADRID.

Madrid, 29 de Marzo de 1916.=El Subsecretario, J. Chapaprieta.

En el Juzgado de primera instancia de Montánchez se halla vacante, por defunción de D. Pablo Serrano Montero, la Secretaría judicial, de categoría de entrada, que debe proveerse por traslación, conforme á lo prevenido en el artículo 10 del Real decreto de 1.º de Junio de 1911, modificado por el de 3 de Abril de 1914.

Los Secretarios aspirantes presentarán sus instancias en la forma prevenida en el artículo 14 del citado Real decreto, de 1.º de Junio de 1911, dentro del plazo de treinta días naturales, á contar desde la publicación de este anuncio en la GACETA DE MADRID.

Madrid, 29 de Marzo de 1916.=El Subsecretario, J. Chapaprieta.

MINISTERIO DE FOMENTO

Dirección General de Obras Públicas.

AGUAS

Examinado el expediente incoado por el Ayuntamiento de La Bisbal solicitando autorización para abastecer la población con aguas alumbradas en la finca Can Fanals:

Resultando que el expediente tramitado con arreglo á las disposiciones vigentes, no habiéndose presentado oposición alguna en el período de información pública:

Resultando favorables los informes oficiales y habiendo presentado el Ayuntamiento certificación del análisis químico y bacteriológico de las aguas, en que consta que se trata de una inmejorable agua potable,

S. M. el Rey (q. D. g.), conformándose con lo propuesto por la Dirección General de Obras Públicas, ha tenido á bien autorizar el abastecimiento, con las condiciones siguientes:

1.ª Se autoriza al Ayuntamiento de La Bisbal para alumbrar aguas subálveas de la cuenca del río Daró, en el volumen de 1.000 metros cúbicos diarios, para destinarlas al abastecimiento de la población.

2.ª Estas aguas se alumbrarán por medio de un pozo de tres metros de diámetro y de 4,60 metros de profundidad debajo del nivel del suelo, enclavado en el paraje denominado Can Fanals, y á una distancia de 33 metros del cauce del río Daró.

3.ª Las obras se declaran de utilidad pública, para los efectos de la expropiación forzosa.

4.ª Estando las obras ejecutadas ya, y con arreglo al proyecto firmado por D. Eugenio Escriche, en Barcelona, con fecha 30 de Septiembre de 1912, en el acto de la confrontación del proyecto, siendo su ejecución esmerada y con arreglo á condiciones, se dan éstas por recibidas, sirviendo el acta de confrontación de acta de recepción, y dándose por legalizadas á pesar de haberse construído antes de haberse autorizado su ejecución.

5.ª Esta concesión se hace á perpetuidad, salvo el derecho de propiedad y sin perjuicio de tercero.

Y habiendo aceptado el Ayuntamiento de La Bisbal las anteriores condiciones y presentado póliza de 100 pesetas, según determina la ley del Timbre (póliza que queda inutilizada en el expediente), lo comunico á V. S. de orden del señor Ministro para su conocimiento, el de los interesados é Ingeniero Jefe y demás efectos, con publicación en el *Boletín Oficial* de esa provincia. Dios guarde á V. S. muchos años. Madrid, 24 de Marzo de 1916.=El Director general, Zorita.

Señor Gobernador civil de Gerona.